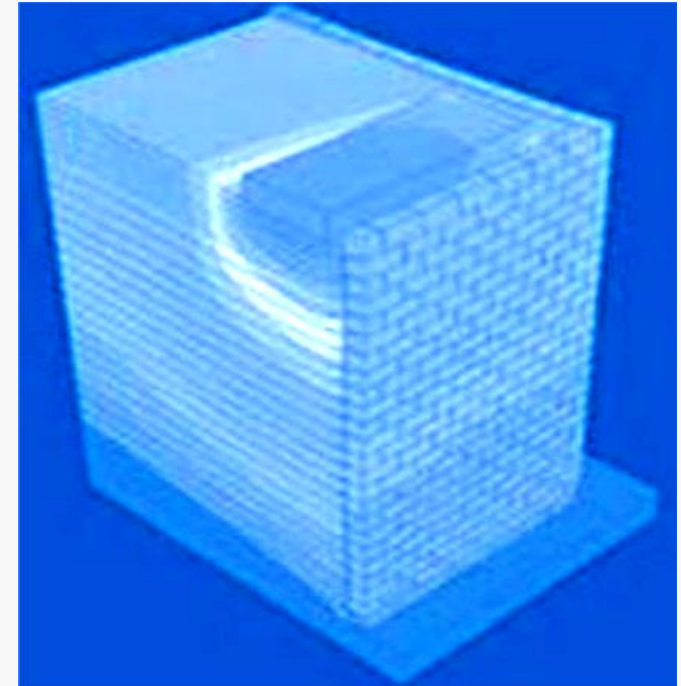
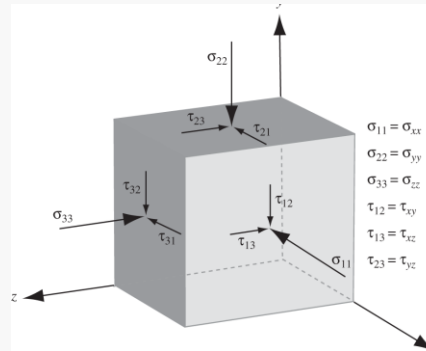
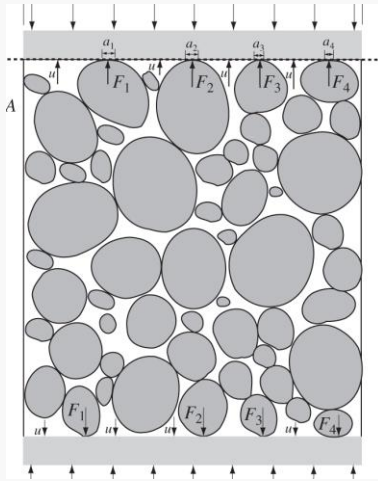


LCh Teoria sprężystości i plastyczności

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Leszek CHODOR dr inż. bud, inż.arch.

leszek@chodor.co



Literatura:

- [1] Sam Helwany (2007), *Applied Soil Mechanics: with ABAQUS Applications*, John Wiley & Sons
- [2] Firelej S., (2007), *Mechanika nawierzchni drogowej*, Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Lubelskiej, Lublin 2007

Mechanistyczna analiza gruntów i budowni drogowych

Istota problemu

Przewidywana do realizacji droga wymaga dokumentacji projektowej, którą należy opracować stosownie do kategorii drogi (autostrada, krajowa,..., lokalna) oraz złożoności warunków gruntowo-wodnych. Najczęściej drogi prowadzi się przez tereny , które są już nieodpowiednie dla budownictwa innego typu. W takim terenie pojawiają się dodatkowe problemy związane z mało nośnym podłożem drogi, niekorzystnymi warunkami gruntowo-wodnymi, ochroną środowiska przyrodniczego. Przy opracowaniu takiej dokumentacji uczestniczy wielu specjalistów: inżynier drogowy i urbanista (usytuowanie w sieci dróg), inżynier budowy mostów, inżynier geoetchnik, ekolog, inżynier inżynierii środowiska, itd.

Z punktu widzenia poprawnej konstrukcji drogi najważniejsze jest właściwe rozpoznanie warunków gruntowych na trasie drogi. Rozwiązania konstrukcyjne będą inne w zależności od przeszkód (bagna, góry rzeki, itp.). Na konstrukcjach inżynierskich (mosty, wiadukty, tunele) podłożem będzie konstrukcja obiektu, i w tym przypadku podbudowa może być ograniczona do minimum.

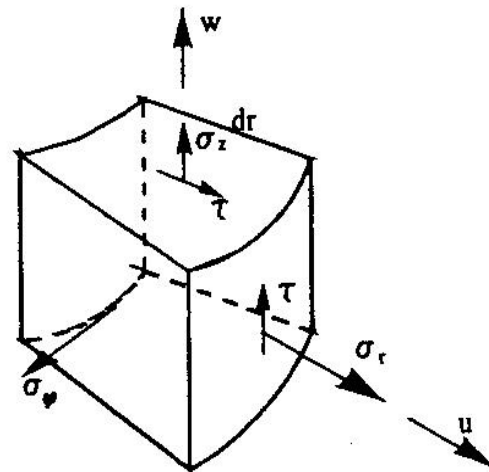
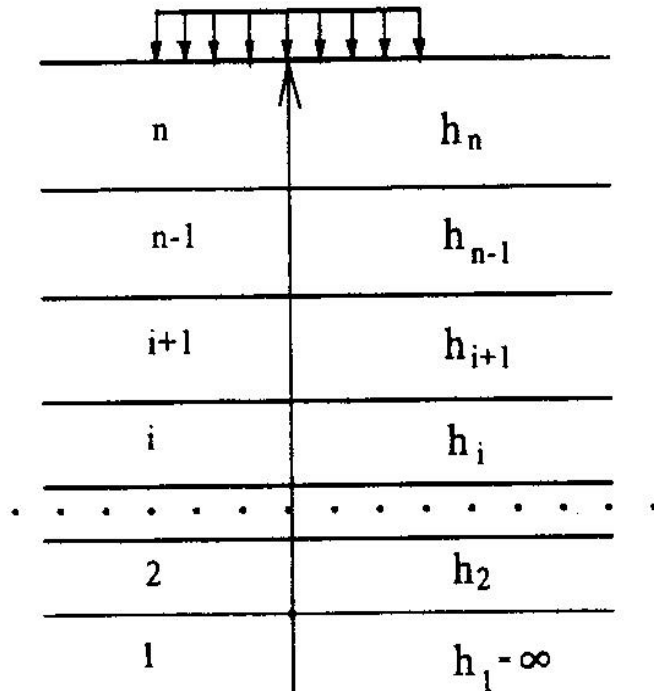
Najtrudniejsze jest prawidłowe zaprojektowanie konstrukcji drogi na podłożu gruntowym. Stosowane dotychczas w Polsce projektowanie z użyciem katalogów nawierzchni sztywnych lub półsztywnych lub też innych wytycznych bez indywidualnych obliczeń, prowadzi wielokrotnie do:

- 1) niedowymiarowania konstrukcji, co powoduje uszkodzenia w czasie eksploatacji z katastrofami budowlanymi włącznie, lub
- 2) przewymiarowania, czyli stosowanie rozwiązań ekonomicznie nieuzasadnionych, co powoduje istotne straty budżetu Państwa oraz całej Unii Europejskiej.

Dlatego, co najmniej w przypadku autostrad i dróg krajowych oraz dróg w miastach zaleca się, a nawet wymaga zaprojektowania konstrukcji drogi ze wspomaganiami obliczeniami mechanistycznymi.

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Model konstrukcji nawierzchni



Model nawierzchni wielowarstwowej i przestrzenny wycinek:
[2]

Do analizy modelu nawierzchni najczęściej używa się zapisu w walcowym układzie współrzędnych. Wycinek ma kształt klina o wymiarach dx , dr , $r d\varphi$. Na jego powierzchni działają siły normalne i styczne. Na skutek obciążenia model doznaje przemieszczeń, odkształceń.

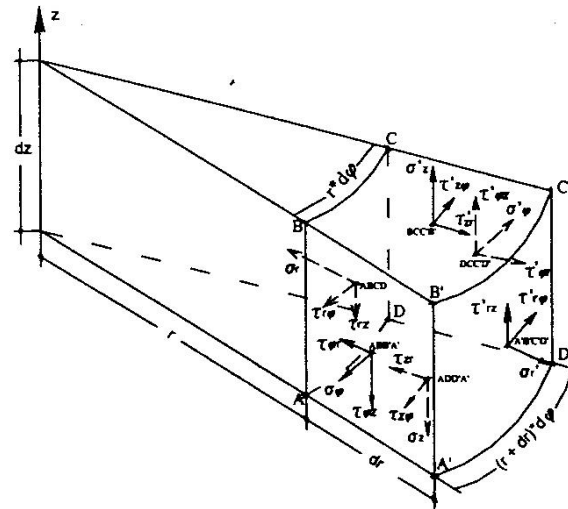
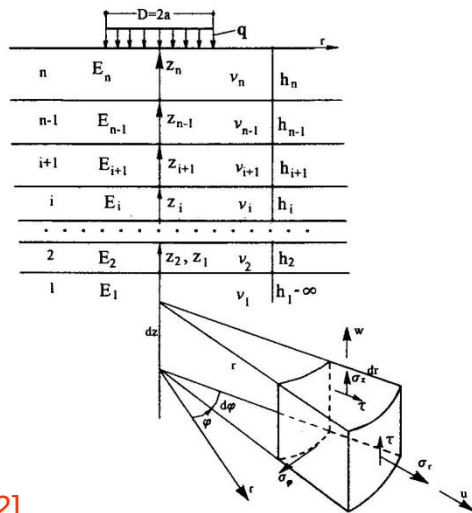
Konstrukcja nawierzchni składa się z n warstw o rozmaitych własnościach mechanicznych, które **wstępnie** możemy przyjąć na podstawie katalogu nawierzchni [Rozporządzenie Ministra(1999 z późn. zmianami)], a dolne warstwy na podstawie rozpoznania gruntowego.

Podstawowy model, to półprzestrzeń sprężysta, wielowarstwowa. Przyjmuje się, że półprzestrzeń ma nieograniczoną długość i szerokość, mimo, że faktycznie szerokość jest ograniczona do szerokości pasa drogowego

W modelu bliższym rzeczywistości uwzględnia się model reologiczny gruntu i działanie wody w gruncie. Ze względu na złożoność modelu taką analizę umożliwiają zaawansowane programy komputerowe

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Warunki równowagi



Warunki równowagi
klina półprzestrzeni
sprężystej

Sumowanie sił na oś r

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + R = 0.$$

Sumowanie sił na oś z

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\phi z}}{\partial \phi} + Z = 0$$

Sumowanie sił na oś φ

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\phi}{\partial \phi} + \frac{\tau_{r\phi}}{r} + \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial r} + \frac{\tau_{\phi z}}{r} + \frac{\partial \tau_{z\phi}}{\partial z} + \Phi = 0$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Naprężenia, odkształcenia, przemieszczenia {1}

Rozwiązanie modelu nawierzchni przeprowadza się poprzez przyjęcie funkcji naprężeń $F(r,z)$. Funkcja naprężeń jest przypuszczoną funkcją analityczną, taką by spełniała równanie biharmoniczne, tzn równanie:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}.$$

Operator Laplace'a uprości się w przypadku symetrii obciążenia. Φ - siła masowa po zrzutowaniu na oś φ

Równania Hooke'a

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_\varphi)}{E},$$

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_\varphi)}{E},$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{\sigma_\varphi - \nu \cdot (\sigma_r + \sigma_z)}{E}.$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z \cdot (1 + \nu) - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi)],$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_r \cdot (1 + \nu) - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi)],$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_\varphi \cdot (1 + \nu) - \nu \cdot (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi)].$$

Równania geometryczne Dylatacja (względna zmiana objętości)

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}.$$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}.$$

$$\Theta = \varepsilon_z + \varepsilon_r + \varepsilon_\varphi,$$

$$\Theta = \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi).$$

$$\Theta = \frac{1-2\nu}{2G(1+\nu)} (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi)$$

lub
$$\Theta = \frac{\nu}{\lambda(1+\nu)} (\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\varphi).$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Naprężenia, odkształcenia, przemieszczenia {2}

Równanie Hooke'a-inne postacie

$$\sigma_z = 2G \cdot \varepsilon_z + \lambda \cdot \Theta$$

$$\sigma_r = 2G \cdot \varepsilon_r + \lambda \cdot \Theta$$

$$\sigma_\varphi = 2G \cdot \varepsilon_\varphi + \lambda \cdot \Theta$$

$$\sigma_z = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_z + \nu \cdot (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi)],$$

$$\sigma_r = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_r + \nu \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_\varphi)],$$

$$\sigma_\varphi = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_\varphi + \nu \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_r)],$$

Wyrażenie w funkcji naprężeń

$$w = \frac{1}{2G} \left[(2-2\nu) \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$u = -\frac{1}{2G} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}$$

$$\Theta = \frac{1-2\nu}{2G} \frac{\nabla^2 \Phi}{\partial z}$$

$$\text{lub } \Theta = \frac{\nu}{\lambda} \frac{\nabla^2 \Phi}{\partial z}$$

$$\lambda \cdot \Theta = \nu \cdot \frac{\nabla^2 \Phi}{\partial z}$$

$$\sigma_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[(2-\nu) \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$\tau = \frac{\partial}{\partial r} \left[(1-\nu) \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$\sigma_r = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right]$$

$$\sigma_\varphi = \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Naprężenia, odkształcenia, przemieszczenia {3}

Wyrażenie w funkcji naprężeń , cd

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2G} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[(2-2\nu) \cdot \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]$$

$$\varepsilon_r = -\frac{1}{2G} \cdot \frac{\partial^3 \Phi}{\partial r^2 \partial z}$$

$$\varepsilon_\varphi = -\frac{1}{2 \cdot G \cdot r} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial r} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0,$$

gdzie: $\Theta = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r}$ jest dylatacją.

Inne zależności

$$\sigma_z = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_z + \nu \cdot (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi)],$$

$$\sigma_r = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_r + \nu \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_\varphi)],$$

$$\sigma_\varphi = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \varepsilon_\varphi + \nu \cdot (\varepsilon_z + \varepsilon_r)],$$

$$\sigma_z = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \frac{\partial w}{\partial z} + \nu \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right)],$$

$$\sigma_r = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \nu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{u}{r} \right)],$$

$$\sigma_\varphi = \frac{2G}{1-2\nu} \cdot [(1-\nu) \cdot \frac{u}{r} + \nu \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)],$$

$$\tau_{rz} = \tau = G \cdot \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right).$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Funkcje Bessela w modelu nawierzchni

Rozwiązanie nawierzchni drogowej wymaga stosowania funkcji Bessela, które są rozwiązaniem równania różniczkowego

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{p^2}{x^2}\right) \cdot y = 0$$

lub

$$y'' + \frac{y'}{x} + \left(1 - \frac{p^2}{x^2}\right) \cdot y = 0.$$

Funkcje Bessela pierwszego rzędu

$$J_p(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{i! \cdot \Gamma(p+i+1)} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{p+2i} \quad \Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} \cdot e^{-t} dt \quad \boxed{\Gamma(n+1) = n!}$$

$$J_0(x) = 1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{(1!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{(2!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{(3!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{(4!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{(5!)^2} + \dots$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} \cdot \left[1 - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2 \cdot (1!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{3 \cdot (2!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{4 \cdot (3!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{5 \cdot (4!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{6 \cdot (5!)^2} + \dots\right]$$

$$J_2(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2 \cdot 3 \cdot (1!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{3 \cdot 4 \cdot (2!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{4 \cdot 5 \cdot (3!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{5 \cdot 6 \cdot (4!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{6 \cdot 7 \cdot (5!)^2} + \dots\right]$$

$$J_3(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^3 \cdot \left[\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot (1!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^4}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot (2!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^6}{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot (3!)^2} + \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^8}{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot (4!)^2} - \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{10}}{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot (5!)^2} + \dots\right]$$

$$\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^n} \cdot (2n-1)!!$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2} - n\right) = \frac{2^n \sqrt{\pi}}{(2n-1)!!} \cdot (-1)^n$$

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) &= \sqrt{\pi}, & \Gamma\left(-\frac{1}{2}\right) &= -2\sqrt{\pi}, \\ \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) &= \frac{1}{2}\sqrt{\pi}, & \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) &= \frac{3}{4}\sqrt{\pi}, \\ \Gamma\left(\frac{7}{2}\right) &= \frac{15}{8}\sqrt{\pi}. \end{aligned}$$

Wyraz szeregu	Wartość wyrazu	Ilość cyfr liczby w części	
		całkowitej	ułamkowej
0	1	1	15
5	-711 111 111,111 111 1	9	7
10	7 962 947 410 331,301	13	3
15	-627 914 696 101 992,9	15	1
20	1 857 593 115 339 404,0	16	0
25	-467 959 669 447 474,0	15	1
30	16 386 250 509 951,60	14	2
35	-110 569 259 172,918 3	12	4
40	181 597 354 229 494 4	9	7
45	-86 511,907 430 736 58	5	11
50	13,704 077 987 372 91	2	14
55	-0,000 805 263 660 245 3	0	16
60	0,000 000 019 197 725 6	0	16
65	-0,000 000 000 000 200 1	0	16
70	0,000 000 000 000 000 001	0	16

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Warunki brzegowe w modelu nawierzchni

W modelu o n -warstwach (łącznie z warstwą półprzestrzeni (najniższą) mamy N niewiadomych

Zakłada się, że na styku warstw sąsiednich naprężenia i przemieszczenia powinny być równe (kontinuum materiału)

$$N = (n - 1) \cdot 4 + 2.$$

$$w_i = w_{i+1} \quad \text{oraz} \quad \sigma_{zi} = \sigma_{zi+1}$$

Dwa następne równania na styku warstw będą zależne od rodzaju współpracy między nimi:

- Pełna współpraca, gdy przemieszczenia poziome i naprężenia styczne są równe

$$u_i = u_{i+1} \quad \text{oraz} \quad \tau_i = \tau_{i+1},$$

- brak tarcia, gdy naprężenia styczne są zerowe $\tau_i = 0$ oraz $\tau_{i+1} = 0$.

- Pośredni warunek współpracy, gdy naprężenia styczne są ograniczone do pewnej wielkości po przekroczeniu której następuje wzajemny przesuw warstw

$$\tau_i = \tau_{i+1} = p^* u_{i+1}.$$

Pozostałe dwa równania otrzymujemy z rodzaju oddziaływania na nawierzchnię drogową.

Najczęściej stosowane obciążenia, to równomierny nacisk płyty podatnej, o stałej wartości q . W przypadku pomijania sił poziomych mamy drugie równania zerowania naprężeń stycznych na powierzchni obciążenia modelu.

Inne rodzaje obciążeń modelu, to: płyta sztywna, o stałej wielkości przemieszczenia pod nią, nacisk poziomy o zmiennej liniowej proporcjonalności do odległości poziomej od środka płyty.

Inne warunki należy sformułować w zależności od ograniczeń w obciążeniach oraz przemieszczeniach na brzegach nawierzchni, tak by zadanie było rozwiązalne.

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Przykład-półprzestrzeń obciążona płytą podatną

Warunki brzegowe

1: zerowanie się naprężeń stycznych, 2: równość naprężeń pionowych i nacisku płytą podatną

$$\tau_1 = 0 \quad \text{dla} \quad z_1 = 0.$$

$$\sigma_{z1} = -q(r) \quad \text{dla} \quad z_1 = 0.$$

Rozwiązanie

$$w = -\frac{aq}{2G_1} \int_0^{\infty} (2 - 2\nu - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \frac{J_1(ka)}{k} dk,$$

$$u = -\frac{aq}{2G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_1(kr) \cdot \frac{J_1(ka)}{k} dk,$$

$$\varepsilon_z = -\frac{aq}{2G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot J_1(ka) dk,$$

$$\varepsilon_r = -\frac{aq}{2G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right] \cdot J_1(ka) dk,$$

$$\varepsilon_\varphi = -\frac{aq}{2G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \frac{J_1(kr)}{kr} \cdot J_1(ka) dk,$$

$$\sigma_z = -aq \int_0^{\infty} (1 - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot J_1(ka) dk, \quad (11.26)$$

$$\sigma_r = -aq \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right] \cdot J_1(ka) dk -$$

$$-2\nu aq \int_0^{\infty} \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot J_1(ka) dk, \quad (11.27)$$

$$\sigma_\varphi = -aq \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \frac{J_1(kr)}{kr} \cdot J_1(ka) dk -$$

$$-2\nu aq \int_0^{\infty} \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot J_1(ka) dk, \quad (11.28)$$

$$\tau = -aq \int_0^{\infty} kz \cdot \exp(kz) \cdot J_1(kr) \cdot J_1(ka) dk. \quad (11.29)$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Przykład-półprzestrzeń obciążona płytą sztywną (stemplem)

Warunki brzegowe

1: zerowanie się naprężeń stycznych, 2: równość naprężeń pionowych i nacisku płytą podatną

$$\tau_1 = 0 \quad \text{dla} \quad z_1 = 0.$$

$$\sigma_{z1} = -q(r) \quad \text{dla} \quad z_1 = 0.$$

Rozwiązanie

$$w = -\frac{aq}{4G_1} \int_0^{\infty} (2 - 2\nu - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \frac{\sin(ka)}{k} dk,$$

$$u = -\frac{aq}{4G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_1(kr) \cdot \frac{\sin(ka)}{k} dk,$$

$$\varepsilon_z = -\frac{aq}{4G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \sin(ka) dk$$

$$\varepsilon_r = -\frac{aq}{4G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right] \cdot \sin(ka) dk$$

$$\varepsilon_{\varphi} = -\frac{aq}{4G_1} \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \frac{J_1(kr)}{kr} \cdot \sin(ka) dk$$

$$\sigma_z = -\frac{1}{2} aq \int_0^{\infty} (1 - kz) \cdot \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \sin(ka) dk \quad (11.41)$$

$$\sigma_r = -\frac{1}{2} aq \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \left[J_0(kr) - \frac{J_1(kr)}{kr} \right] \cdot \sin(ka) dk -$$

$$- \nu aq \int_0^{\infty} \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \sin(ka) dk \quad (11.42)$$

$$\sigma_{\varphi} = -\frac{1}{2} aq \int_0^{\infty} (1 - 2\nu + kz) \cdot \exp(kz) \cdot \frac{J_1(kr)}{kr} \cdot \sin(ka) dk -$$

$$- \nu aq \int_0^{\infty} \exp(kz) \cdot J_0(kr) \cdot \sin(ka) dk \quad (11.43)$$

$$\tau = -\frac{1}{2} aq \int_0^{\infty} kz \cdot \exp(kz) \cdot J_1(kr) \cdot \sin(ka) dk. \quad (11.44)$$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Moduł zastępczy i nomogramy

Moduł zastępczy nawierzchni wielowarstwowej: ugięcie maksymalne półprzestrzeni sprężystej jest równe ugięciu nawierzchni wielowarstwowej

obciążenie płytą podatną

$$E_z = \frac{qD(1 - \nu_1^2)}{w_o},$$

obciążenie płytą sztywną

$$E_z = \frac{\pi q_{sr} D(1 - \nu_1^2)}{4 w_o},$$

gdzie: q - nacisk jednostkowy pod płytą [MPa]; D -średnica płyty [m]; ν_1 -współczynnik Poissona warstwy najniższej (podłoża gruntowego); w_o – ugięcie pod płytą w osi obciążenia [m]

q_{sr} - średni nacisk jednostkowy pod płytą sztywną (P -siłą działającą na płytę sztywną)

$$q_{sr} = \frac{4P}{\pi D^2}.$$

Nomogramy dla modeli 2-warstwowych

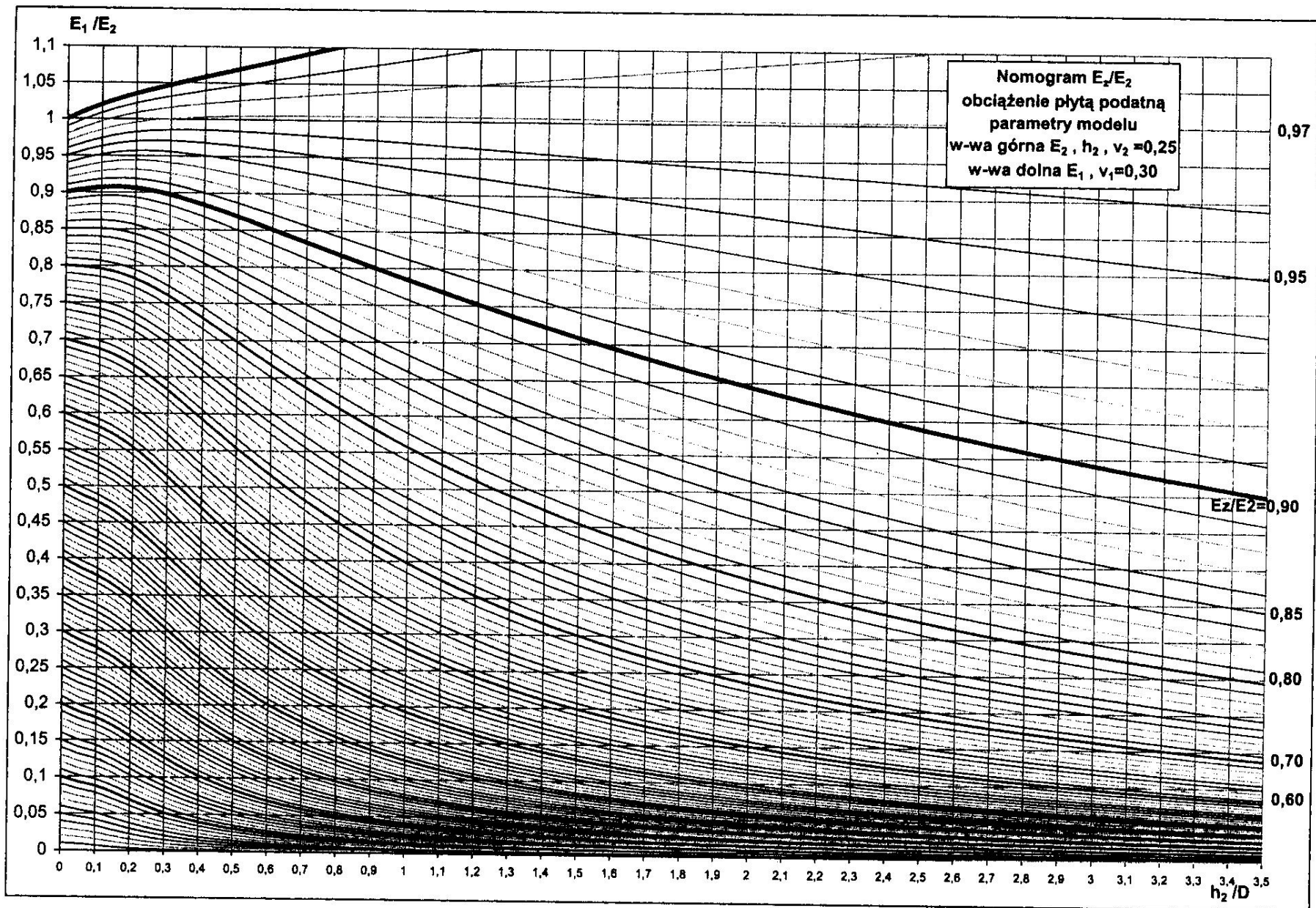
Nomogramy umożliwiają zamianę układu dwuwarstwowego w półprzestrzeń sprężystą, opisywaną modułem zastępczym. Nomogramy te są podawane dla współczynników Poissona warstwy dolnej ν_1 , górnej ν_2

Nomogramy dla płyty podatnej pozwalają na wyznaczenie modułu zastępczego dla modelu dwuwarstwowego. Nomogramy dla płyty sztywnej (stempla) pozwalają na wyznaczenie potrzebnej grubości wzmocnienia podłoża i modułu warstwy

Dalej podano cztery nomogramy z kilkudziesięciu podanych w pracy [2] dla różnych współczynników Poissona

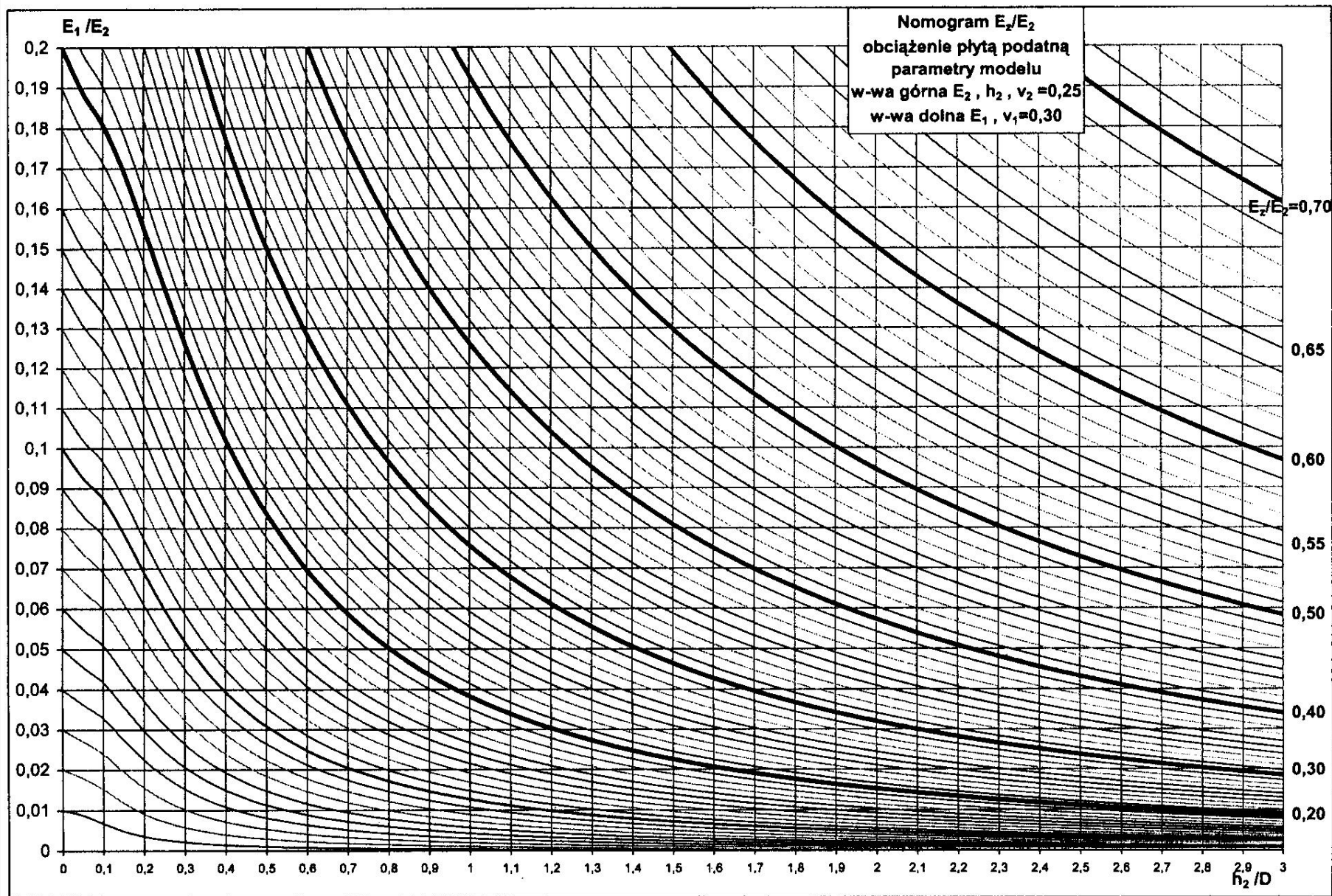
Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Nomogram płyta podatna – pełnyzakres do wyznaczenia E_z [2]



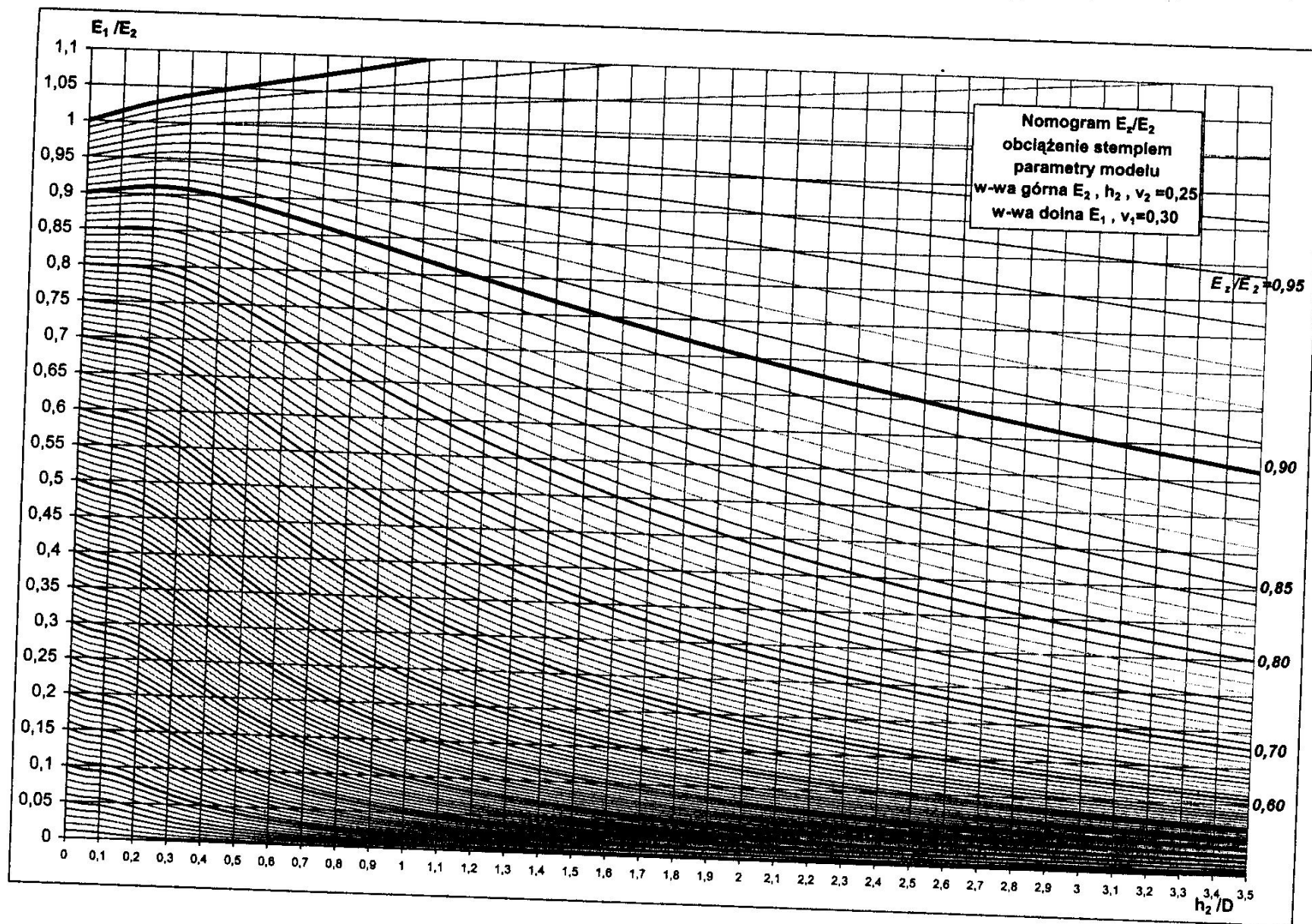
Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Nomogram płyta podatna – dolny zakres do wyznaczenia E_z [2]



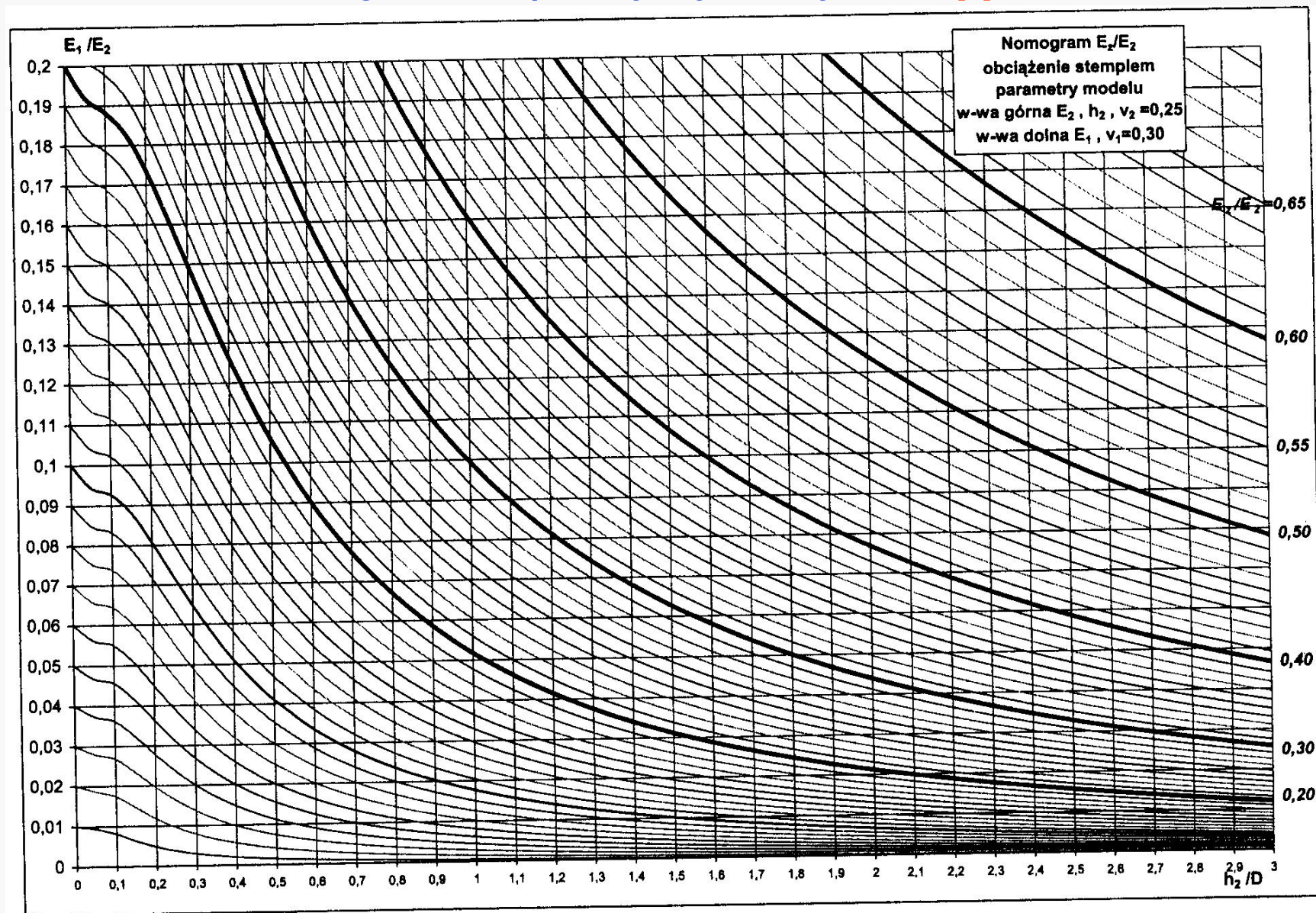
Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Nomogram stempeł sztywny – pełny zakres [2]



Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Nomogram stempel sztywny – dolny zakres [2]

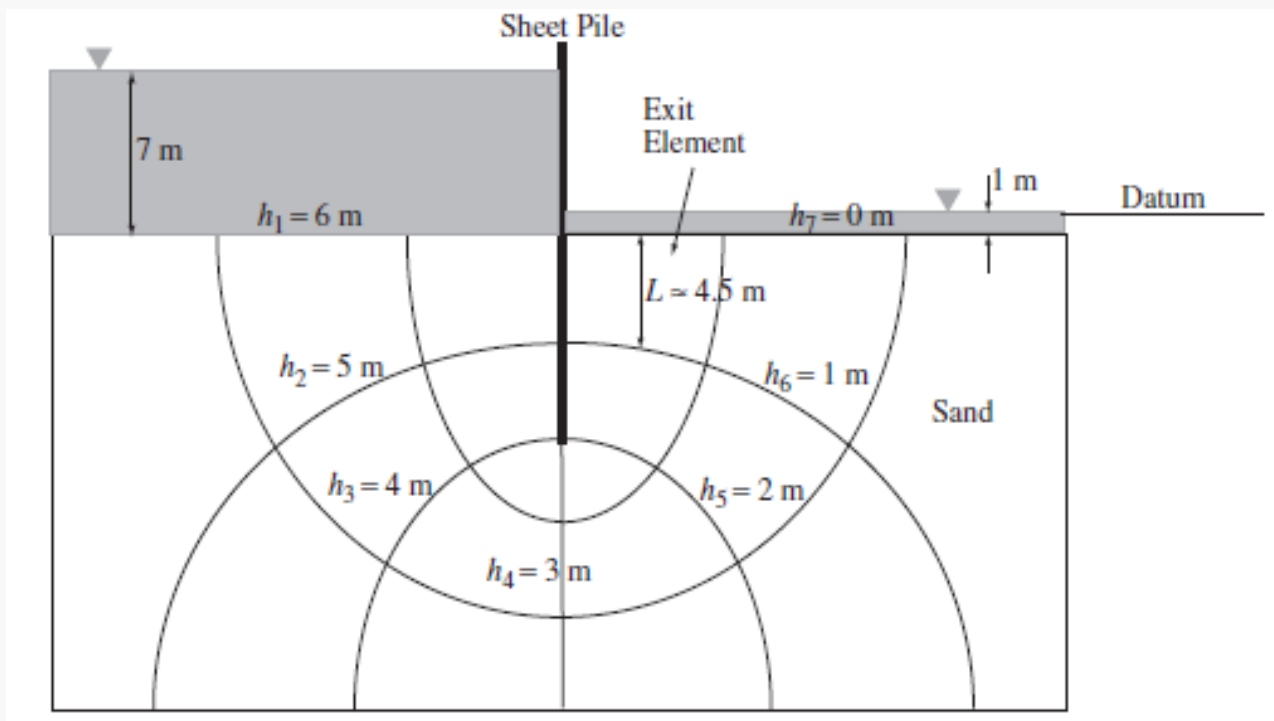


Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Rozwiązania numeryczne ABAQUS {1} – Grunt wokół drogi w wykopie

Za pomocą programów komputerowych można analizować zachowanie konstrukcji dróg w modelu nawodnionego ośrodka ziarnistego bez potrzeby założeń upraszczających o półprzestrzeni sprężystej

Przykład 1 [1]: Grunt wokół drogi w wykopie

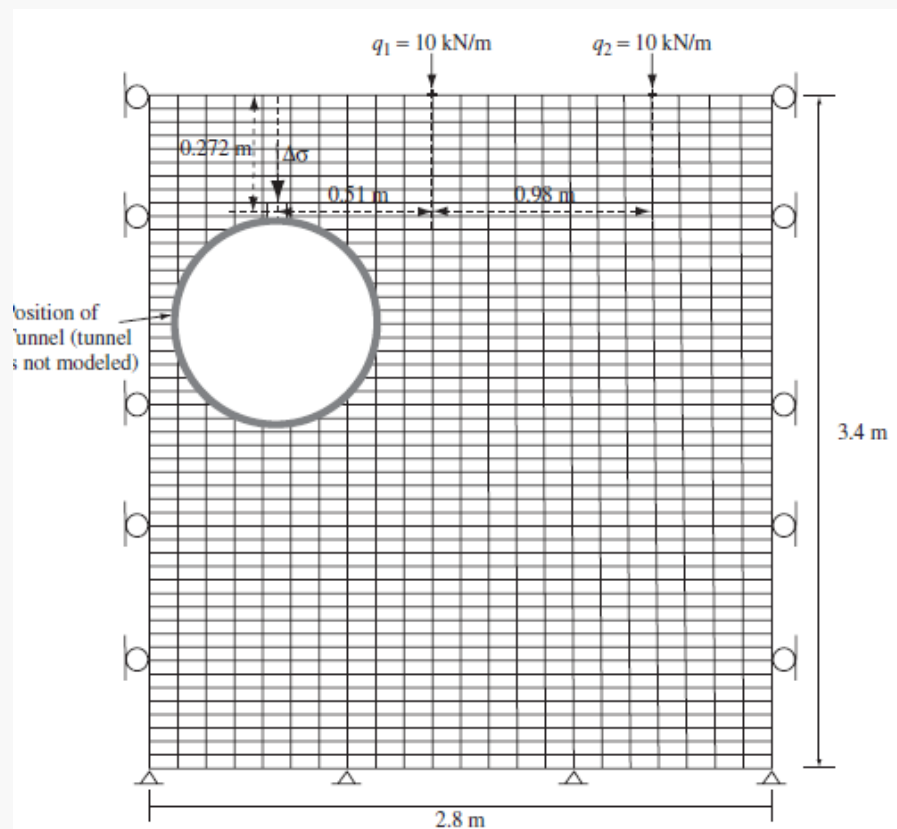
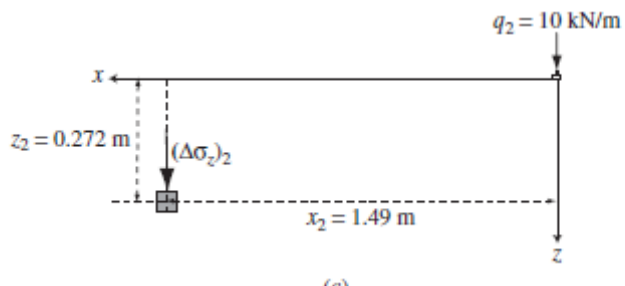
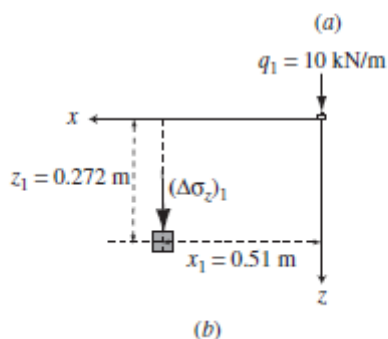
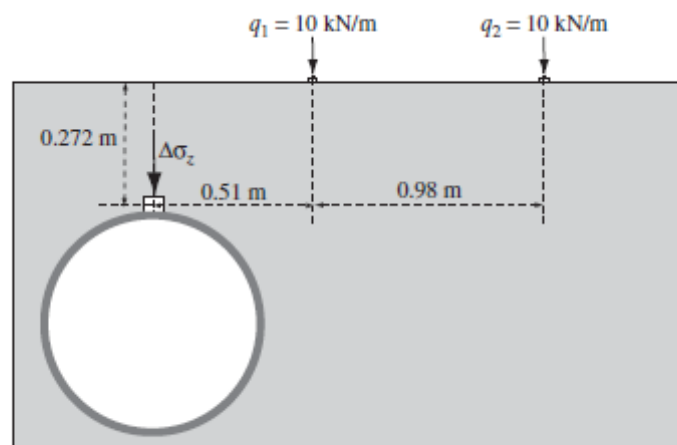


z	Total Stress, σ	Pore Water Pressure u	Effective Stress, σ'
0	0	0	0
H_1	$H_1\gamma_w$	$H_1\gamma_w$	0
$H_1 + H_2$	$H_1\gamma_w + H_2\gamma_{sat}$	$(h + H_1 + H_2)\gamma_w$	$H_2\gamma' - h\gamma_w$

Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Rozwiązania numeryczne ABAQUS {2} – Droga nad kolektorem

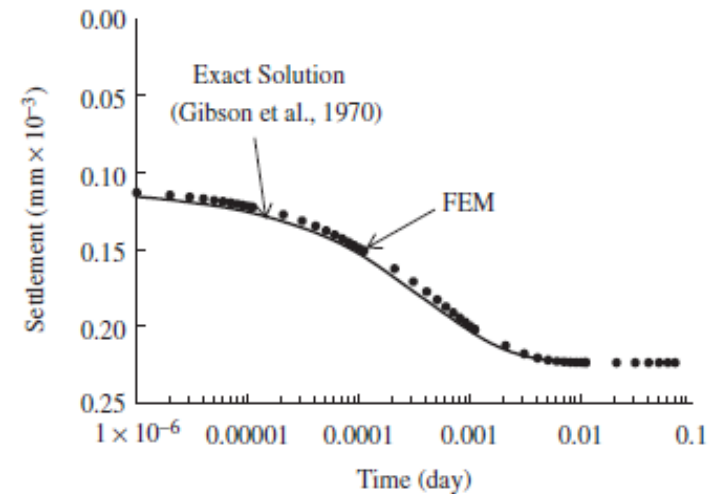
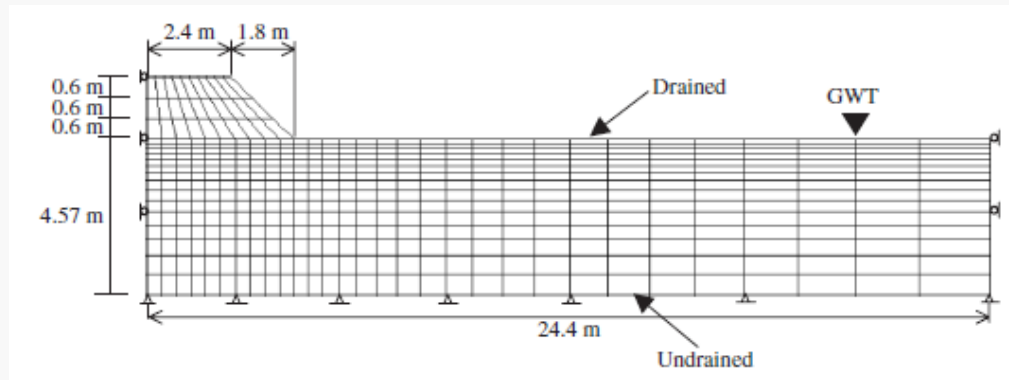
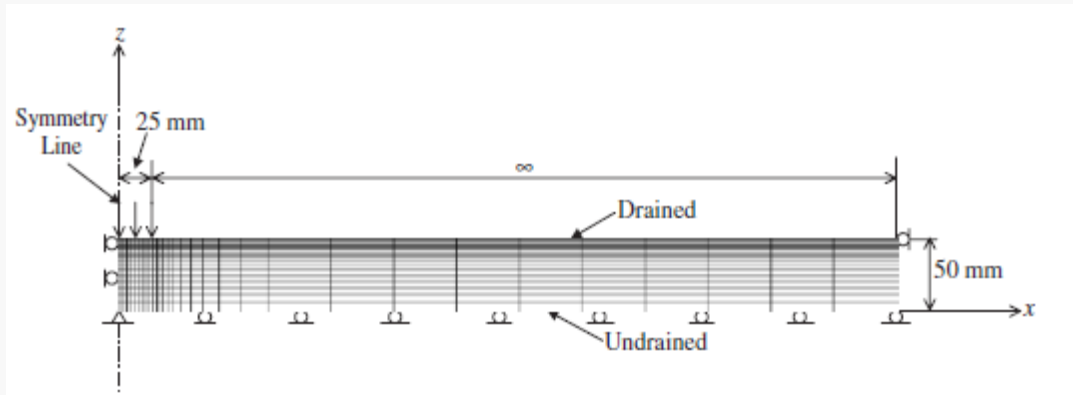
Przykład 2 [1]: Analiza konstrukcji drogi nad kolektorem



Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Rozwiązania numeryczne ABAQUS {3} – Drenaż drogi

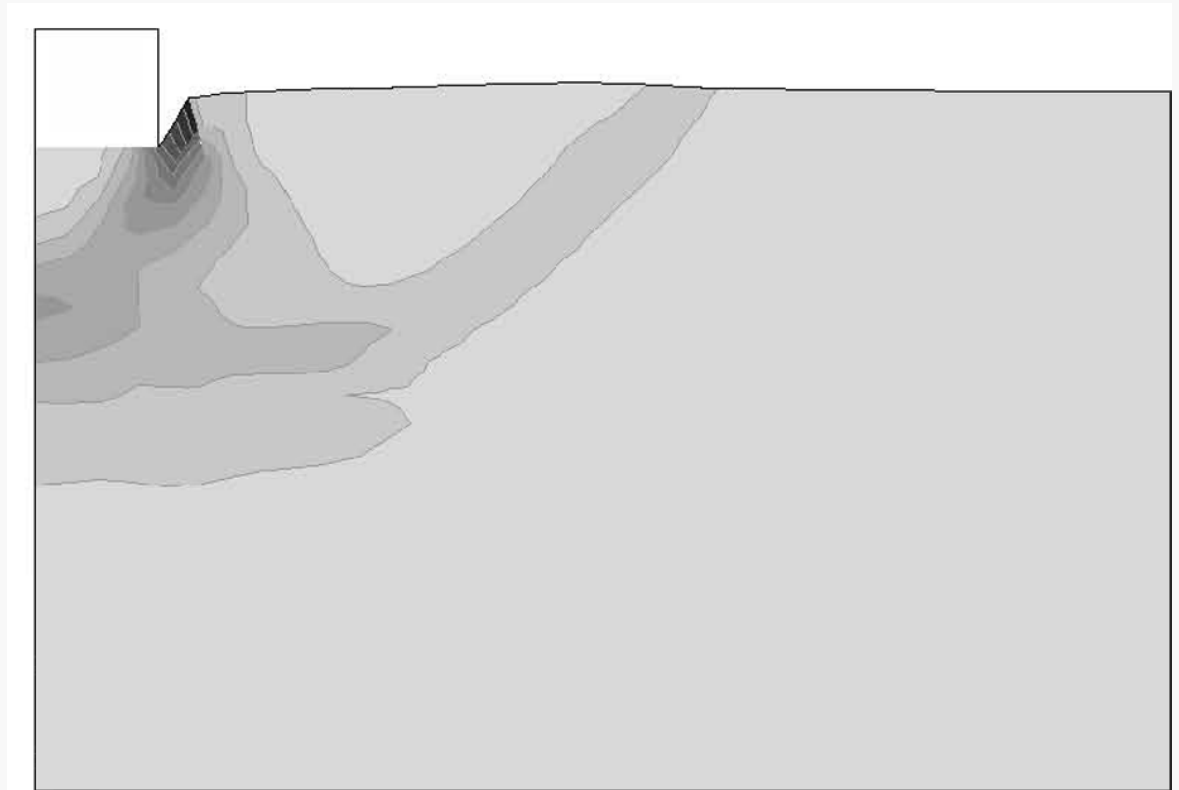
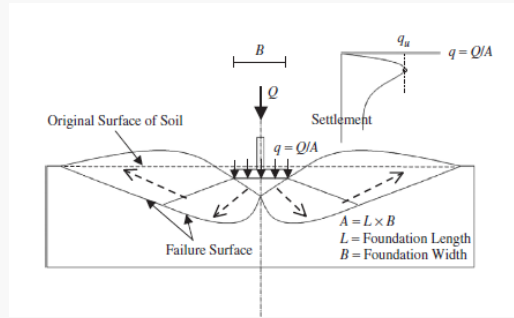
Przykład 3 [1]: Problem konsolidacji – drenaż



Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Rozwiązania numeryczne ABAQUS {2} – Palowanie podłoża pod drogę

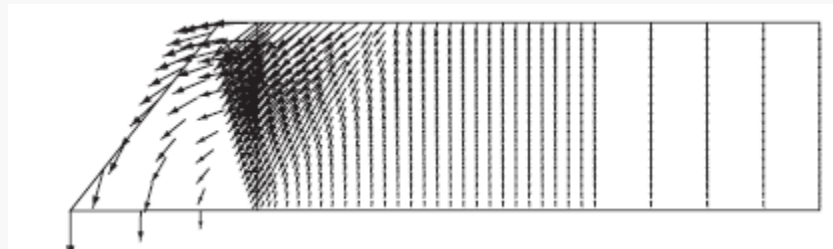
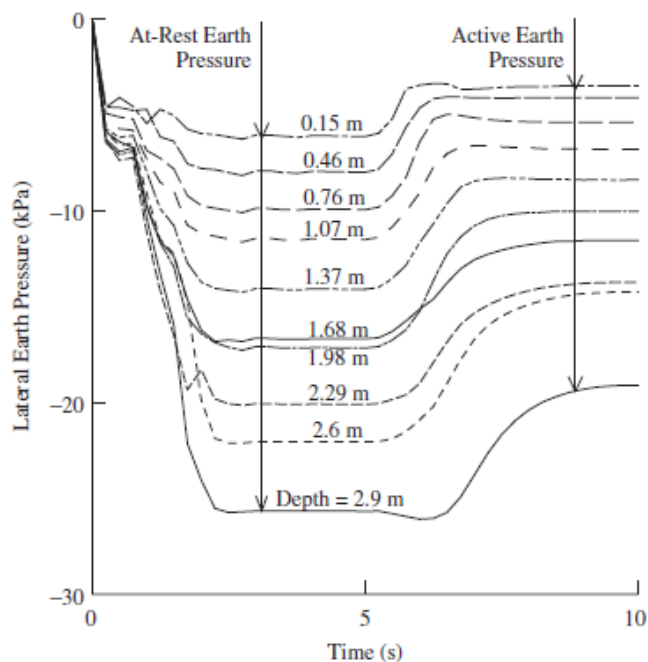
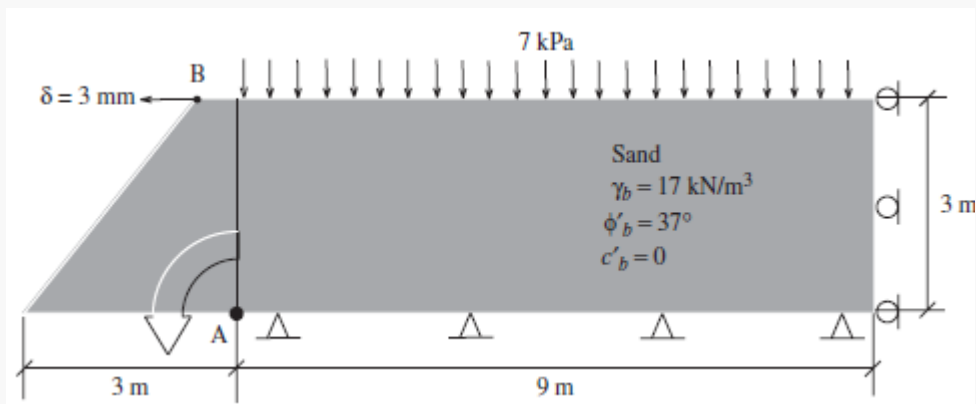
Przykład 4 [1]: Problemy wzmocnienia -palowania podłoża



Mechanistyczna analiza gruntów i budowli drogowych

Rozwiązania numeryczne ABAQUS {2} – Droga na wzniesieniu

Przykład 5 [1]: Droga na wzniesieniu

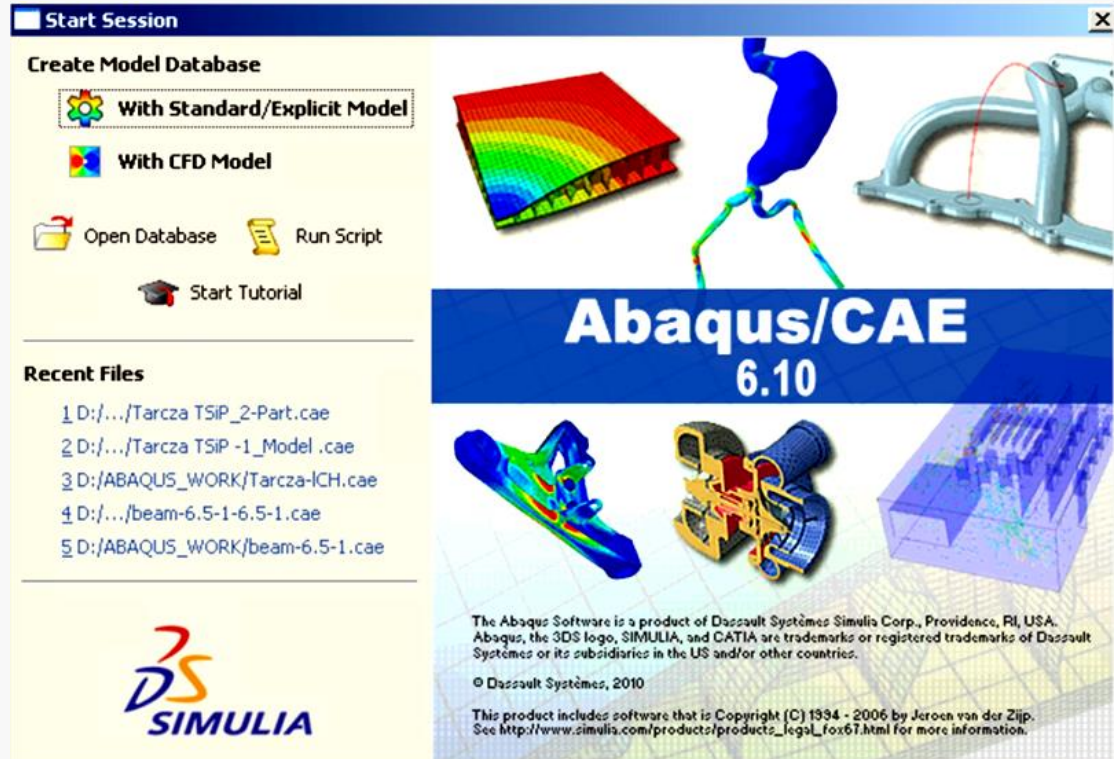
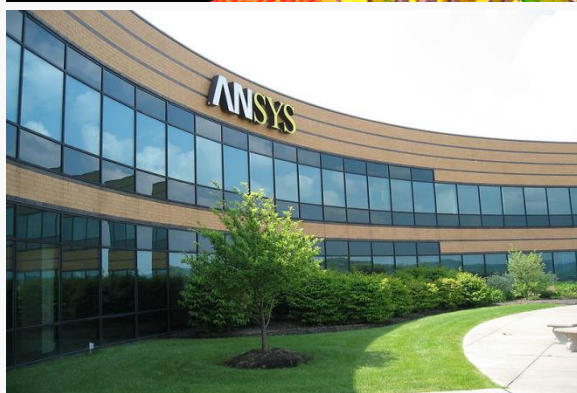
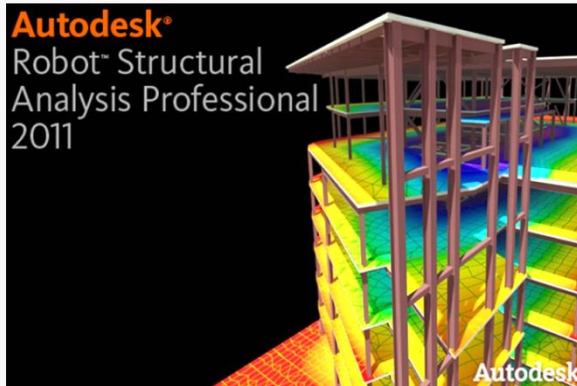


Teoria sprężystości i plastyczności

Implementacje komputerowe

Leszek CHODOR dr inż. bud, inż.arch.

leszek@chodor.pl



Literatura:

- [1] Simulia., *Abaqus Documentation, Simulia, 2010* (wer. 6.10)
- [2] Autodesk, *Podręcznik użytkownika. Robot Structural Analysis* wer. 2011, 2010
- [3] *List of finite element software packages* [en.wikipedia.org/wiki/List_of_finite_element_software_packages]
- [4] Bentley, *Technical Reference Manual STAAD Pro v. 2007*

Dostępnych jest wiele programów MES (Finite Element Method) do rozwiązywania zagadnień TSIP, a także dowolnych innych nieliniowości.

Software FEM podzielimy na dwie grupy: 1. **komercyjne**, 2. **licencja free**

Najważniejsze **komercyjne**:

Abaqus : pakiet francusko-amerykański napisany przez WOLFRAM, obecnie własność Simulia

Adina: Zaawansowany program BIM do analizy konstrukcji wraz z Eurokodami

Ansys program amerykański

Diana : zaawansowany program FEM (3D i nieliniowości)

FEM-Design: program do analizy konstrukcji – szwedzki

Plaxis: zaawansowany program do analiz geotechnicznych.

SAP 2000 : pakiet FEM amerykański

ROBOT: inżynierski program FEM – francusko-polski, obecnie własność Autodesk oraz wiele innych:

pakietów FEM ogólnych (**LUKAS**, **RFEM**, **Sofistik** itd.)

lub specjalizowanych do szczególnych zagadnień, np.:

ACTRAN – akustyka,

HyperSizer – materiały kompozytowe

Inflytica MagNet – elektryka i analizy termiczne

LINKpipe – przepływy w rurociągach