

KONSTRUKCJE budowlane 2 (Arch) : Kopyły



Kopuła centrum technologicznego [wizualizacja własna]

Opracowano z wykorzystaniem materiałów:

- [1] Macdonald, Angus J., Structural Design for Architecture, Architectural Press, Oxford, 1998
- [2] K. Grabiec, Żelbetowe konstrukcje cienkościennie, PWN, Warszawa 1999
- [3] Borusiewicz W., Konstrukcje budowlane dla architektów, Arkasy, Warszawa 1978
- [4] Bogucki W. (red). Poradnik projektanta konstrukcji metalowych, Arkady, Warszawa 1982
- [5] Materiały własne i strony www [dostępne w dniu wykładu]

Leszek CHODOR, dr inż. bud, inż.arch.
leszek@chodor.co ; lch@chodor-projekt.net

Kopuły w architekturze

Stanowią zwykle powierzchnie obrotowe lub powierzchnie wielościennie. Najczęściej kopułom nadaje się powierzchnię obrotowa kulistą, eliptyczną lub paraboliczną, ale znane są również kopuły złożone



Santa Maria del Fiore Florencja



Hala Ludowa, dawniej Hala Stulecia (Jahrhundrehalle) Wrocław autor **Max Berg** (1913)



Antoni .Gaudi, Casa Battlo , Barcelona



Oscar Niemeyer – Teatr w Niteroi

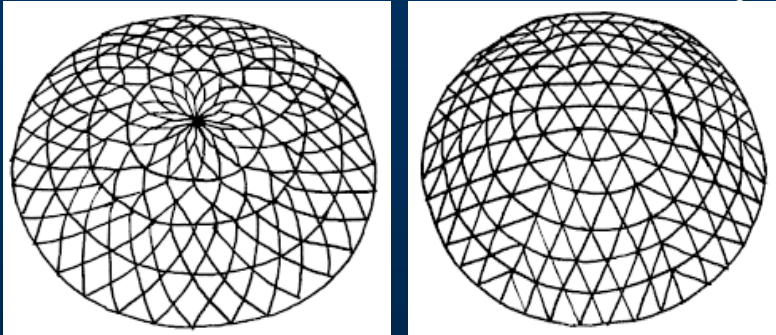


Afryka , chaty plemienne

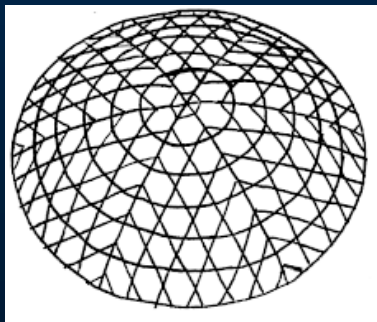
Kopuły w architekturze – kopuły prętowe

Trzy podstawowe grupy :

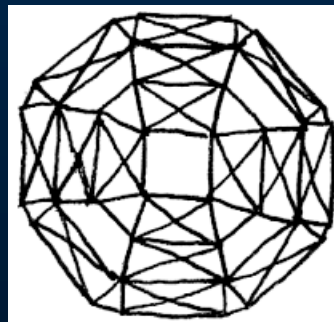
1. kopuły żebrowe,
2. kopuły żebrowo-pierścieniowe
3. Kopuły siatkowe



Kopuły siatkowe ::



Lamella



Zimmermanna



Shwedlera



Hala Ludowa Widok wnętrza

Inne siatki: La Mella, Klewita, Nerviego, Lederera

Równanie obrotowej powierzchni:

$$x^2 + y^2 = [f(z)]^2 ::$$

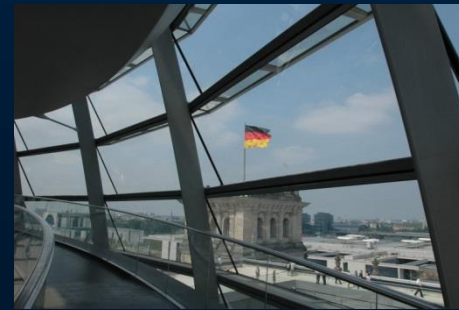
czasza kulista, itd.

Kopuły w architekturze – **kopuły żebrowe** {1}

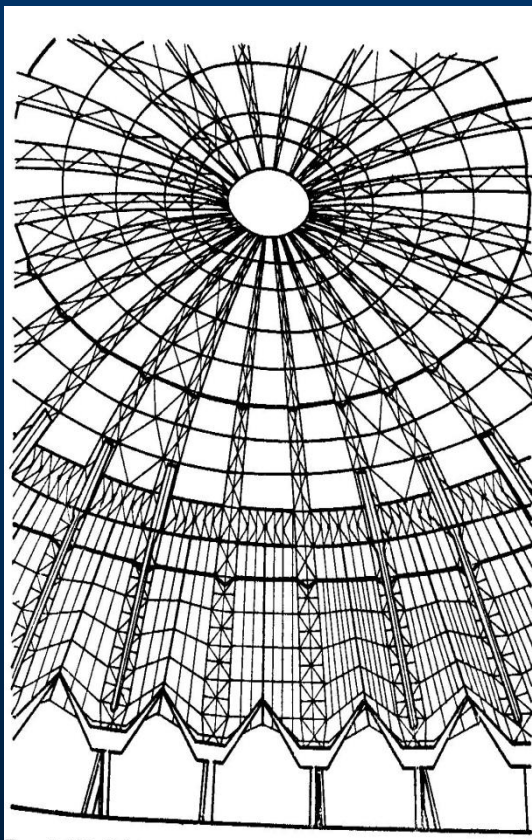
Stosuje się na powierzchniach o rzutach kolistych lub wielobocznych. Żebra wychodzą promieniście z wierzchołka i mogą być kratowe lub pełnościenne. *W kierunku równoleżnikowym* w odstępie 4 do 8 m żebra łączy się pierścieniami, których zadaniem jest powiązanie układu płaskich żebrowych w układ przestrzenny i przejście naprężeń występujących w przekrojach równoleżnikowych



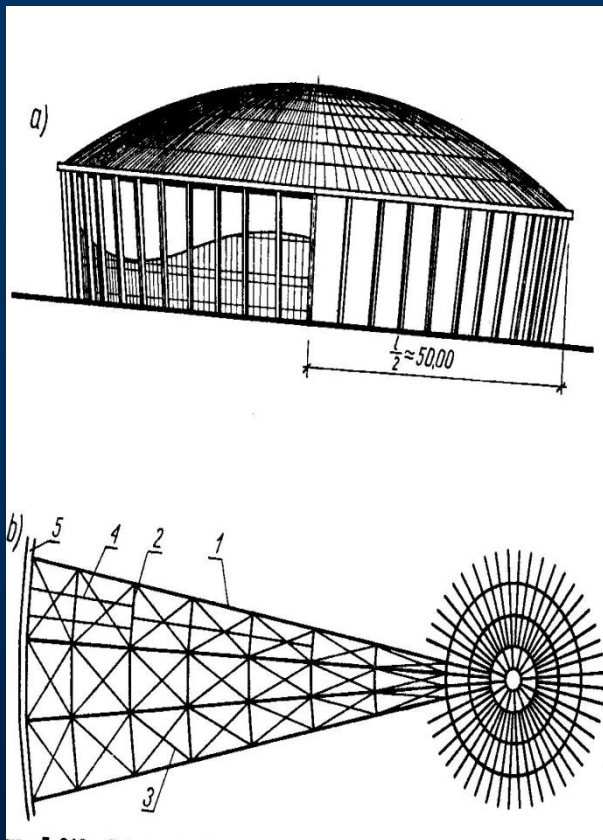
Przeszklona kopuła (Kupel) o średnicy 40 metrów i wysokości 23 metrów projektu Normana Foster'a.



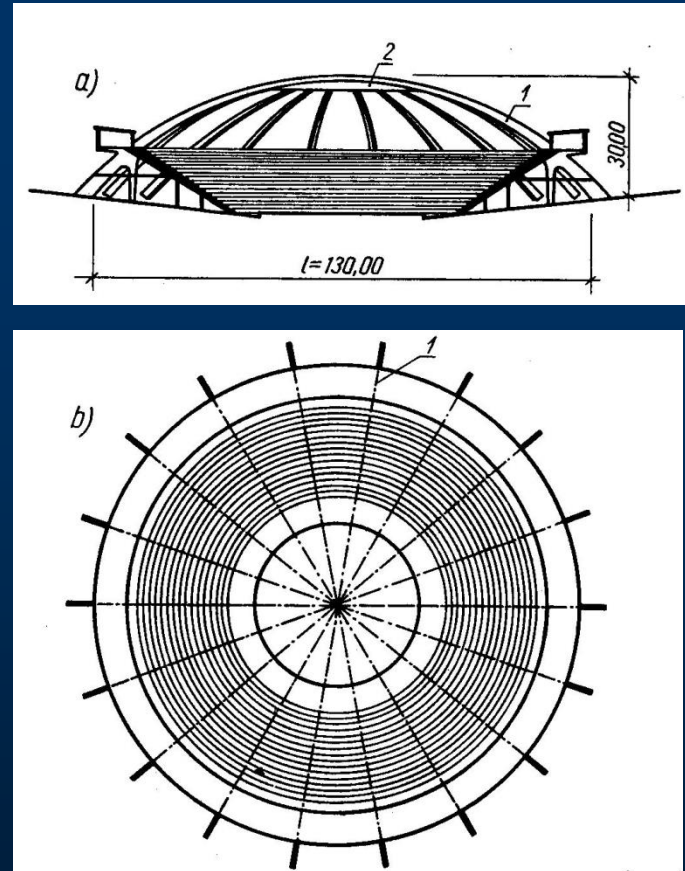
Kopuły w architekturze – kopuły żebrowe {2}



Układ konstrukcyjny przekrycia hali widowiskowo-sportowej w Poznaniu

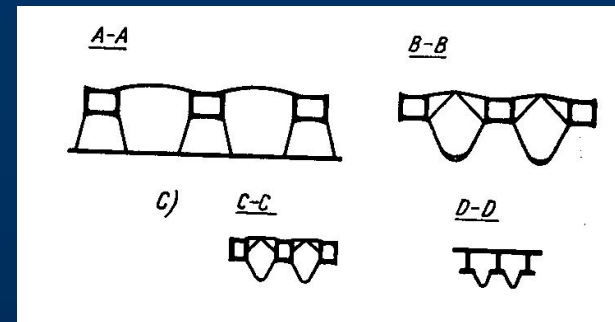
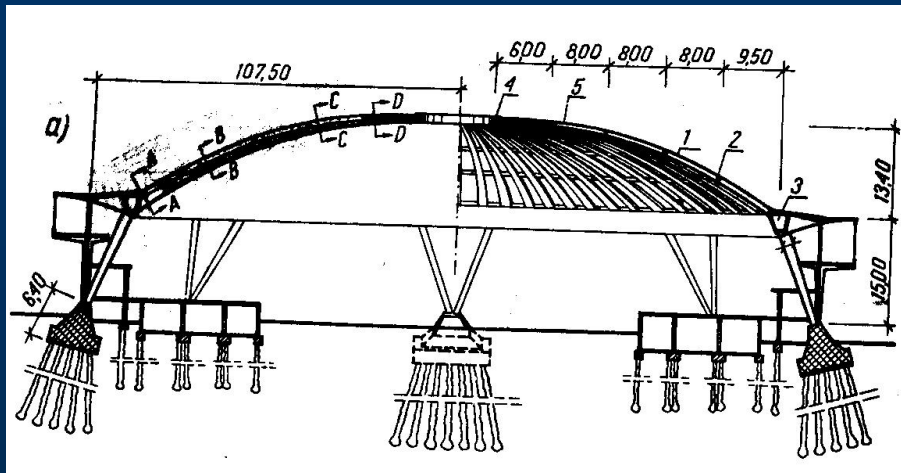


Kopuła żebrowa w Coloseum W Churlott (USA)

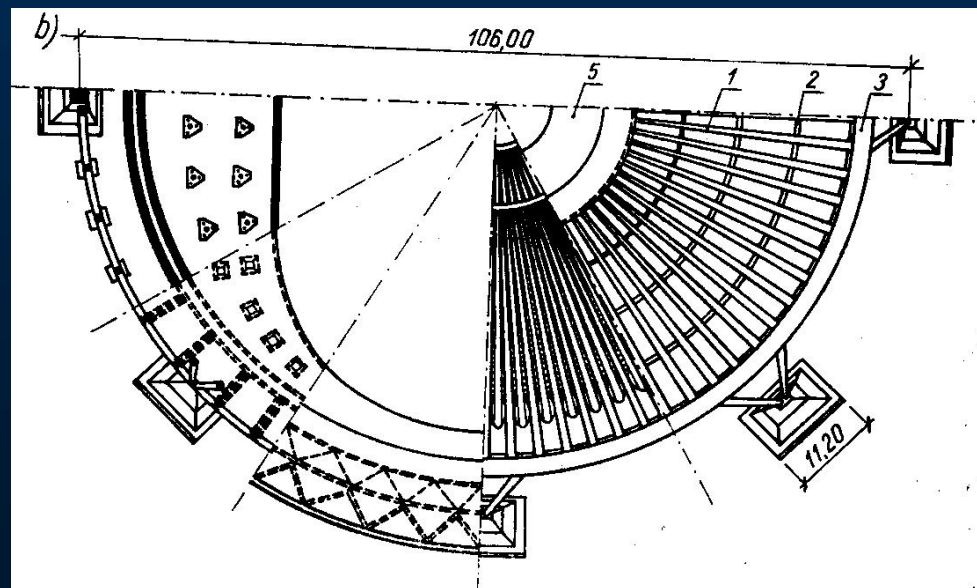


Żelbetowa kopuła żebrowa stadionu w Rio de Janeiro (Brazylia)

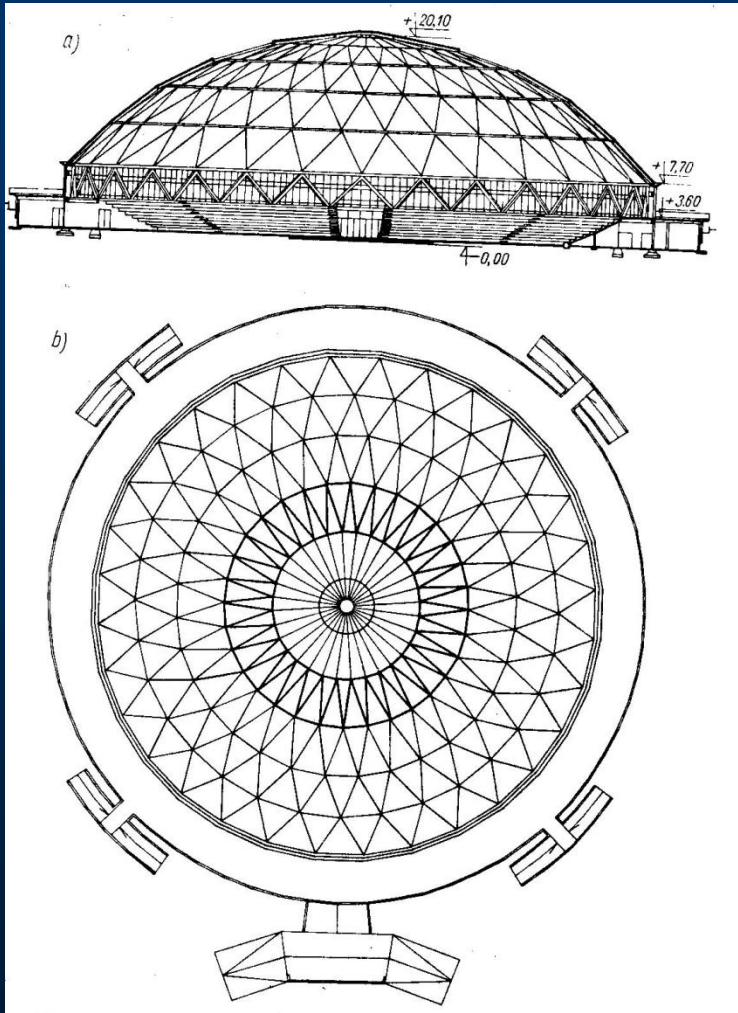
Kopuły w architekturze – kopuły żebrowe {3}



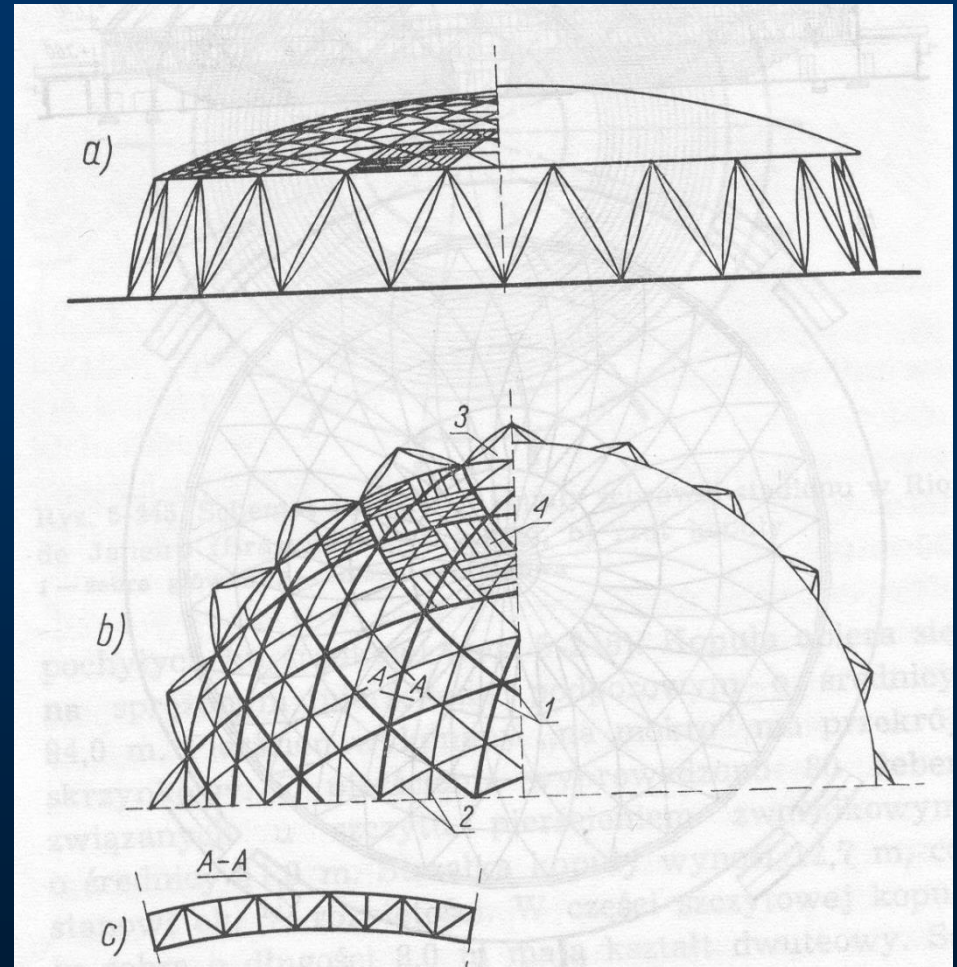
Prefabrykowana kopuła żebrowa hali wystawowej w Belgradzie



Kopuły w architekturze – kopuły siatkowe {1}

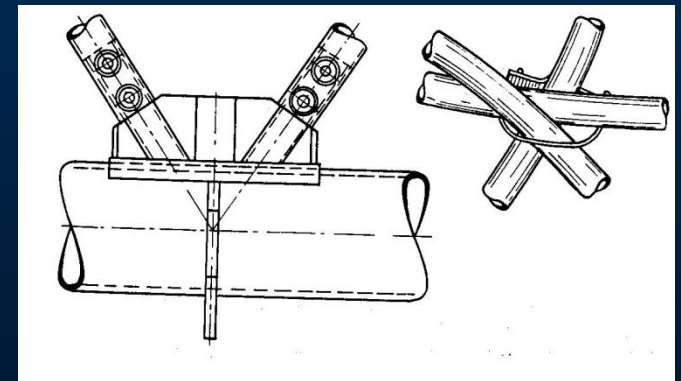
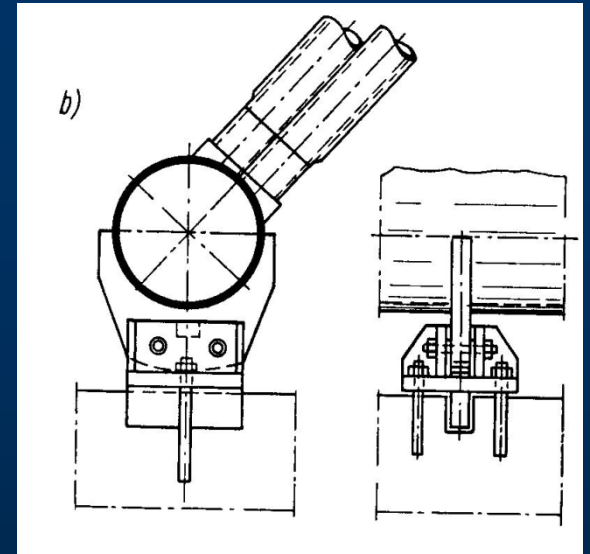
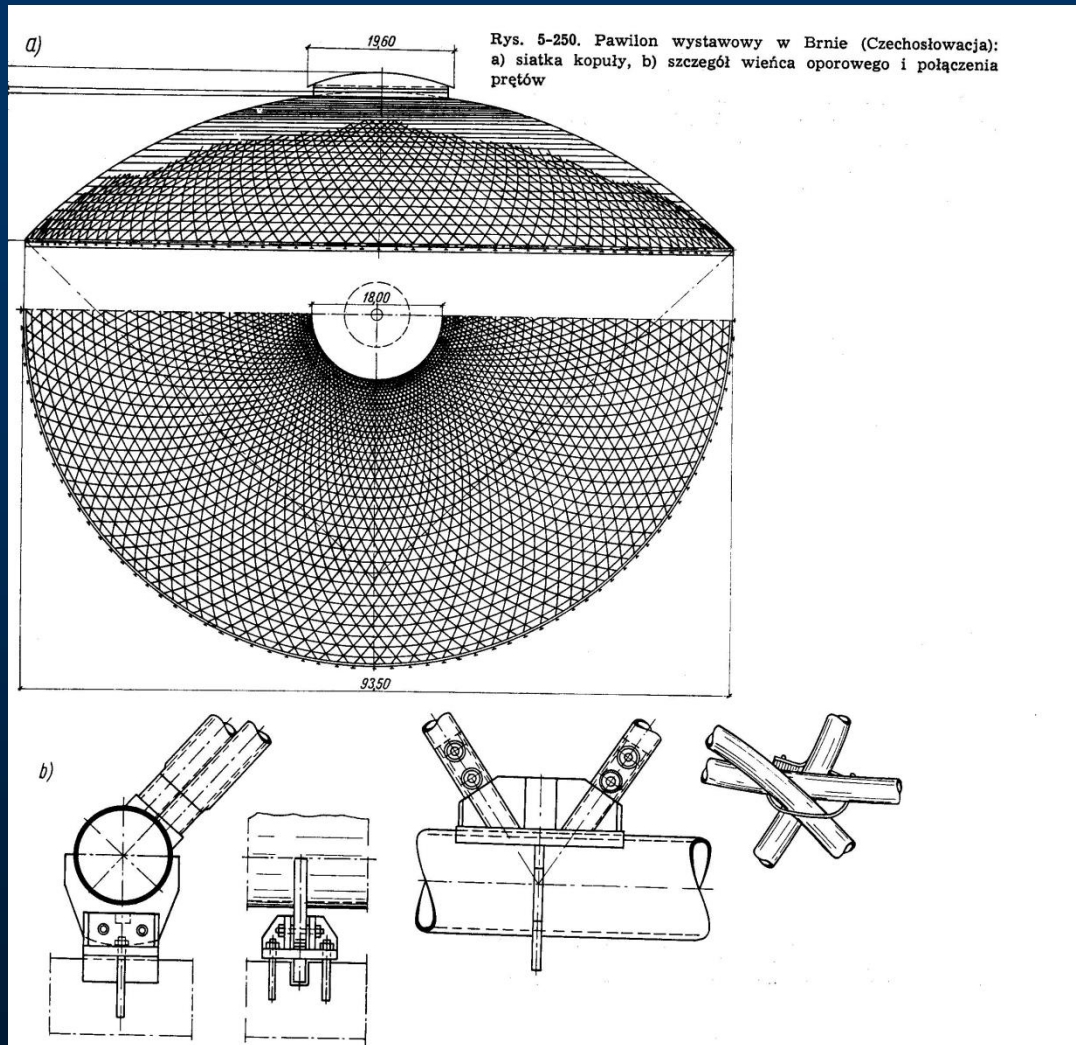


Kopuła siatkowa hali sportowo-widowiskowej w Opolu



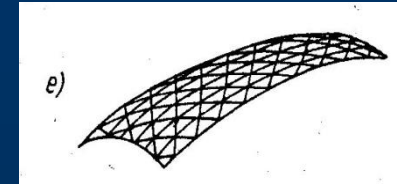
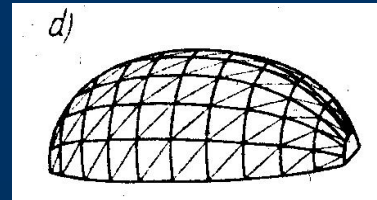
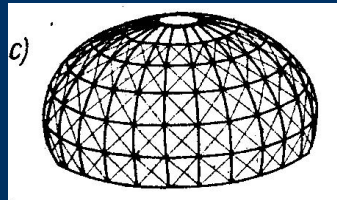
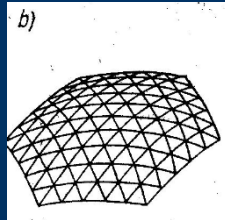
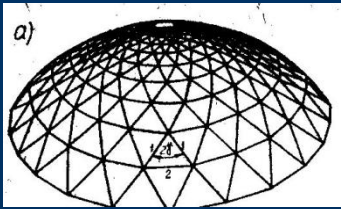
Kopuła siatkowa hali wystawowej w Londynie

Kopuły w architekturze – kopuły siatkowe {2}



Kopuła siatkowa hali wystawowej w Brnie

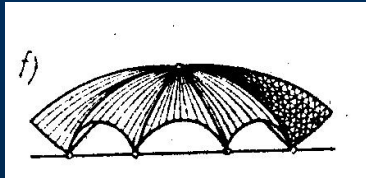
Kopuły w architekturze – kopuły siatkowe {3}



Siatki o sferycznych powierzchniach węzłów

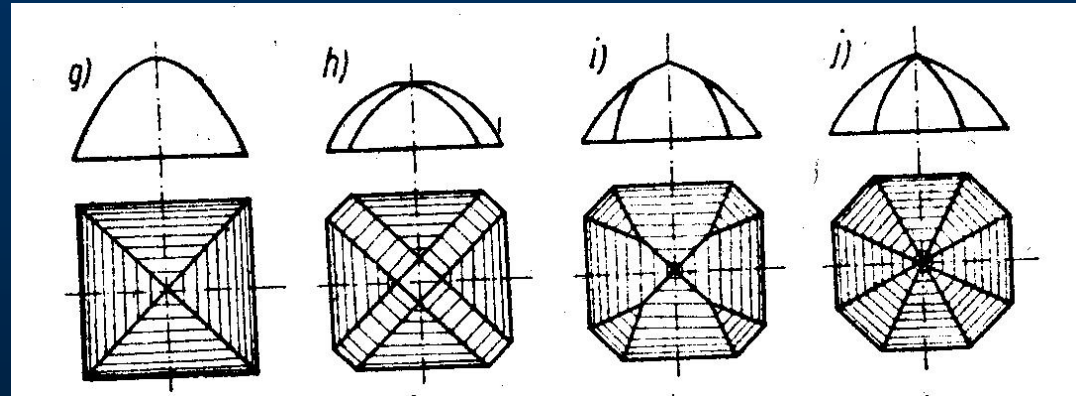
Siatki o elipsoidalnych powierzchniach węzłów

toroidalna powierzchnia

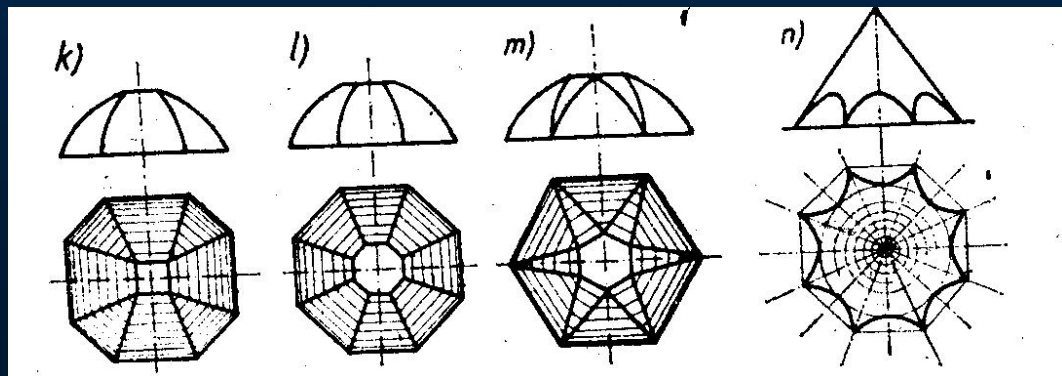


z płatów paraboloidy eliptycznej

Przykłady kopuł o rzucie wielokątnym



Przykłady kopuł stożkowych na rzucie wielokątnym



Kopuła siatkowa hali olimpijskiej w Rzymie

Kopuły w architekturze – kopuły siatkowe {4}

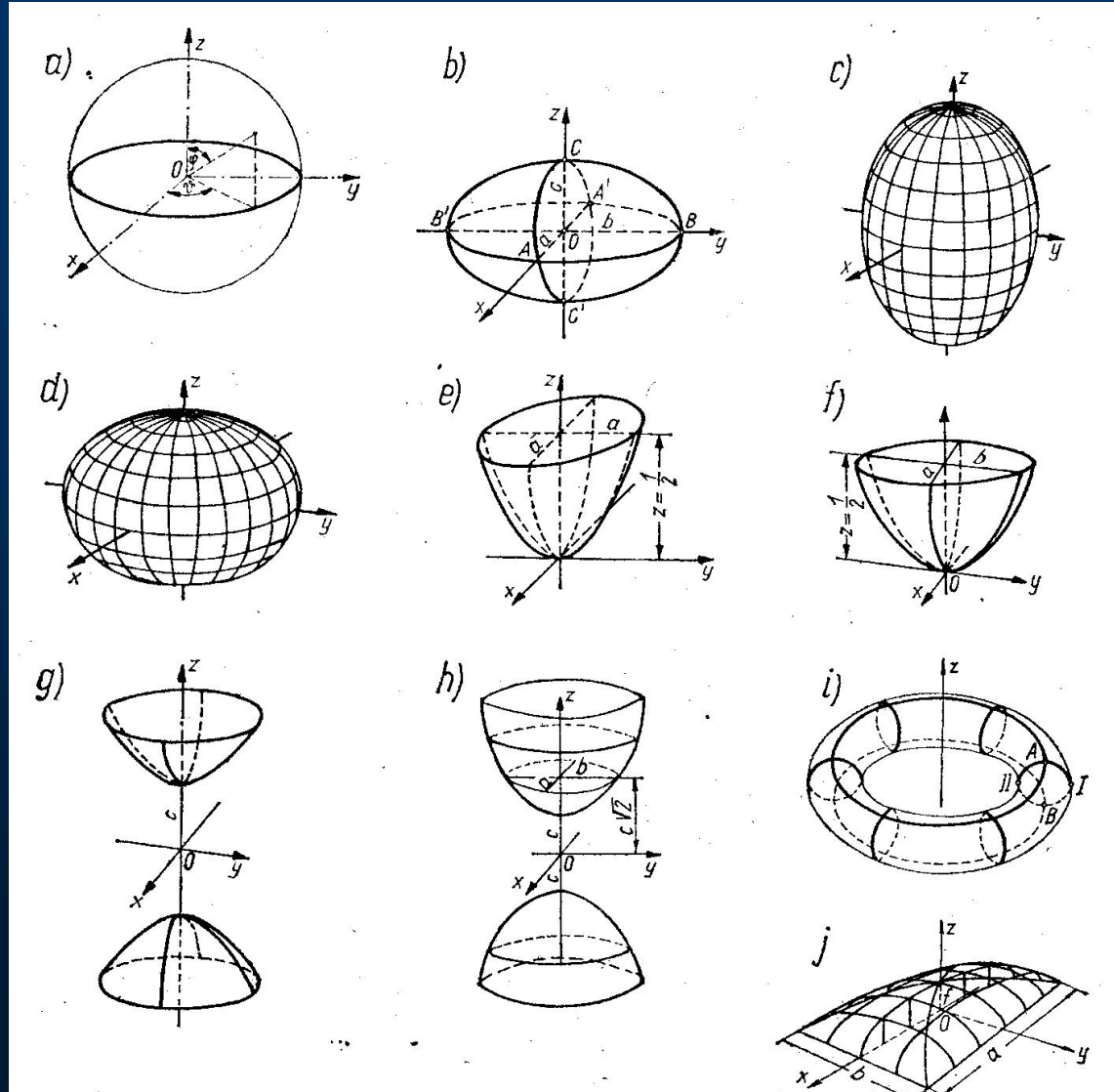
Równania gładkich powierzchni wężłów najczęściej stosowanych na dwukrzywiznowe powłoki petowe

Lp.	Równanie	Nazwa powierzchni	Nr rysunku	Uwagi
1	$x^2 + y^2 + z^2 = r^2$	sfera	10-49a	najpopularniejsza
2	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	elipsoida trójosiowa	10-49b	
3	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$	elipsoida obrotowa	10-49c	
4	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1$	elipsoida obrotowa	10-49d	
5	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} = 2z$	paraboloida obrotowa	10-49e	
6	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$	paraboloida eliptyczna	10-49f	
7	$\frac{-x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	hiperboloïda dwupowłokowa obrotowa	10-49g	
8	$\frac{-x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	hiperboloïda dwupowłokowa eliptyczna	10-49h	
9	$(x^2 + y^2 + a^2 - r^2)^2 - 4a^2(x^2 + y^2) = 0$	torus kółowy	10-49i	
10	$z = f \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)}$	—	10-49j	stosowana nad rzutami prostokątnymi

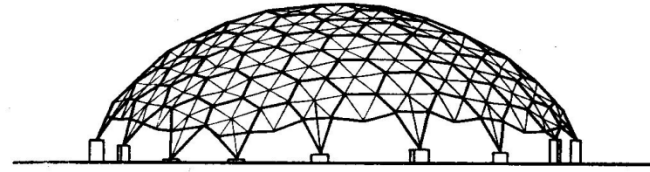
Kopuły w architekturze – kopuły siatkowe {4}

Gładkie powierzchnie wężłów najczęściej stosowane na dwuwkrzywiznowe powłoki petowe:

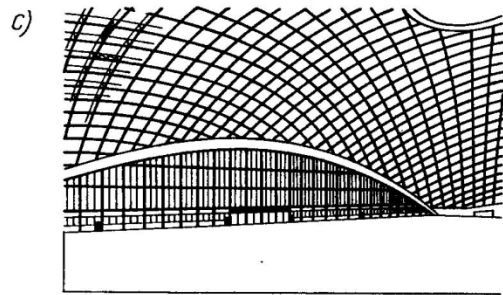
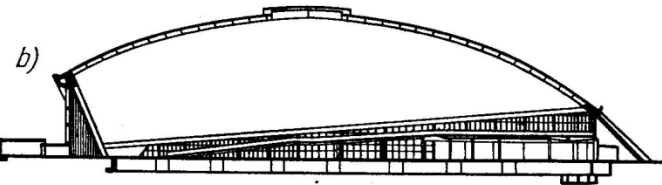
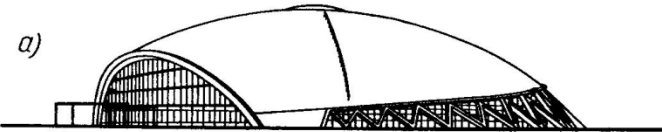
- a) sfera,
- b) elipsoidalna trójosiowa,
- c), d) elipsoidalna obrotowa,
- e) paraboloidalna obrotowa,
- f) paraboloidalna eliptyczna
- g) hiperboloidalna dwupowłokowa obrotowa
- h) hiperboloidalna dwupowłokowa eliptyczna
- i) torus kołowy
- j) powierzchnia opisana podanym równaniem



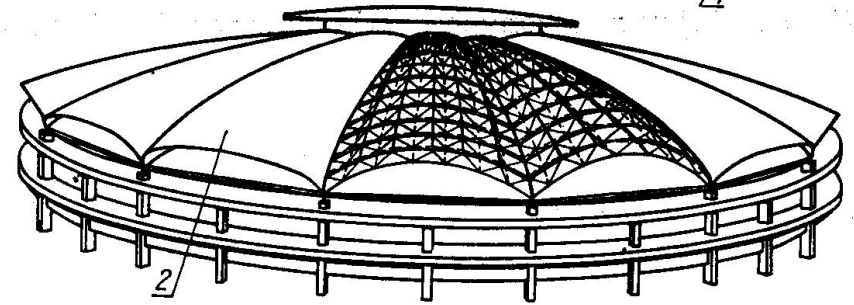
Kopuły w architekturze – inne przykłady



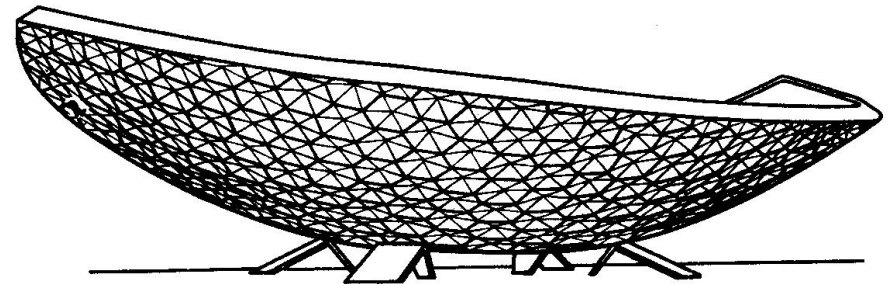
Rys. 5-253. Schemat kopuły z metalowej siatki strukturalnej sześciobocznej (USA)



Przekrycie kopułą ze stalowej siatki strukturalnej równobocznej haki wystawowej w Tokio: a) widok ogólny, b) przekrój, c) schemat siatki podstawowej



Rys. 2-255. Schemat przekrycia stadionu strukturalną kopułą cykliczną w Tokio
1 – struktura z prętów stalowych, 2 – pokrycie



Rys. 5-256. Studium stadionu umieszczonego w czaszy z siatki strukturalnej sześciobocznej

Kopuły w architekturze – materiały {1}

Kamień Największa kopuła kamienna - Global Vipassana Pagoda, Bombaj, Indie



Zaprojektowana jako replika pagody Shwe Dagon w dawnej Birmie jest obecnie największą kopułą kamienną na świecie. Jej średnica wewnętrzna to ponad 85m (280 stóp) oraz ok. 100m (325stóp) wysokości! Do budowy hali, w której odbywają się medytacje, zużyto w przybliżeniu 2.5 miliona ton kamieni. Ociosane bloki ułożono łącząc je zaprawą. Świątynia może pomieścić 8000 wiernych. Ukończenie jej zajęło 11 lat, począwszy w 1997r. do 2008r. Iglicę wykończono szczerym złotem, natomiast resztę pomalowano z zewnątrz złotą farbą.

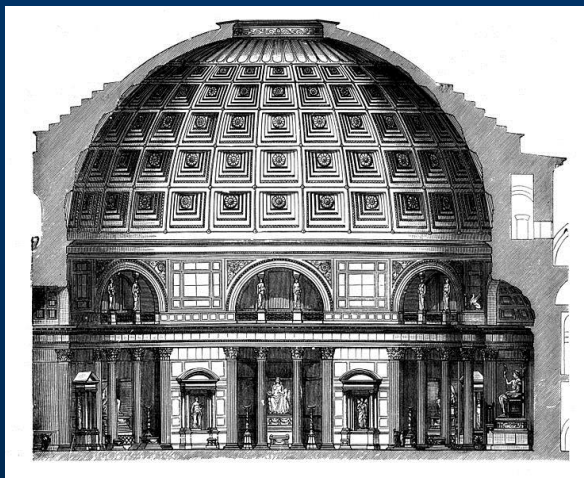
Cegła Największa ceglana kopuła – Kościół Mądrości Bożej (Hagia Sofia), Stambuł, Turcja



Wybór największej w tej podkategorii był kłopotliwy ze względu na konieczność przyjęcia jednego kryterium decydującego o pierwszym miejscu: średnicy czy wysokości kopuły. Tym razem zadecydowała wysokość i Bazylika Santa Maria del Fiore oraz mauzoleum w Oljeitu w Iranie musiały ustąpić. Hagia Sofia zasługuje na uwagę także ze względu na po raz pierwszy na świecie zastosowane pendentywy, elementy narożne w postaci sklepienia o kształcie trójkąta sferycznego. Takie rozwiązanie umożliwiło przejście z planu czworoboku do koła wspierającego kopułę. Jej średnica to 30,86m (101 stóp) oraz wysokość 55,6m (182 stopy).

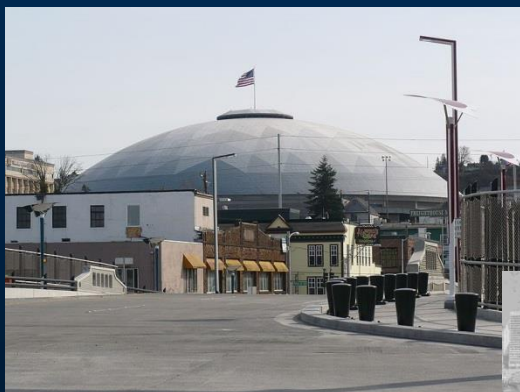
Kopuły w architekturze – materiały {2}

Beton niezbrojony Największa kopuła z betonu niezbrojonego – Panteon, Rzym, Włochy



Budowla z pewnością każdemu znana. Kopuła Panteonu, o średnicy i wysokości równym 43,3m (142 stopy), od 125 roku n.e. do dnia dzisiejszego pozostaje największą, wykonaną z betonu niezbrojonego. Zdobí ją pięć rzędów kasetonów. U szczytu znajduje się otwór oświetlający wnętrze, oculus.

Drewno Największa drewniana kopuła - Tacoma Dome, Takoma, Waszyngton, Stany Zjednoczone



Podobnie jak w przypadku kopuły ceglanej, również tutaj przyjęto, że o pierwszym miejscu zadecyduje wysokość kopuły. Tacoma Dome o średnicy 160m (530 stóp) oraz wysokości 46m (152 stopy) wyprzedziła kopułę o 2m niższą i średnicy 163,4m (536 stóp) – Superior Dome należącą do Northern Michigan University w Marquette. Nasz obiekt wyróżniają połączone ze sobą sferyczne trójkąty równoboczne, tworzące ruszty trójkierunkowe, charakterystyczne dla przekryć strukturalnych jakim jest kopuła geodezyjna. Wymślona w 1922 roku w Niemczech przez W. Bauersfelda, wykazuje się dużą sztywnością oraz nośnością.

Kopuły w architekturze – materiały {3}

Żeliwo Największa kopuła wykonana z elementów żeliwnych – Devonshire Royal Hospital, Buxton, Derbyshire



Wykonana z elementów żeliwnych kopuła o średnicy 46.9m (153stopy) wyprzedziła swoją poprzedniczkę, którą była kopuła Kapitolu Stanów Zjednoczonych.

Stal Największa kopuła stalowa – Louisiana Superdome, Nowy Orlean, Stany Zjednoczone



Największa kopuła na świecie licząca 77,1m (253 stopy) wysokości oraz 207,3m (680 stóp) średnicy pokryta została okładziną poliuretanową oraz polietylenowym elastomerem. Jest to typ kopuły Lamella, będącego przekryciem strukturalnym.

Kopuły w architekturze – materiały {4}

Żelbet Największa kopuła z betonu zbrojonego - Norfolk Scope, Norfolk, Stany Zjednoczone



Ta monolityczna żelbetowa kopuła liczy 134,1m (440 stóp) średnicy oraz 33,5m (110 stóp). Wspierana jest przy pomocy systemu przyporowo-oporowego. Warto także wspomnieć, że względu na rozmiary, jej poprzedniczkę - kupułę King County Multipurpose Domed Stadium w Seattle. Jej średnica wynosiła 201,2m (660 stóp) a wysokość 76,2m (250 stóp)..



Kopuły w architekturze – Fuller - kopuła geodezyjna {1}

Buckminster Fuller, najslawniejszy amerykański konstruktor, był największym wynalazcą wśród architektów i największym architektem wśród wynalazców. Każdy jego projekt swoją innowacyjnością wyprzedzał epokę. Właśnie odnowiono jeden z jego prototypów – kopułę Oko muchy (Fly's Eye Dome) z 1965 roku



Największy prototyp kopuły Oko muchy (Fly's Eye Dome) liczący 50-stóp średnicy (15,2 metra). Na zdjęciu także konstruktor kopuły – Buckminster Fuller i jego futurystyczny samochód Dymaxion ca

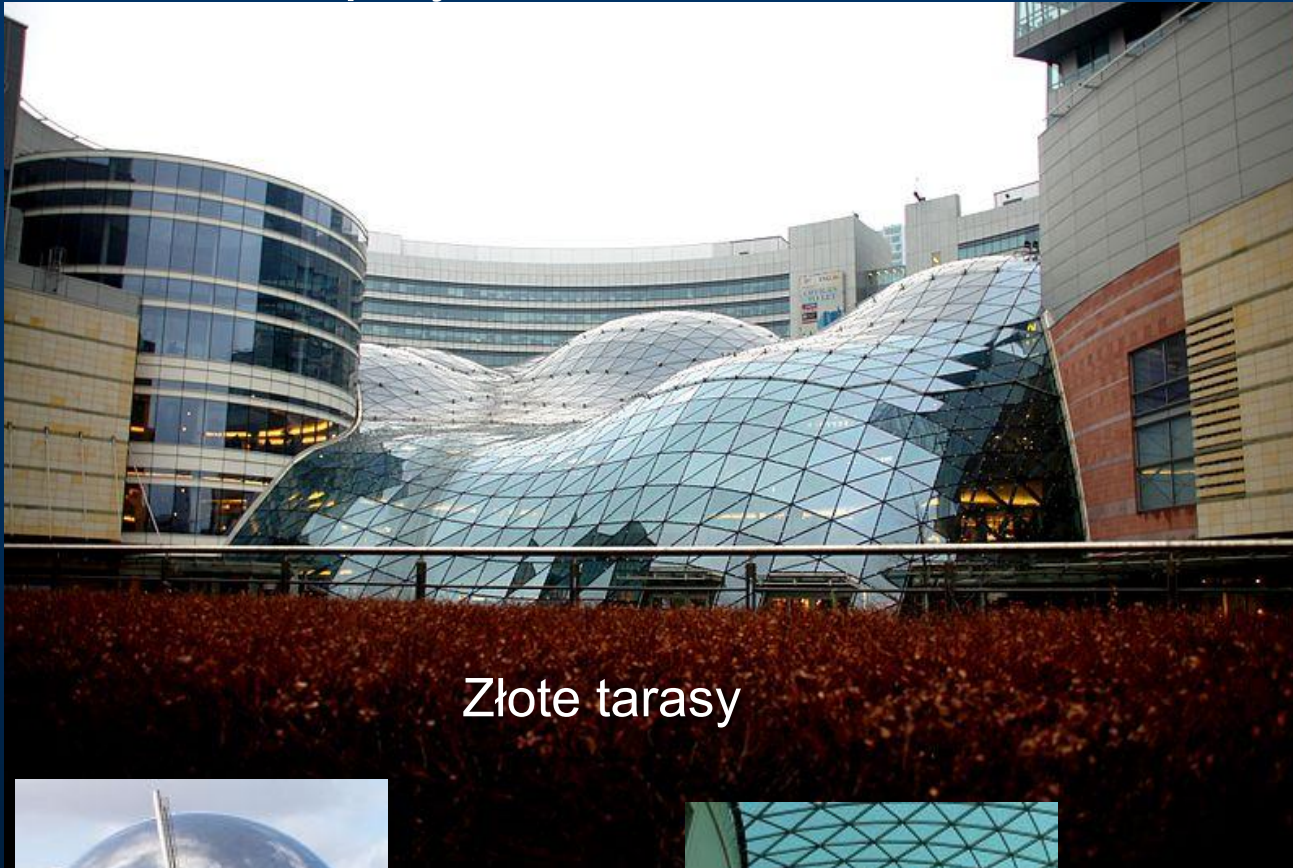


Kopuła geodezyjna w Disneylandzie 2007



Île Sainte-Hélène
(Montreal)
Montreal Biosphère

Kopuły w architekturze kopuła geodezyjna {2}



Wieżowiec Swiss Tower w Londynie

Złote tarasy



Geoda w paryskim Muzeum Nauki i Przemysłu La Vilette

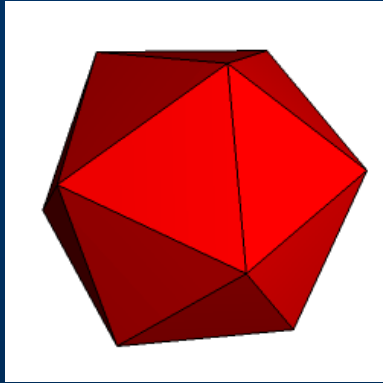


Zadaszenie British Muzeum w Londynie

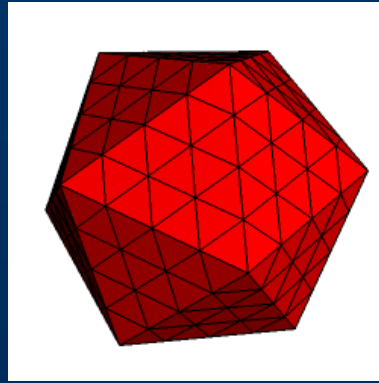


Ogród Zoologiczny, Wrocław

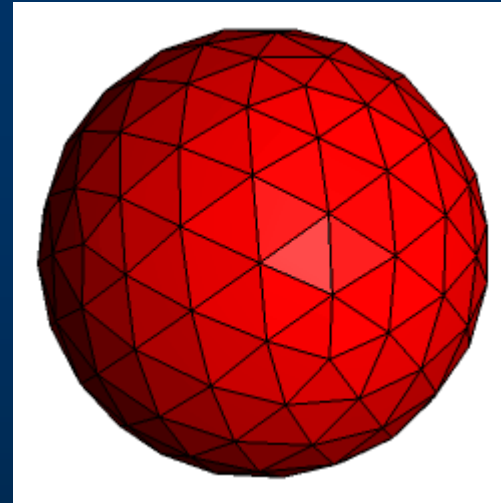
Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {1}



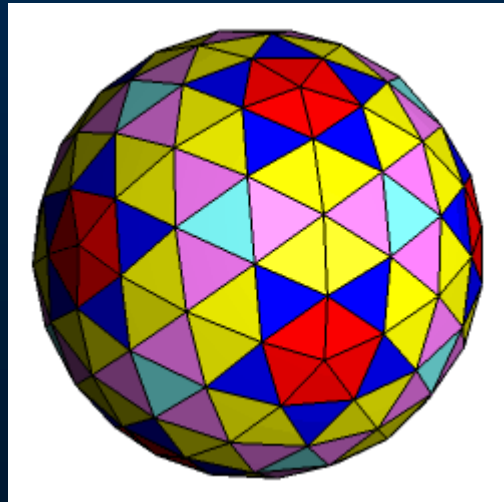
Wyjściowy dwudziestościan foremny
→ podział każdej krawędzi na 4 części →



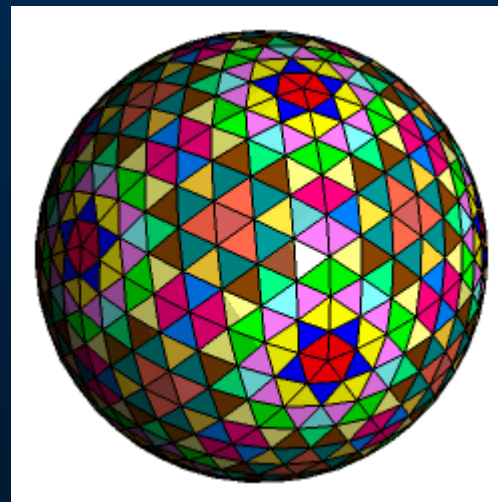
Każda ściana bryły ma 16 trójkątów równobocznych
→



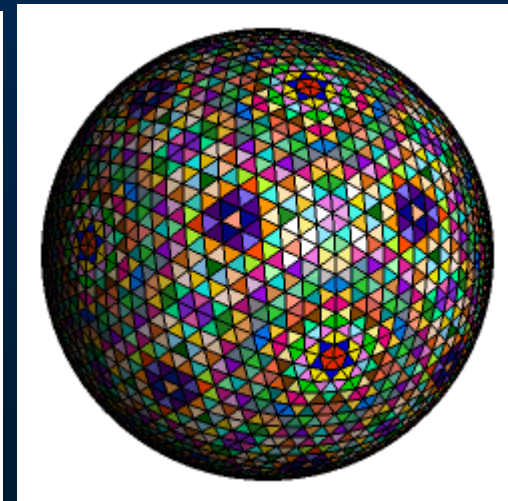
Tradycyjny wielościan mający 162 wierzchołki, 480 krawędzi i 320 ścian
tradycyjny wielościan mający 162 wierzchołki, 480 krawędzi i 320 ścian



w opisywanym modelu jest pięć różnego typu trójkątów
Podział 4-tego stopnia



Podział 8-tego stopnia

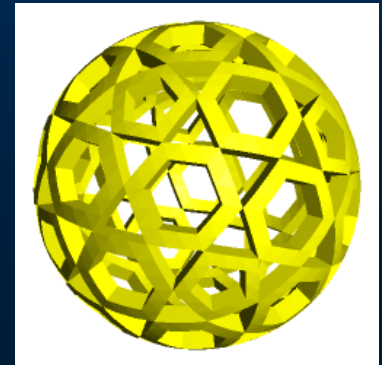
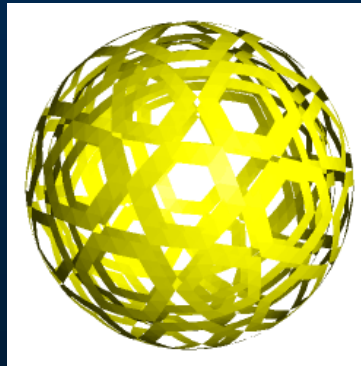
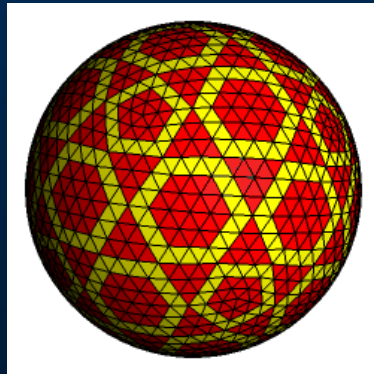
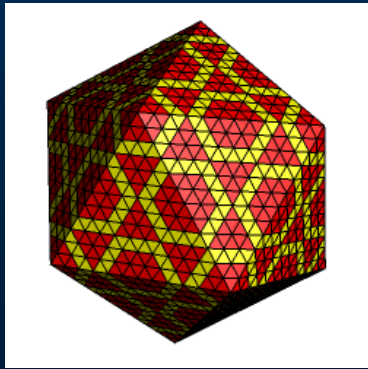
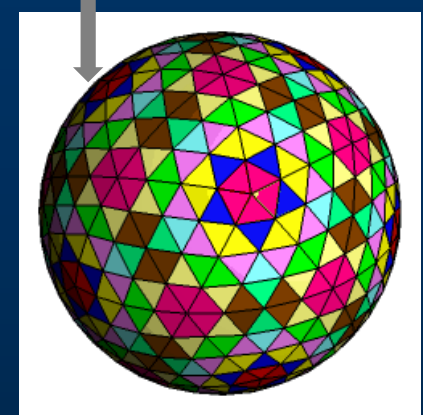
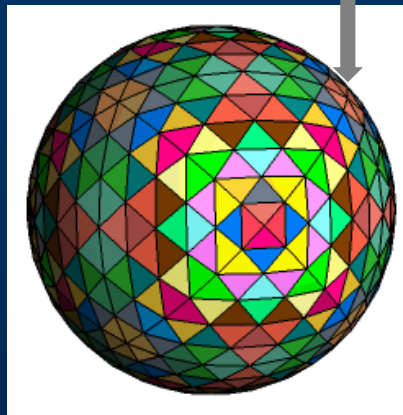


Podział 16-tego stopnia

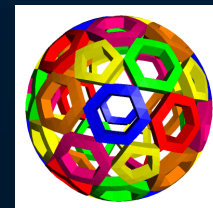
Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {2}

Za bazę do konstrukcji sfery geodezyjnej mogą posłużyć również inne wielościany. W przypadku użycia wielościanów, których ściany nie są trójkątami, należy dokonać wstępnej triangulacji tych ścian. Jako przykłady mogą posłużyć sfery geodezyjne zbudowane na bazie sześcianu i dwunastościanu foremnego

Magnus Wenninger zauważył, że dokonanie pewnych modyfikacji w konstrukcji sfer geodezyjnych otwiera drogę do wielkiego bogactwa bardzo atrakcyjnych modeli. Istota rzeczy polega na tym, że po podziale ściany np. dwudziestościanu na mniejsze trójkąty, malujemy niektóre z nich, w wyniku czego otrzymujemy na powierzchni wielościanu (mniej lub bardziej) interesujący wzór :



Projekcja wybranych trójkątów na dwie koncentryczne sfery, a następnie ich połączenie pozwalają uzyskać bardzo intrygującą konstrukcję przestrzenną →

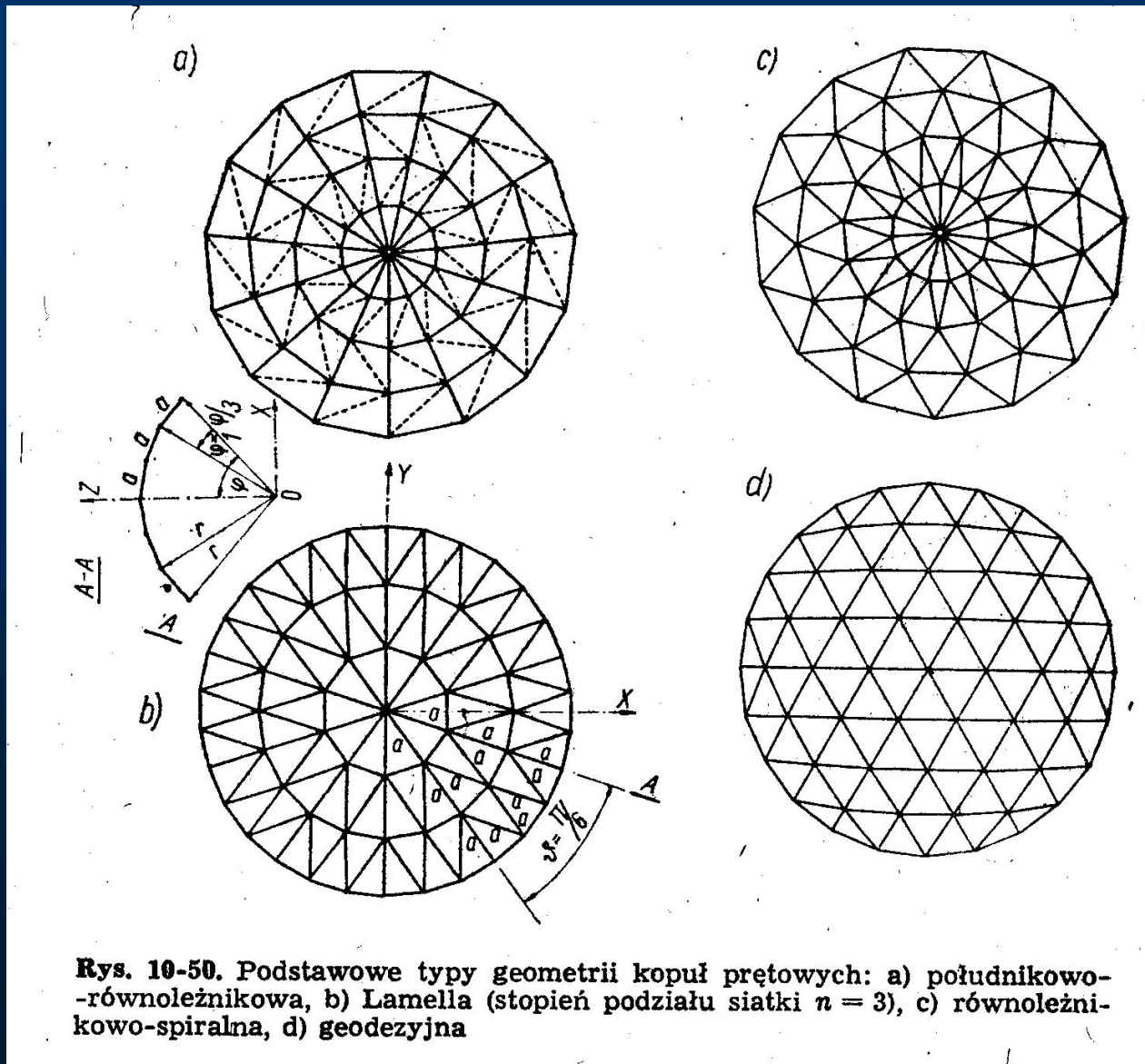


Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {3}

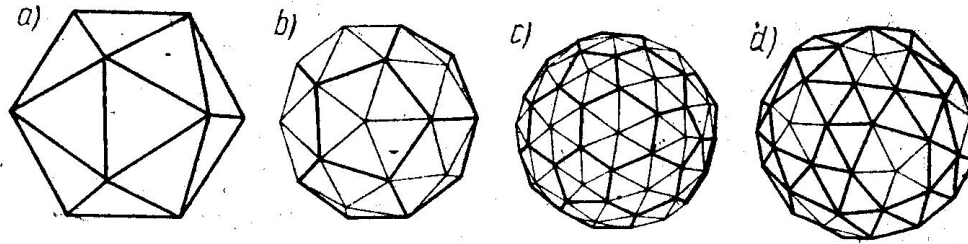
Użycie sfery geodezyjnej wysokiego stopnia pozwala na dość dużą swobodę tworzenia ornamentu. Poniżej prezentujemy galerię modeli wykonanych w opisany wyżej sposób. Kliknięcie w miniaturę otwiera w nowym oknie duże zdjęcie. Zdjęcia podobnych modeli wykonanych przez Magnusa Wenningera [<http://www.matematyka.wroc.pl/book/kopuły-geodezyjne-i-sfery-wenningera>]



Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {4}



Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {5}

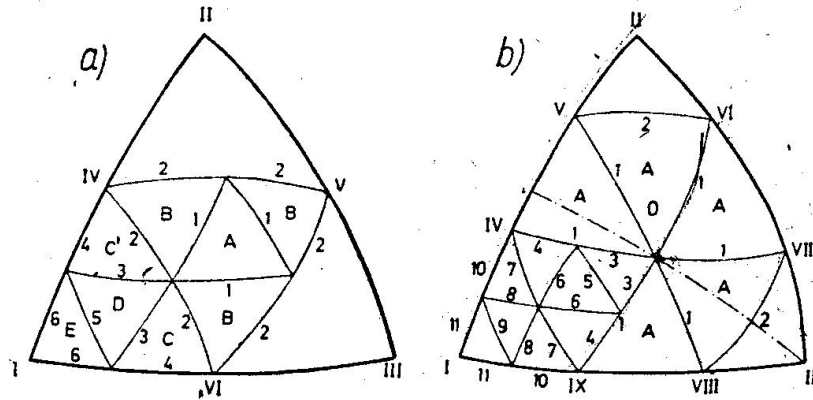


Rys. 10-51. Wyjściowe wielościany do kształtowania optymalnych geodezyjnych siatek prętowych: a) dwudziestokąt, b) (5, 5, 5) g, c) (5, 6, 6) g, d) (3, 3, 3, 5) g

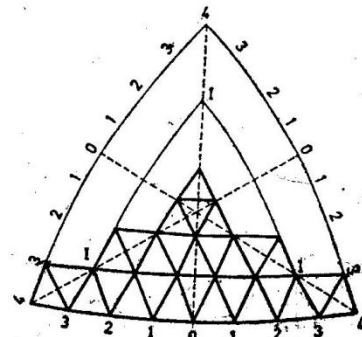
Tablica 10-17
Charakterystyki geometryczne brył pokazanych na rys. 10-51 do wyznaczania współrzędnych węzłów [89]

Wielościan	(3, 3, 3, 3, 3)	(5, 5, 5) g	(3, 3, 3, 3, 5) g	(5, 6, 6) g
Liczba krawędzi	30	90	210	270
Liczba różnych krawędzi	1	2	2	2
Długość krawędzi dla $r = 1$	1,0515	$\frac{0,7136}{0,6409}$	$\frac{0,4638}{0,4028}$	$\frac{0,4035}{0,3486}$
Liczba ścian	20	60	140	180
Liczba różnych ścian	1 trójkąt równoboczny	1 trójkąt równoramienny	2 trójkąty równoboczne, 1 trójkąt równoramienny	2 trójkąty równoramienne
Liczba różnych kątów płaskich zawartych między krawędziami	1	2	3	4
Liczba wierzchołków	12	32	72	92

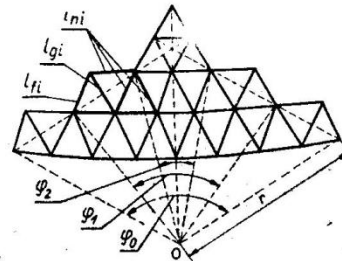
Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {6}



Rys. 10-52. Podział równobocznego trójkąta sferycznego metodą Fullera [37], [93]: a) sposób pierwszy, b) sposób drugi

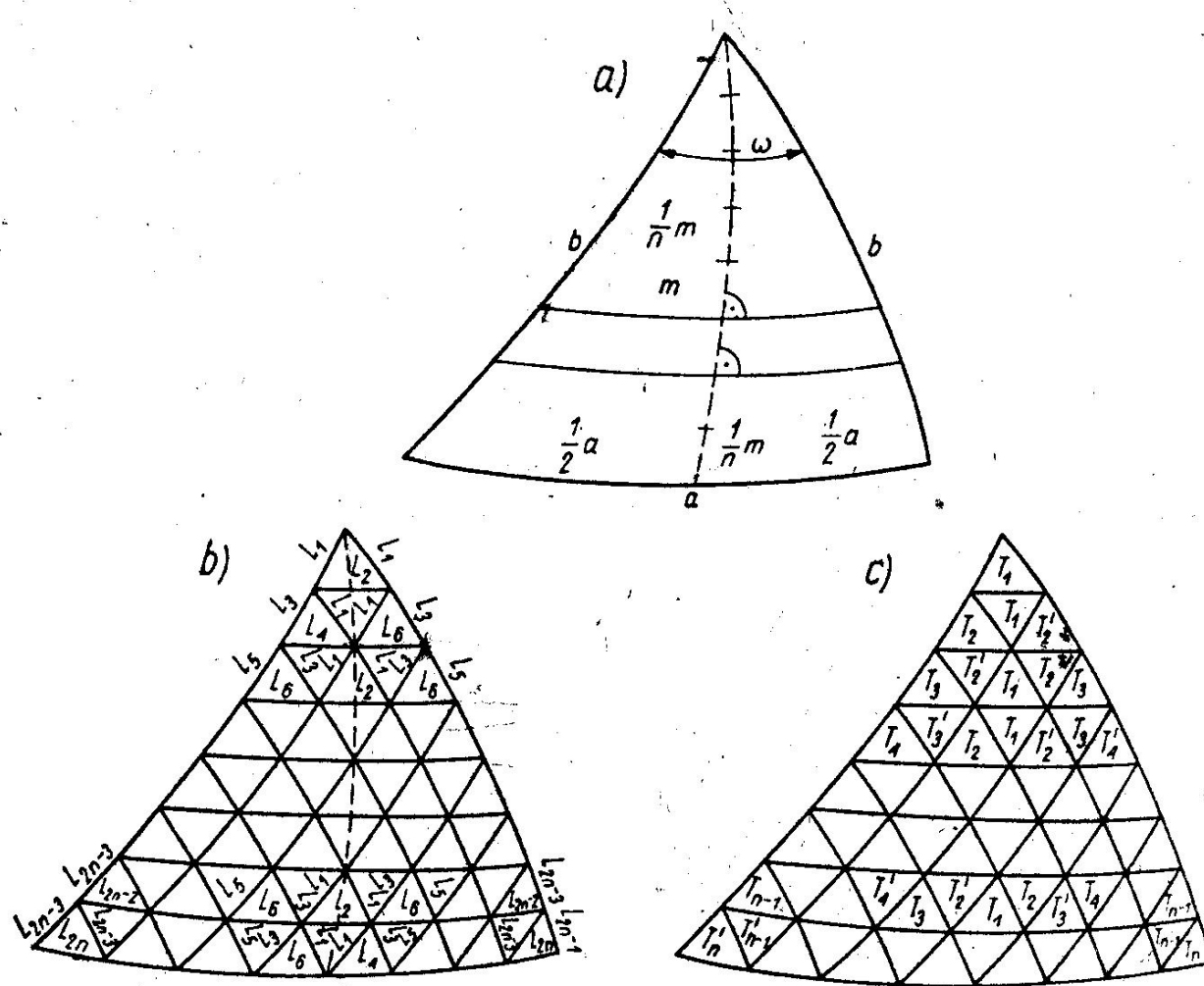


Rys. 10-53. Przykład podziału równobocznego trójkąta sferycznego metodą Tarnai [63], [89] dla $n = 8$



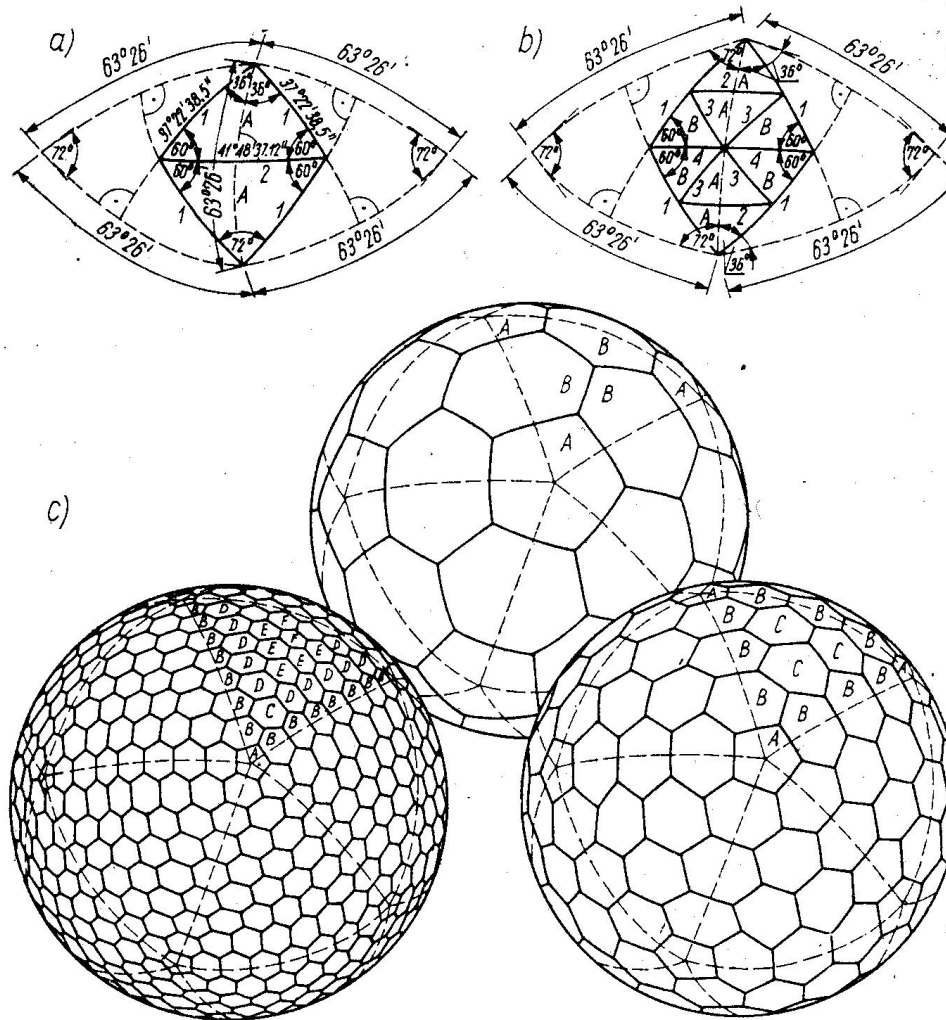
Rys. 10-54. Schemat do wyznaczenia długości poszczególnych prętów przy podziale równobocznego trójkąta sferycznego metodą Tarnai

Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {7}



Rys. 10-55. Podział równoramiennego trójkąta sferycznego metodą Fullera [37], [89]: a) początek podziału, b) rozmieszczenie boków o różnej długości w utworzonej siatce, c) rozmieszczenie różnych oczek w utworzonej siatce

Kopuły w architekturze kształtowanie kopuły geodezyjnej {8}



Rys. 10-56. Podział siatki dwudziestościanu sferycznego na sześciokąty sferyczne [13], [32]: a) dla $n=2$, b) dla $n=4$, c) sferyczne siatki o oczkach sześciokątnych dla $n=4, 8, 16$

Kopuły w architekturze przykłady zastosowania kopuł geodezyjnych

Altany geodezyjne



Planetaria



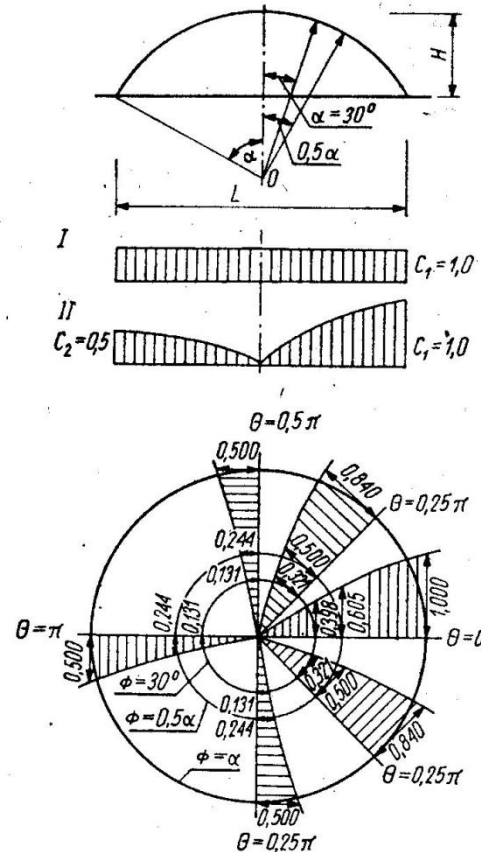
wytwórni filmów Alvernia Studios (Nieporaz, gmina Alvernia, 40 km od Krakowa)

Rondo gen. Ziętko w Katowicach

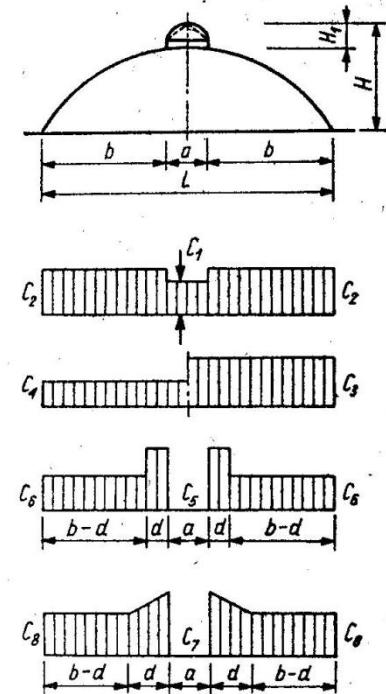
Kopuły w architekturze obciążenia kopuł sferycznych

ciężar własny $G = \frac{g_i}{\alpha_i}$

śnieg



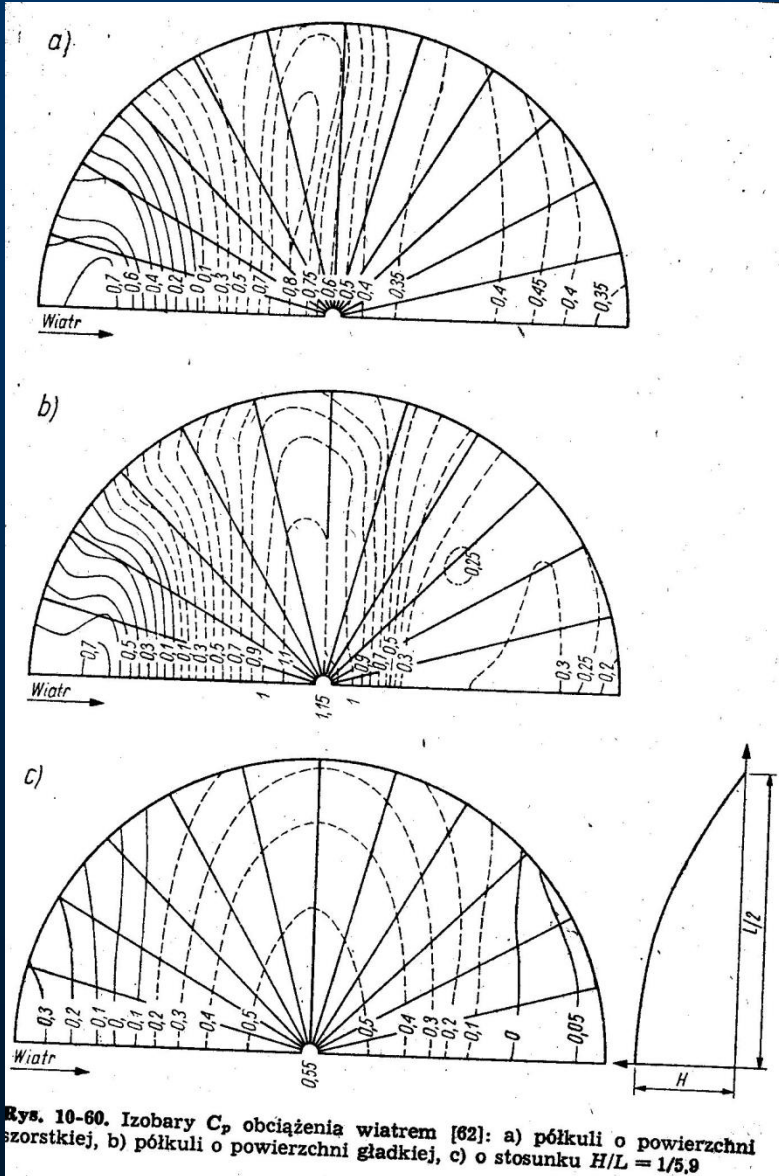
Rys. 10-58. Równomierne i niesymetryczne obciążenia śniegiem sferycznych kopuł gładkich [1]



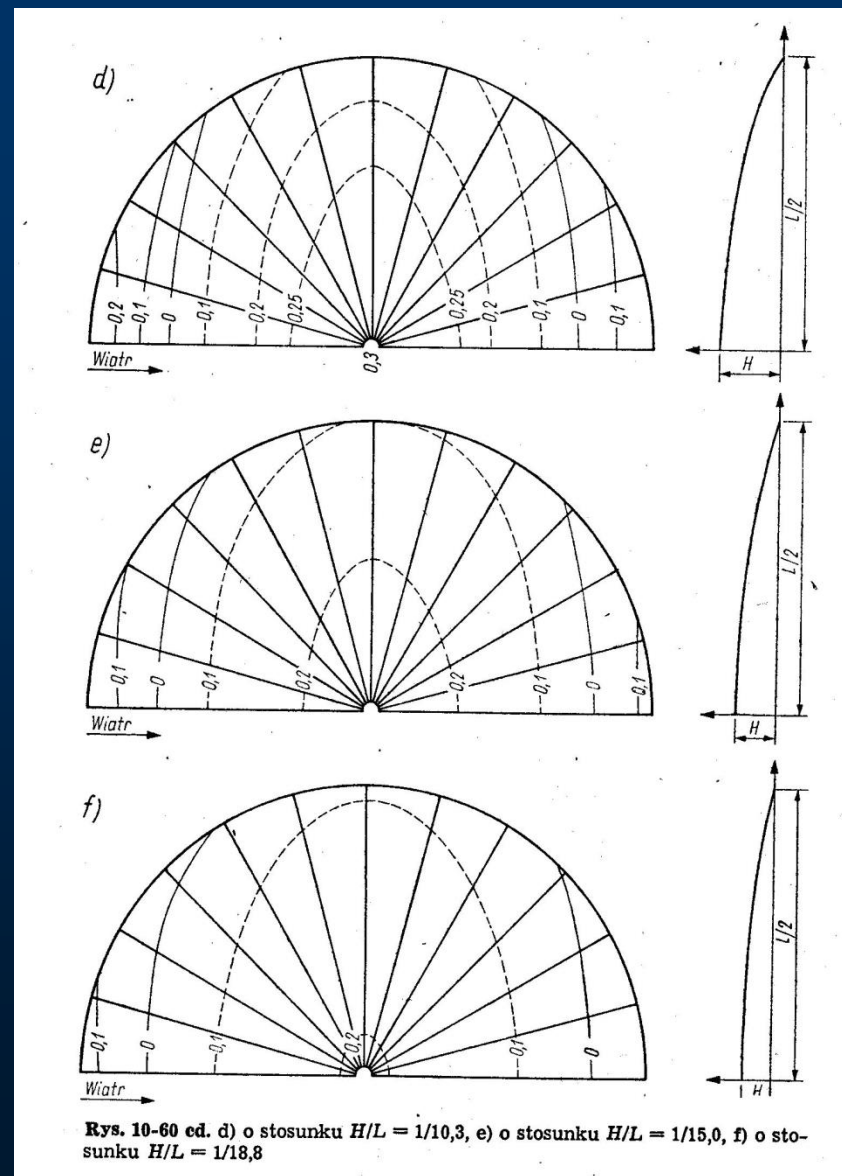
Rys. 10-59. Obciążenie śniegiem kopuł sferycznych ze świetlnią I — $C_1 = 0,8$; $C_2 = 1 + 0,1 \frac{a}{b}$; II — $C_3 = 2$; $C_4 = 1$; III — $C_3 = 1,5 \left(1 + 0,5 \frac{a}{b}\right)$; $C_6 = 0,5C_3$; $d_1 = H_1$; IV — $C_7 = 100 \frac{H_1}{S} \leq 2,5$; $C_8 = 1$; $5m \leq d = 2H_1 \leq 2,5$

Kopuły w architekturze obciążenia kopuł sferycznych

wiatr



Rys. 10-60. Izobary C_p obciążenia wiatrem [62]: a) półkuli o powierzchni szorstkiej, b) półkuli o powierzchni gładkiej, c) o stosunku $H/L = 1/5,9$

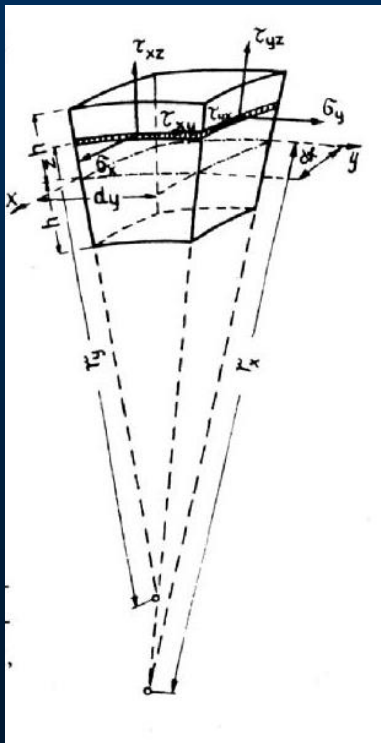


Rys. 10-60 ed. d) o stosunku $H/L = 1/10,3$, e) o stosunku $H/L = 1/15,0$, f) o stosunku $H/L = 1/18,8$

Obliczenia kopuł (powłok) {1}

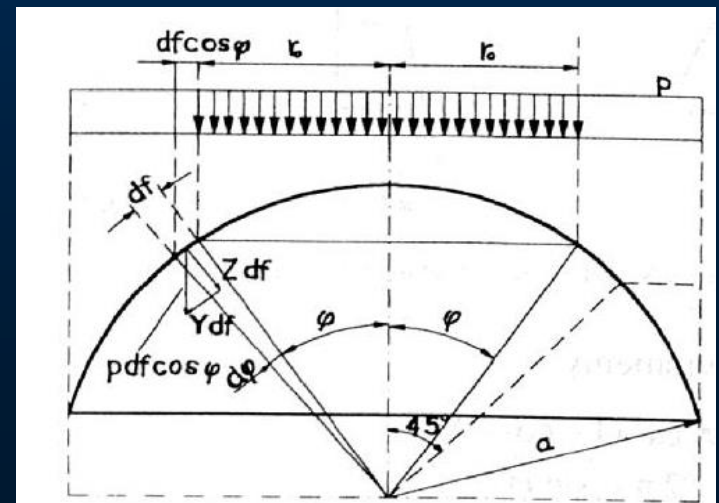
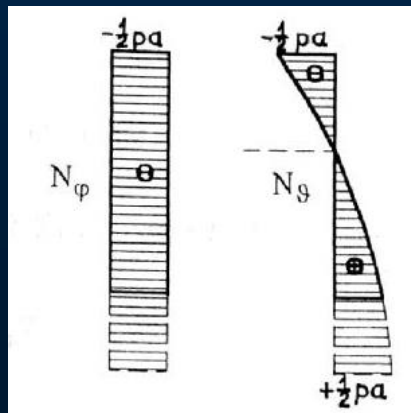
Założenia upraszczające:

1. grubość powłoki jest mała w stosunku do pozostałych wymiarów
2. odkształcenia powłoki są małe w stosunku do jej grubości
3. Założenie płaskich przekrojów
4. Naprężenia normalne prostopadłe do powierzchni środkowej są bardzo małe

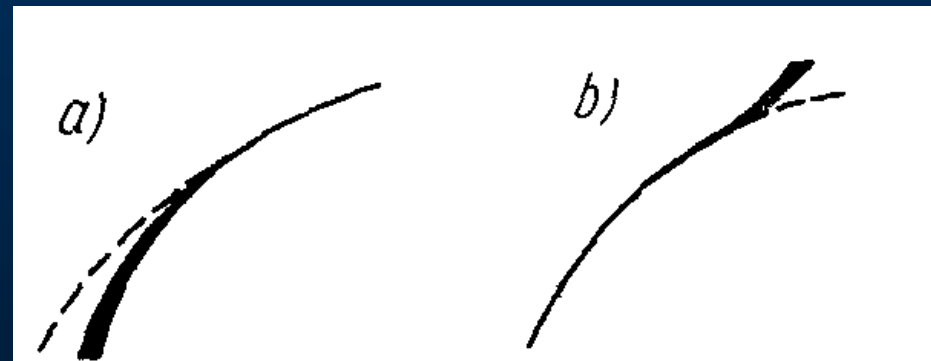
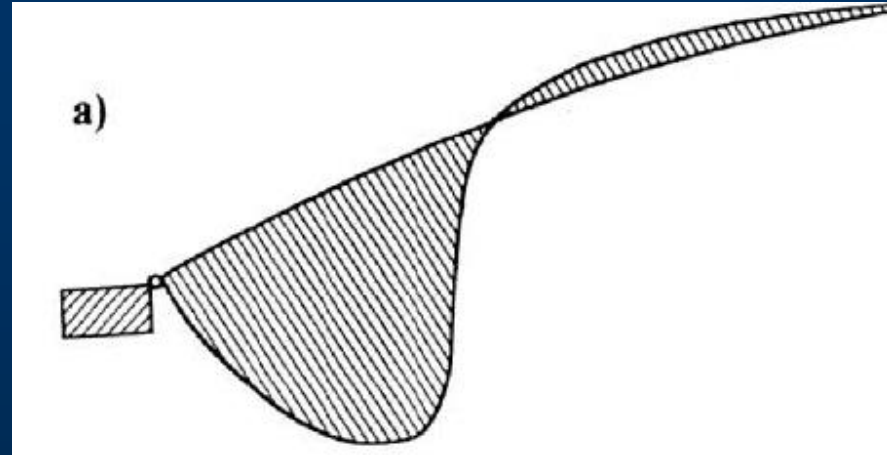
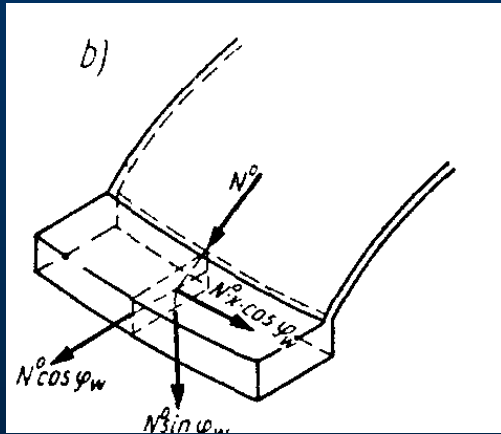


Błonowy stan naprężenia:

działają TYLKO siły osiowe (brak momentów zginających) – słuszne w pewnej odległości od zaburzeń brzegowych (otworów, skoków sztywności, sił skupionych itd.)



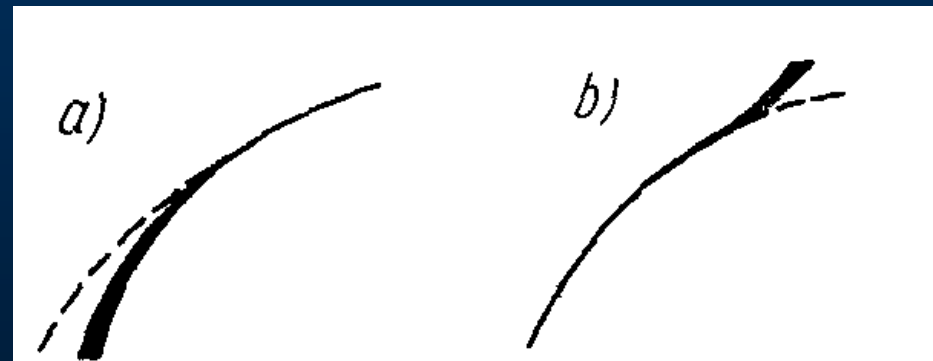
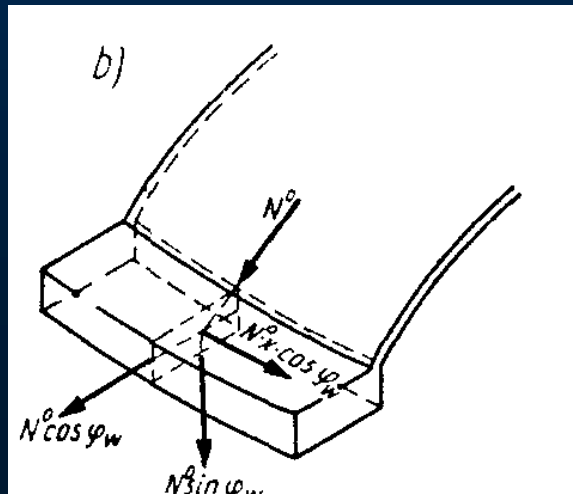
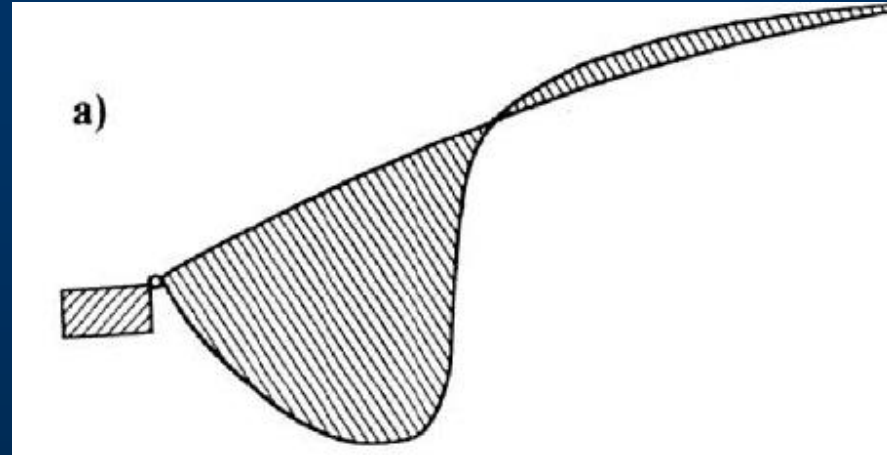
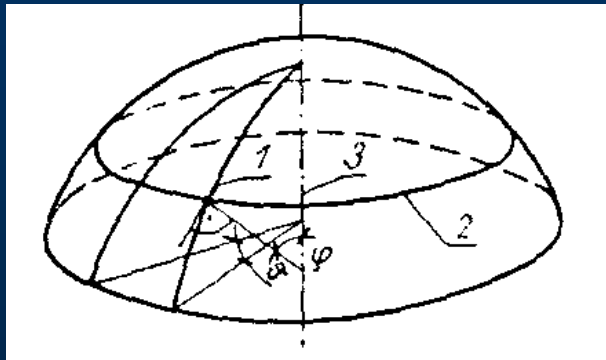
Zaburzenia brzegowe
Dają stan zgięciowy
- lokalnie !



Zastosowanie krzywych przejściowych i pogrubienia powłoki: a) przy wieńcu dolnym, b) górnym

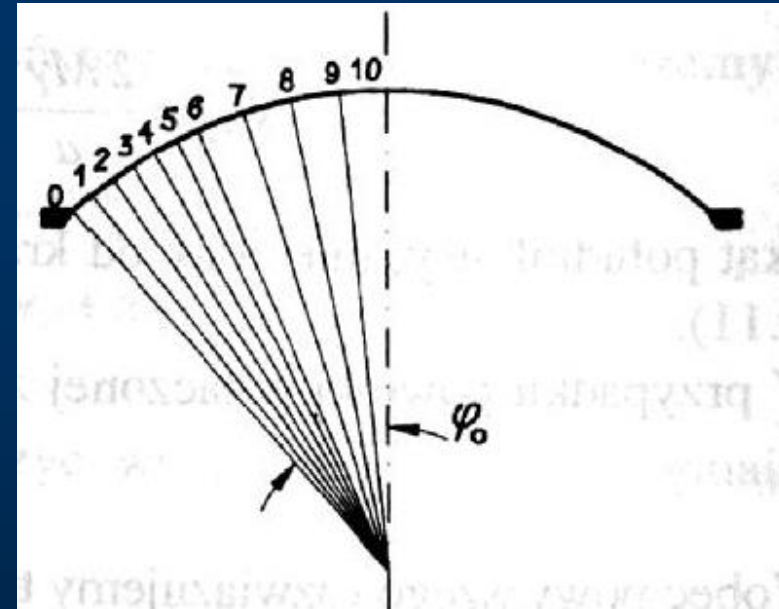
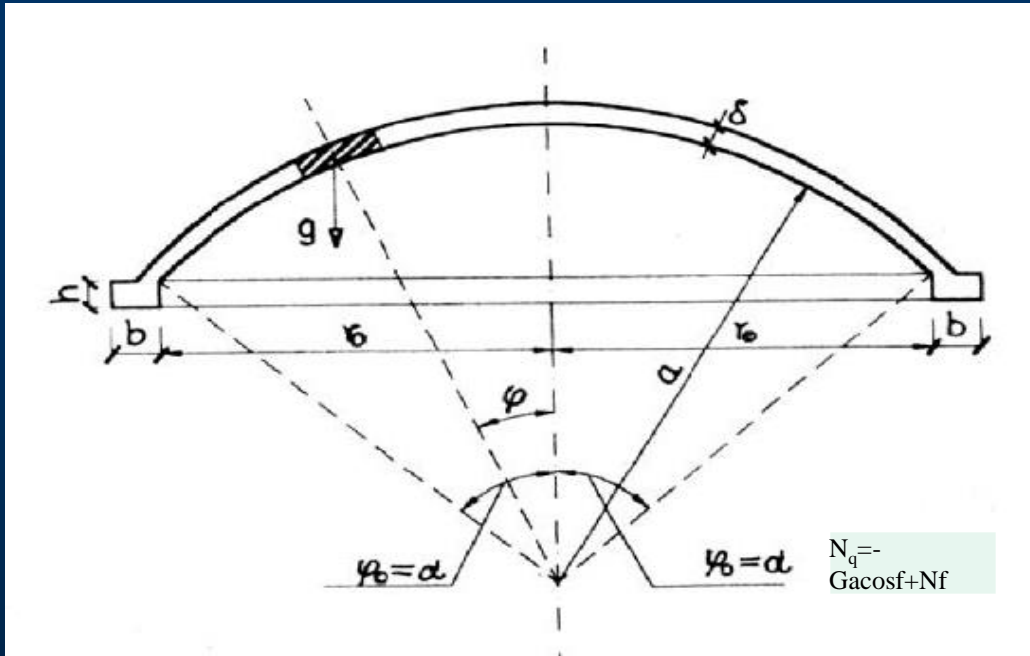
Obliczenia kopuł (powłok) {3}

Zaburzenia brzegowe
Dają stan zgięciowy
- lokalnie !



Zastosowanie krzywych przejściowych i pogrubienia powłoki: a) przy wieńcu dolnym, b) górnym

Obliczenia kopuł (powłok) {4}



Oznaczenia:

D - średnica kopuły

r_0 - promień kopuły

f - wysokość kopuły

δ - grubość powłoki

zastępczy promień kopuły $a = [r_0^2 + f^2 / (2f)]$

kąt początkowy $\sin \varphi_0 = r_0 / a$, $\cos \varphi_0 = (a - f) / a$

Siły błonowe można obliczyć z formuł:

od ciężaru własnego: G

$$N_\varphi = -G \cdot a / (1 + \cos \varphi); \quad N_\nu = -G \cdot a \cdot \cos \varphi + N_\varphi$$

od śniegu S :

$$N_\varphi = -1/2 \cdot S \cdot a \cdot \cos \varphi; \quad N_\nu = -1/2 \cdot S \cdot a \cdot \cos 2\varphi$$

od obciążenia użytkowego Q :

$$N_\varphi = -1/2 \cdot Q \cdot a \cdot \cos \varphi; \quad N_\nu = -1/2 \cdot Q \cdot a \cdot \cos 2\varphi$$

Kopuły w architekturze – przykłady {2}

Wybrane obiekty Kopenhagi



Gemini Residence,

Islands Brygge is home to three old silos that have undergone a serious makeover which has resulted in new, modern apartments.



Centrum Sztuki