

Zginanie i skręcanie dwuteowników bisymetrycznych

Roman Bijak¹, Leszek Chodor²

Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Świętokrzyska w Kielcach,

Email: ¹r.bijak@tu.kielce.pl, ²lchodor@tu.kielce.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę wymiarowania zginanych i skręcanych dwuteowników bisymetrycznych, stanowiącą propozycję modyfikacji podejścia normowego PN-EN 1993-6 [2]. Polega ona na zastąpieniu bimomentu równoważną parą momentów zginających pólki dwuteownika. Takie podejście jest dla projektanta pojęciowo łatwiejsze w interpretacji. W celu wyznaczenia kąta skręcenia przekroju korzystamy ze wzorów teorii Własowa. Uzyskano proste wyrażenia pozwalające oszacować ugięcie poziome na poziomie główki szyny podsuwnicowej, istotnie dokładniejsze od powszechnie stosowanej uproszczonej metody wymiarowania belek podsuwnicowych.

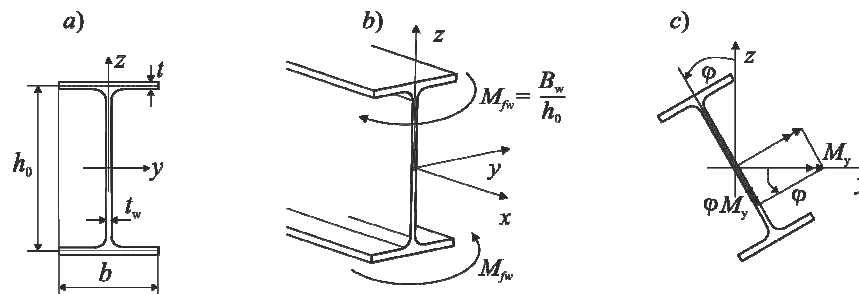
Słowa kluczowe: bisymetryczny dwuteownik, belka podsuwnicowa, uogólniona teoria belkowa, zginanie pólki od skręcania, poziome ugięcie belki, para momentów.

1. Wprowadzenie

Metoda wymiarowania elementów zginanych i skręcanych, przedstawiona w normie [2], dotyczy konstrukcji wsporczych dźwignic w ujęciu uogólnionej teorii belkowej [8], tzn. teorii Własowa skręcania nieswobodnego, w której wykorzystuje się pojęcie dodatkowej siły belkowej – bimomentu. W niniejszym opracowaniu bimoment zastąpiono równoważną parą momentów zginających pólki dwuteownika [3,6] (rys. 1b), zgodnie z fundamentalną, kinematyczną definicją bimomentu [7]:

$$M_w(x) = \frac{B_w(x)}{h_0} \quad (1)$$

gdzie: h_0 jest rozstawem osiowym pólki, $B_w(x)$ – funkcją bimomentu według teorii Własowa.



Rys.1.: a) parametry przekroju poprzecznego, b) moment zginający pólki od paczenia przekroju, c) zginanie ukośne belki w konfiguracji odkształconej

W celu zdefiniowania funkcji momentu zginającego pólki od paczenia przekroju (wynikającego z działania bimomentu), przekształcimy zależność (1), korzystając ze wzorów klasycznej teorii Własowa [4]:

$$B_w(x) = -EI_w \varphi^{(2)}, \quad (2)$$

gdzie: E – moduł sprężystości, φ – kąt skręcenia, $\varphi^{(2)} = \partial^2 \varphi / \partial x^2$ – druga pochodna funkcji kąta skręcenia, I_w – wycinkowy moment bezwładności, który obliczymy ze wzoru:

$$I_w = I_{fz} \frac{h_0^2}{2}, \quad (3)$$

gdzie: $I_{fz} = tb^3/12$ – moment bezwładności pojedynczej półki względem osi z (t, b – wg rys. 1a).

Podstawiając (3) do wzorów (1,2) otrzymujemy:

$$M_w(x) = -EI_{fz} \frac{h_0}{2} \varphi^{(2)}. \quad (4)$$

Formuły na funkcję kąta skręcenia $\varphi(x)$ dla belki podpartej widełkowo, obciążonej skupionym i rozłożonym momentem skręcającym omówiono w p. 2.2 i 2.3.

Na skutek obrotu o kąt φ lokalnych osi głównych przekroju, występuje dodatkowe zginanie przekroju względem osi z (rys. 1c). W konfiguracji po deformacji wystąpi więc dodatkowe zginanie przekroju momentem φM_y względem tej osi. Prowadzi to do zwiększenia wartości obliczeniowego momentu zginającego $M_{z,Ed}$ od obciążeń poziomych belki wg zależności:

$$\bar{M}_{z,Ed} = M_{z,Ed} + \varphi_d M_{y,Ed}, \quad (5)$$

gdzie φ_d jest obliczeniową wartością kąta skręcenia przekroju.

2. Wymiarowanie zginanych i skręcanych belek dwuteowych

Wymiarowanie belek dwuteowych poddanych zginaniu i skręcaniu przeprowadzamy w sposób pokazany w pracy [3], który jest modyfikacją zależności normowych [2].

2.1. Nośność przekroju i belki

Sprawdzenie nośności plastycznej przekroju możemy zapisać za pomocą formuły interakcyjnej [3]:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk} / \gamma_{M0}} \right]^2 + \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M0}} + \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M0}} \leq 1, \quad (6)$$

gdzie: $M_{y,Rk}$, $M_{z,Rk}$, $M_{w,Rk}$ – plastyczne nośności na zginanie przekroju oraz półki, γ_{M0} – częściowy współczynnik bezpieczeństwa.

Nośność plastyczna półki przy zginaniu zastępczym momentem zginającym od paczenia przekroju (wynikającym z działania bimomentu) wynosi:

$$M_{w,Rk} = \frac{tb^2 f_y}{4}. \quad (7)$$

gdzie: t, b – wg rys. 1a, f_y – granica plastyczności stali.

Jeżeli rozpatrujemy zakres sprężysty, to skorzystamy z formuły [3]:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk} / \gamma_{M0}} + \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M0}} + \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M0}} \leq 1, \quad (8)$$

podstawiając nośności przekroju w zakresie sprężystym względem osi y i z .
Nośność sprężysta pólki przy zginaniu zastępczym momentem zginającym od paczenia przekroju wynosi:

$$M_{w,Rk} = \frac{tb^2 f_y}{6}. \quad (9)$$

Interakcyjną formułę sprawdzenia nośności elementu zginanego i skręcanego możemy zapisać za pomocą wzoru [3], który stanowi modyfikację znanej zależności normowej [2]:

$$\frac{M_{y,Ed}}{M_{b,Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{C_{mz} \bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{k_w k_z k_\alpha M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M1}} \leq 1,0, \quad (10)$$

gdzie: $M_{b,Rk} = \chi_{LT} M_{y,Rk}$, (11)

γ_{M1} – częściowy współczynnik bezpieczeństwa, χ_{LT} – współczynnik zwichrzenia, C_{mz} – współczynnik równoważnego stałego momentu.

Pozostałe parametry wyznaczamy ze wzorów [2,3]:

$$k_\alpha = \frac{1}{1 - M_{y,Ed} / M_{cr}}, \quad k_z = 1 - \frac{\bar{M}_{z,Ed}}{M_{z,Rk} / \gamma_{M1}}, \quad k_w = 0,7 - 0,2 \frac{M_{w,Ed}}{M_{w,Rk} / \gamma_{M1}} \quad (12 \text{ a,b,c})$$

2.2. Funkcja kąta skręcenia

W przypadku obciążenia rozłożonego, kąt skręcenia $\varphi(x)$ i moment zginający pólki $M_w(x)$ wyznaczamy ze wzorów:

$$\varphi(x) = \frac{m_T}{k^2 G I_T} \left[k^2 \left(\frac{Lx}{2} - \frac{x^2}{2} \right) + \frac{\cosh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right], \quad (13)$$

$$M_w(x) = EI_{fz} \frac{h_0}{2} \left(\frac{m_T}{G I_T} \right) \left[1 - \frac{\cosh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right]. \quad (14)$$

Przyjęto oznaczenia: G – moduł sprężystości ścinania, I_T – moment bezwładności skręcania swobodnego (St. Venanta), T – moment skręcający, a, b wg rys.2b ; $L=a+b$.

Parametr k wyznaczamy ze wzoru: $k = \sqrt{\frac{G I_T}{EI_w}}$. (15)

W tabeli 1 zestawiono funkcje kąta skręcenia $\varphi(x)$ i momentu $M_w(x)$ dla schematu statycznego z rys. 2b.



Rys. 2. a) obciążenie rozłożonym momentem skręcającym b) obciążenie skupionym momentem skręcającym

Tabela 1. Funkcje kąta skręcenia φ i momentu zginającego M_w od momentu skręcającego T (rys.2b) [4]

Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$\varphi(x) = \frac{T}{kGI_T} \left(\frac{b}{L} kx - \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \sinh kx \right)$	$\varphi(\bar{x}) = \frac{T}{kGI_T} \left[\frac{a}{L} k\bar{x} - \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \sinh k\bar{x} \right]$
$M_w(x) = EI_{fz} \frac{h_0}{2} \left(\frac{Tk}{GI_T} \right) \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \sinh kx$	$M_w(\bar{x}) = EI_{fz} \frac{h_0}{2} \left(\frac{Tk}{GI_T} \right) \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \sinh k\bar{x}$

gdzie: $\bar{x} = L - x$

2.3. Przemieszczenie poziome

Przemieszczenie poziome punktu P o współrzędnej pionowej a_z możemy oszacować za pomocą wzoru:

$$v_P(x) = v(x) + a_z \varphi_k(x). \quad (16)$$

gdzie: $\varphi_k(x)$ jest kątem skręcenia od obciążenia charakterystycznego, a $v(x)$ jest ugięciem poziomym, wywołanym poprzecznym obciążeniem belki.

Ze względów funkcjonalnych ugięcie poziome belek podsuwnicowych jest ostro ograniczane i często decyduje o wymiarach przekroju belki podsuwnicowej. W przypadku niepodatnych podpór można przyjąć, że ugięcie jest równe maksymalnemu przemieszczeniu wyznaczonemu ze wzoru (16). Wartości graniczne ugięć poziomych belki podsuwnicowej na poziomie główki szyny są ograniczone do $L/600$ [2], a warunek stanu granicznego ma postać:

$$v_{P,\max} \leq \delta_{gr,y} (= L/600). \quad (17)$$

W celu wyznaczenia przemieszczenia na poziomie główki szyny do wzoru (16) należy podstawić współrzędną a_z równą odległości główki szyny od osi belki podsuwnicowej, to znaczy $a_z = h/2 + h_{sz}$, gdzie h – wysokość przekroju belki, a h_{sz} – wysokość profilu szyny. Dla często stosowanych szyn dźwigowych A65 lub A75, h_{sz} wynosi odpowiednio 75 i 85 mm.

W tabeli 2 przedstawiono funkcję przemieszczenia poziomego od obciążenia siłą skupioną H_k , działającą na belkę w odległości a od lewej podpory (analogicznie jak skupiony moment skręcający na rys 2b).

Tabela 2. Funkcje przemieszczenia $v(x)$ od siły skupionej H_k

Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$v(x) = \frac{H_k b}{6EI_z L} x (L^2 - b^2 - x^2)$	$v(x) = \frac{H_k a}{6EI_z L} \bar{x} (L^2 - a^2 - \bar{x}^2)$

Funkcje przemieszczenie od obciążenia rozłożonego ma postać ($\xi = x/L$):

$$v(x) = \frac{q_k L^4}{24EI_z} (\xi - 2\xi^3 + \xi^4). \quad (18)$$

2.4. Ścinanie

W przypadku skręcania, należy wyznaczyć nośność przekroju na ścinanie z uwzględnieniem naprężeń od skręcania swobodnego (St Venanta) $M_{v,Ed}$ [1]

$$\tau_{T,Ed} = \frac{M_{v,Ed}}{I_T / t_w}, \text{ gdzie } M_{v,Ed} = GI_T \varphi^{(1)}. \quad (19)$$

Moment skręcania swobodnego St.Venanta $M_{v,Ed}$ od rozłożonego momentu skręcającego m_T (rys. 2a) wyznaczamy ze wzoru:

$$M_{v,Ed} = \frac{m_T}{k} \left[k \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) - \frac{\sinh k(L/2 - x)}{\cosh(kL/2)} \right] \quad (20)$$

W przypadku obciążenia belki skupionym momentem skręcającym, wzory na $M_{v,Ed}$ są przedstawione w tabeli 3.

Tabela 3. Funkcje momentu skręcania St.Venanta $M_{v,Ed}$ od momentu skręcającego T (rys. 2b)

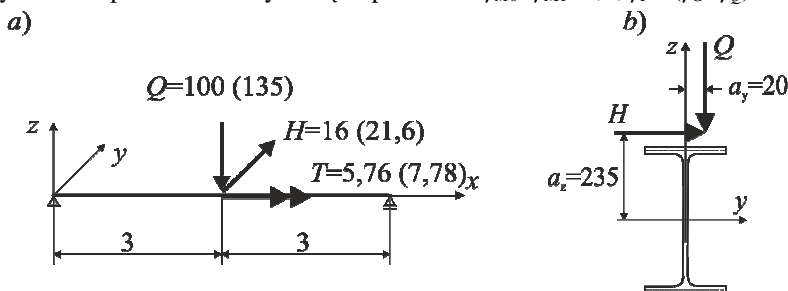
Lewy przedział ($0 \leq x < a$)	Prawy przedział ($a < x \leq L$)
$M_{v,Ed}(x) = T \cdot \left(\frac{b}{L} - \frac{\sinh kb}{\sinh kL} \cosh kx \right)$	$M_{v,Ed}(\bar{x}) = T \cdot \left(-\frac{a}{L} + \frac{\sinh ka}{\sinh kL} \cosh k\bar{x} \right)$

Nośność na ścinanie, zredukowana w wyniku skręcania wynosi:

$$V_{z,T,Rd} = V_{z,Rd} \sqrt{1 - \frac{\tau_{T,Ed}}{1,25 \cdot (f_y / \sqrt{3}) / \gamma_{M0}}}. \quad (20)$$

3. Przykład liczbowy

Sprawdźmy nośność i ugięcia poziome belki podsuwnicowej o długości $L=6\text{ m}$, wykonanej z dwuteownika HEB 300-S235. Przekrój belki ma charakterystyki: $h=b=300\text{ mm}$, $t=19\text{ mm}$, $h_0=300-19=281\text{ mm}$, $I_z=8563\text{ cm}^4$, $I_w=1688 \cdot 10^3\text{ cm}^6$, $I_T=185\text{ cm}^4$, $W_{pl,y}=1869\text{ cm}^3$, $W_{pl,z}=870,1\text{ cm}^3$, $I_{\bar{z}}=1,9 \cdot 30^3/12=4275\text{ cm}^4$, $W_{pl,w}=1,9 \cdot 30^2/4=427,5\text{ cm}^3$. Sztywności przekroju: $GI_T=149,9\text{ kNm}^2$, $EI_w=354,5\text{ kNm}^4$, $EI_{\bar{z}}=8978\text{ kNm}^2$, $k=0,6502\text{ m}^{-1}$. Nośności plastyczne przekroju: $M_{pl,y,Rd}=439,2\text{ kNm}$, $M_{pl,z,Rd}=204,5\text{ kNm}$, $M_{pbw,Rd}=100,5\text{ kNm}$. Współczynniki bezpieczeństwa wynoszą odpowiedni: $\gamma_{M0}=\gamma_{M1}=1,0$, $\gamma_F=(\gamma_G=\gamma_Q)=1,35$.



Rys.3. a) Schemat statyczny i obciążenia belki z przykładu, b) Przekrój belki i jego obciążenia

Na rys. 3 pokazano obciążenia belki. W środku rozpiętości belki ($x=3\text{m}$) przyłożono skupione obciążenia poprzeczne: pionowe Q na mimośrodku $a_y=20\text{ mm}$ oraz poziome H na poziomie główki szyny, czyli $a_z=300/2+85$ (szyna dźwigowa A75/SD75) = 235 mm. Bez nawiasu podano wartości charakterystyczne obciążeń, a w nawiasie wartości obliczeniowe (uzyskane po przemnożeniu wartości charakterystycznych przez $\gamma_F=1,35$) w jednostkach odpowiednio: kN i kNm. Skupiony moment skręcający wynosi:

$$T_k = 100 \cdot 0,02 + 16 \cdot 0,235 = 5,76 \text{ kNm} \quad T_d = 1,35 \cdot 5,76 = 7,78 \text{ kNm}.$$

W celu zwiększenia czytelności, w przykładzie pominięto inne obciążenia, w tym ciężar własny belki i szyny podsuwnicowej oraz ich kombinacje.

Obliczeniowe momenty zginające wynoszą odpowiednio $M_{y,Ed} = 202,5 \text{ kNm}$, $M_{z,Ed} = 32,4 \text{ kNm}$.

3.1. Proponowana metoda

Ekstremalne momenty zginające i kąty obrotu wystąpią w środku rozpiętości belki (dla $x=3,0\text{ m}$). Z formuł zestawionych w tablicy 1, otrzymamy:

$$M_{w,Ed} = 8978 \frac{0,281}{2} \left(\frac{7,78 \cdot 0,6502}{149,9} \right) \frac{\sinh^2(0,6502 \cdot 3,0)}{\sinh(0,6502 \cdot 6,0)} = 20,43 \text{ kNm}$$

$$\varphi_d = \frac{7,78}{0,6502 \cdot 149,9} \left(\frac{0,6502 \cdot 3,0^2}{6,0} - \frac{\sinh^2(0,6502 \cdot 3,0)}{\sinh(0,6502 \cdot 6,0)} \right) = 0,03951 \text{ rad}.$$

Ze wzoru (5) wyznaczamy:

$$\bar{M}_{z,Ed} = 32,4 + 0,03951 \cdot 202,5 = 40,4 \text{ kNm}.$$

Moment krytyczny zwichrzenia belki należy wyznaczać w ogólnie dostępnym programie LTBeam lub w komercyjnym programie ConSteel, umożliwiającym analizę dowolnych ram złożonych z prętów cienkościennych [8]. W rozważanym przypadku z programu LTBeam otrzymujemy $M_{cr} = 1039 \text{ kNm}$.

Postępując według procedury normowej [1] uzyskamy: smukłość belki na zwichrzenie $\lambda_{LT} = 0,650$ i współczynnik zwichrzenia $\chi_{LT} = 0,894$.

Nośność belki na zginanie z uwzględnieniem zwichrzenia wynosi

$$M_{b,Rd} = 0,894 \cdot 1869 \cdot 235 / 1,0 = 392,7 \text{ kNm}.$$

Współczynniki (12a,b,c): $k_\alpha = 1,242$, $k_z = 0,802$, $k_w = 0,659$ a współczynnik równoważnego stałego momentu $C_{mz} = 0,9$ [1].

Nośność przekroju oraz belki zginanej i skręcanej sprawdzamy zgodnie z formułami (6) i (10):

$$\left(\frac{202,5}{439,2} \right)^2 + \frac{40,4}{204,5} + \frac{20,43}{100,5} = 0,613 \leq 1$$

$$\frac{202,5}{392,7} + \frac{0,9 \cdot 40,4}{204,5} + \frac{0,659 \cdot 0,802 \cdot 1,242 \cdot 20,43}{100,5} = 0,827 \leq 1.$$

Kąt skręcenia wywołany charakterystycznym momentem skręcającym wynosi $\varphi_k = 0,0293 \text{ rad}$. Ugięcie na poziomie główki szyny $a_z = 235 \text{ mm}$ wynosi (16):

$$v_p = \frac{H_k L^3}{48EI_y} + a_z \phi_k = 4,0 + 6,9 = 10,9 \text{ mm} > \delta_{gr,y} = \frac{L}{600} = 10,0 \text{ mm}.$$

Przekroczenie ugięcia dopuszczalnego o 9% nie zostało zaakceptowane przez głównego mechanika – technologa transportu. W celu zmniejszenia tego ugięcia projektujemy niższą szynę dźwigową typu A55 ($h_{sz}=65$ mm). W drodze powtórnych obliczeń dla $a_z=150+65=215$ mm można pokazać, że

$$v_p = 4,0 + 5,9 = 9,9 \text{ mm} < \delta_{gr,y} = 10,0 \text{ mm}.$$

Alternatywnie powinniśmy zwiększyć sztywność belki podsuwnicowej, co w rozpatrywanym przykładzie byłoby ekonomicznie nieuzasadnione. Z przykładu należy wyciągnąć wniosek, że w konstrukcjach wsporczych dźwignic należy stosować jak najniższe szyny dźwigowe w celu ograniczenia ugięcia na poziomie główki szyny, które może decydować o wymiarach belki podsuwnicowej. Nie jest wskazane stosowanie szyn kolejowych, np. S42 ze względu na dużą wysokość ($h_{sz}=140$ mm).

3.2. Sprawdzenie poziomego ugięcia metodą uproszczoną [1]

Poziome ugięcia belki sprawdzimy teraz uproszczoną metodą normową [1]. W metodzie uproszczonej zakłada się, że pas górny w całości przenosi obciążenia poziome zwiększone ze względu na skręcanie. Moment skręcający T zastępujemy parą sił $H_T=T/h_0$, przyłożonych do pasa górnego i dolnego, a siłę poziomą rozkładamy proporcjonalnie do sztywności pasa górnego i dolnego, czyli $H_H=H/2$. Sumarycznie pas górny jest zginany poziomą siłą poprzeczną $H=H_T+H_H$.

W rozpatrywanym przypadku mamy charakterystyczne obciążenia: $H_{T,k}=5,44/0,281=19,36$ kN, ($T_k=5,44$ kNm wystąpi przy zastosowaniu szyny A55); $H_{H,k}=16/2=8$ kN, $H_k=19,36+8=27,36$ kN. Stąd ugięcie na poziomie osi pasa górnego P_0 , w środku rozpiętości belki wynosi:

$$v_{P_0} = \frac{27,36 \cdot 6,0^3}{48 \cdot 8978} = 13,7 \text{ mm} \gg 10 \text{ mm}.$$

Bez analizy sposobu zamocowania szyny przyjmiemy ograniczenie z góry, czyli uwzględnimy cały moment bezwładności szyny, który dla typu A55 wynosi $I_{y,sz}=337$ cm⁴. Wówczas $v_{P_0}=12,7$ mm i nadal przekracza wartość dopuszczalną. Ugięcie na poziomie główki szyny będzie jeszcze większe. Mimo jednoznacznie negatywnego wyniku sprawdzenia ugięcia metodą uproszczoną faktyczne ugięcie na poziomie główki szyny nie jest nadmierne (pkt.3.1). Można pokazać, że sprawdzanie nośności przekroju i belki podsuwnicowej metodą uproszczoną w większości praktycznych przypadków prowadzi do niepotrzebnego zwiększenia przekroju belki, a zatem ta metoda jest nieuzasadniona ekonomicznie, co w epoce projektowania zrównoważonego nie powinno być akceptowane.

4. Wnioski

Oszacowanie poziomego przemieszczenia belki według prezentowanej metody jest dokładniejsze od powszechnie stosowanej metody uproszczonej. Wobec ostrego ograniczenia ugięć belek podsuwnicowych, graniczny stan ugięć poziomych często jest warunkiem decydującym o wymiarowaniu belki, więc podejście zaprezentowane w pracy może mieć duże znaczenie praktyczne.

Ze względu na istotny wpływ wysokości szyny na ugięcia poziome główki szyny, zaleca się stosowanie szyn o jak najmniejszej wysokości przy spełnieniu warunków funkcjonalnych oraz trwałości.

Istotny wpływ na wyężenie belki podsuwnicowej ma zwiększenie zginania belki względem słabszej osi wskutek skręcania jej przekroju.

Ważnym elementem pracy jest operowanie parą momentów zginających wywołujących paczenie przekroju, zamiast bimomentem. Zaprezentowane podejście jest przyjazne dla projektanta w praktyce inżynierskiej.

Ze względu na dokładność metody prezentowanej w pracy i łatwe wdrożenie jej w arkuszach obliczeniowych, proponujemy zastąpienie tą metodą powszechnie stosowanej w projektowaniu uproszczonej metody wymiarowania belek podsuwnicowych.

Literatura

1. PN-EN 1993-1-1:2006. *Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*.
2. PN-EN 1993-6: 2009. *Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 6: Konstrukcje wsporcze dźwignic*.
3. Hughes A.F., Iles D.C., Malik A.S. (2011), *Design of steel beams in torsion*, Steel Construction Institute, Sliwood Park, Ascot, Publication Number SCI P385, Berkshire, 2011, [http://www.steelconstruction.info/file:sci_p385.pdf : 20 maj 2015]
4. Rutecki J. (1957), *Wytrzymałość konstrukcji cienkościennych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
5. Żmuda J., (2013), *Konstrukcje wsporcze dźwignic*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
6. Bijak R.: *Wymiarowanie zginanych i skręcanych dwuteowników walcowanych*, Konferencja Naukowo-Techniczna ZK2014, Konstrukcje Metalowe, Kielce-Suchedniów 2014, s. 119-122.
7. Piechnik St., *Pręty cienkościenne otwarte*, Politechnika Krakowska, Kraków 2008.
8. Chodor L., *Pręty cienkościenne*, π Wiki Encyklopedia Architekta i Inżyniera <http://chodor-projekt.net/encyklopedia/>, [<http://chodor-projekt.net/wiki/prety-cienkoscienne/> :20 maj 2015]

Design of I-beams in bending and torsion

Roman Bijak¹, Leszek Chodor²

Faculty of Civil Engineering and Architecture, Kielce University of Technology

Email: ¹r.bijak@tu.kielce.pl, ²lchodor@tu.kielce.pl

Abstract: The paper presents a method for design of I-beams in bending and torsion, acting proposal to modify the standard approach of PN-EN 1993-6 [2]. It involves replacing the bi-moment by an equivalent pair of moments bending flanges of crane girder. This is conceptually easier for the designers to interpret. The proposal uses a modification of the generalized beam theory to determine the angle of cross-sections rotation. Achieved a good estimate of the horizontal deflection at the level of the crane rail head, significantly more accurate than the commonly used simplified methods for design of crane girders.

Keywords: I-beams, crane beam, generalized beam theory, horizontal deflection of the head rail, pair of moments.