

Leszek CHODOR *

Roman BIJAK **

ANALIZA WRAŻLIWOŚCI KONSTRUKCJI W STOCHASTYCZNEJ METODZIE ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH

1. Wprowadzenie

W stochastycznej metodzie elementów skończonych (Hasofer, Lind (1974) [5], Madsen i.in. (1986) [7], Der Kiureghian i.in. (1987) [4], Liu i in. (1988) [6], Chodor (1988, 1991) [2,3] itd.) można wydzielić trzy podstawowe zagadnienia:

- dyskretyzację losowego pola konstrukcji, obciążeń i kinematycznych warunków brzegowych na stochastyczne elementy skończone [7, 3],
- aproksymację powierzchni odpowiedzi konstrukcji w przestrzeni zmiennych losowych i poszukiwanie wrażliwości odpowiedzi na zmiany parametrów losowych w ustalonym punkcie [2, 4, 8],
- przeprowadzenie procedury optymalizacji w celu oszacowania niezawodności w punkcie aproksymacji Levi'ego (punkcie obliczeniowym) ([4] i. in.).

W niniejszej pracy zajmiemy się metodami wyznaczania wrażliwości konstrukcji na losowe zmiany parametrów wejściowych. Szczególną uwagę zwrócimy na sposoby obliczania wrażliwości sprężysto-plastycznych systemów nieliniowych, niezbędne w analizach stanów granicznych.

2. Wrażliwość konstrukcji w stochastycznej metodzie elementów skończonych

W celu usytuowania analizy wrażliwości w stochastycznej metodzie elementów skończonych rozpatrzmy równanie równowagi konstrukcji w przestrzeni wejściowych zmiennych losowych \mathbf{X} (np. obciążenia, kształtu konstrukcji, stałych materiałowych itd.) i zależnych od nich losowych odpowiedzi systemu $\mathbf{a}(\mathbf{X})$:

$$\Psi(\mathbf{a}(\mathbf{X}), \mathbf{X}) = 0. \quad (1)$$

Współrzędne wektora Ψ są siłami resztkowymi (Zienkiewicz, Taylor (1990) [10]).

Na zmiennych systemu konstrukcyjnego skonstruujemy funkcjonal opisujący powierzchnię graniczną

(*) dr inż. - Katedra Budownictwa Metalowego i Teorii Konstrukcji Politechniki Świętokrzyskiej

(**) mgr inż. - Katedra Budownictwa Metalowego i Teorii Konstrukcji Politechniki Świętokrzyskiej

$$g = g(\mathbf{a}(\mathbf{X}), \mathbf{X}) = 0. \quad (2)$$

Po przeprowadzeniu transformacji $\mathbf{Y} = \mathbf{T}[\mathbf{X}]$ wektora losowych skorelowanych zmiennych \mathbf{X} o dowolnym rozkładzie prawdopodobieństwa do nieskorelowanych zmiennych \mathbf{Y} o standaryzowanym rozkładzie normalnym, otrzymamy nową powierzchnię graniczną:

$$G(\mathbf{Y}) = g(\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{Y})) = 0. \quad (3)$$

W teorii niezawodności zmienną losową G , przyjmującą wartości dodatnie w bezpiecznych stanach konstrukcji, nazywa się zapasem bezpieczeństwa. W punkcie $\mathbf{Y}^{(i)}$ obliczmy indeks niezawodności $\beta^{(i)}$ zdefiniowany jako stosunek wartości oczekiwanej $E(G^{(i)} = G(\mathbf{Y}^{(i)}))$ zapasu bezpieczeństwa $G^{(i)}$ i jego odchylenia standardowego $\sqrt{\text{Var}(G^{(i)})}$ (pierwiastka z wariancji):

$$\beta^{(i)} = \frac{E(G^{(i)})}{\sqrt{\text{Var}(G^{(i)})}}. \quad (4)$$

Oszacowanie indeksu (4) jest istotnym problemem w teorii niezawodności, ponieważ można udowodnić (Hasofer, Lind (1974) [5]), że jest on dobrą miarą niezawodności konstrukcji w najbardziej prawdopodobnym punkcie zniszczenia, to jest w punkcie $\mathbf{Y}^{(*)}$ w którym (4) osiąga minimum $\mathbf{Y}^{(*)} = (\mathbf{Y}^{(i)} : \beta^{(i)} = \min)$.

Rozwińmy wyrażenie na zapas bezpieczeństwa G w szereg Taylora wokół punktu $\mathbf{Y}^{(i)}$:

$$G(\mathbf{a}, \mathbf{Y}) \approx G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)}) + \nabla G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)}) \cdot (\mathbf{Y} - \mathbf{Y}^{(i)}) + \dots \quad (5)$$

W celu obliczenia parametrów statystycznych zapasu bezpieczeństwa ograniczmy się do dwóch pierwszych wyrazów rozwinięcia i zastosujmy operator wartości oczekiwanej w stosunku do (5):

$$E[G(\mathbf{a}, \mathbf{Y})] \approx G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)}) + \nabla G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)}) \cdot (E[\mathbf{Y}] - \mathbf{Y}^{(i)}), \quad (6a)$$

$$\text{Var}[G(\mathbf{a}, \mathbf{Y})] \approx \nabla G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)})^T \cdot \text{Cov}[\mathbf{Y}] \cdot \nabla G(\mathbf{a}^{(i)}, \mathbf{Y}^{(i)}). \quad (6b)$$

W wyrażeniach (6), pozwalających wyznaczyć indeks niezawodności, występuje gradient zmiennej G

$$\nabla G(\mathbf{a}, \mathbf{Y}) = \left[\frac{\partial G}{\partial Y_1}, \frac{\partial G}{\partial Y_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial Y_m} \right]^T. \quad (7)$$

Zwróćmy jeszcze uwagę, że w celu oszacowania parametrów statystycznych odpowiedzi $\mathbf{a}(\mathbf{Y}(\mathbf{X}))$ rozwinięcie w szereg Taylora najlepiej prowadzić wokół punktu oczekiwanego zmiennych wejściowych $\mathbf{X}^{(i)} = E[\mathbf{X}]$ [2], czyli wokół zerowych wartości zmiennych standaryzowanych $E[\mathbf{Y}] = \mathbf{Y}^{(i)} = \mathbf{0}$. W tym przypadku nie są potrzebne iteracje w celu poszukiwania punktu aproksy-

macji, a uzyskane wyniki będą lepiej aproksymowały statystyczne parametry odpowiedzi.

3. Oszacowanie gradientu powierzchni granicznej

Określenie gradientu (7) zmiennej G można otrzymać, różniczkując równanie (3) względem wektora zmiennych wejściowych \mathbf{Y} , w postaci:

$$\nabla G(\mathbf{a}, \mathbf{Y}) = \left(\frac{\partial g}{\partial \mathbf{a}} \cdot \frac{d\mathbf{a}}{d\mathbf{X}} + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{X}} \right) \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} \right)^{-1} \quad (8)$$

W tym równaniu pochodne cząstkowe $\partial g / \partial \mathbf{a}$, $\partial g / \partial \mathbf{X}$ oraz jacobian $\partial \mathbf{Y} / \partial \mathbf{X}$ są wielkościami znanymi, natomiast $d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$ należy wyznaczyć numerycznie.

Podstawowym problemem analizy wrażliwości jest więc wyznaczenie pochodnej $d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$, tj. niejawnych zmian odpowiedzi systemu $d\mathbf{a}$ wywołanych przez zmiany zmiennych wejściowych $d\mathbf{X}$. W ogólności istnieją trzy metody rozwiązania tego problemu: metoda *różnic skończonych*, metoda *zmiennych sprzężonych* oraz metoda *bezpośredniego różniczkowania*.

Metoda różnic skończonych jest prosta w implementacji numerycznej, lecz w praktycznych zagadnieniach nieliniowych niedokładna. Różnica pomiędzy metodą sprzężoną i bezpośredniego różniczkowania polega na innym zapisie i wynikających stąd innych algorytmach numerycznych obliczania iloczynu $\partial g / \partial \mathbf{a} \cdot d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$.

W metodzie sprzężonej (pomyślanej jako uproszczenie bezpośredniego różniczkowania w przypadku małej liczby funkcji celu w zagadnieniach optymalizacji) niewiadomą jest iloczyn $\partial g / \partial \mathbf{a} \cdot d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$, a nie wrażliwości odpowiedzi $d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$. Metoda ta jest efektywna w przypadku małej liczby funkcjonałów odpowiedzi i niezależności $d\mathbf{a} / d\mathbf{X}$ od poprzednich kroków przyrostowych.

W pracy zajmujemy się problemem geometrycznie i fizycznie nieliniowym. W tym przypadku bardziej użyteczną i bardziej przejrzystą metodą jest metoda bezpośredniego różniczkowania (Vidal, Haber (1993) [9], Michaleris i inni (1994)[8]).

4. Obliczenie wrażliwości metodą bezpośredniego różniczkowania odpowiedzi systemów zależnych od czasu w procedurze przyrostowej

Obliczenie wrażliwości odpowiedzi systemu metodą bezpośredniego różniczkowania odbywa się równoległe z deterministyczną procedurą przyrostową:

$$\mathbf{K}_T \cdot \delta \mathbf{a} = -\Psi(\mathbf{a}_I), \quad \mathbf{a}_{I+1} = \mathbf{a}_I + \delta \mathbf{a} \quad (9)$$

gdzie: $\mathbf{K}_T = \partial \Psi / \partial \mathbf{a}$ -macierz sztywności stycznej, $\delta \mathbf{a}$ - przyrost odpowiedzi systemu, Ψ - siła

reszkowa odpowiadająca poziomowi odpowiedzi systemu \mathbf{a}_J , J -krok iteracji wewnątrz przyrostu N . Zależność (9) uzyskano po rozwinięciu (1) w szereg Taylora wokół punktu \mathbf{a}_J i zachowaniu w rozwinięciu członów pierwszego rzędu (Zienkiewicz, Taylor (1990) [10])

Po obliczeniu pochodnej cząstkowej sił reszkowych (1) względem k -tej zmiennej bazowej X_k jako funkcji złożonej, otrzymamy formułę do wyznaczania wrażliwości $d\mathbf{a} / dX_k$ w postaci:

$$\mathbf{K}_T \cdot \frac{d\mathbf{a}}{dX_k} = -\frac{\partial \Psi}{\partial X_k}, \quad (10)$$

z prawą stroną $\partial \Psi / \partial X_k$ nazywaną wektorem pseudo-obciążenia. W obu formułach (9) i (10) występuje macierz styczna \mathbf{K}_T .

4.1. Geometrycznie nieliniowe sformułowanie

W zagadnieniu geometrycznie nieliniowym wektor prawych stron w formule (10) zależy od wrażliwości w poprzednim kroku przyrostowym $N-1$ zgodnie z zależnością (Michaleris i. in. (1994) [8]):

$$-\frac{\partial \Psi}{\partial X_k} = -\left(\frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial \mathbf{a})_{N-1}} \cdot \frac{(d\mathbf{a})_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial \Psi)_N}{\partial X_k} \right), \quad (11)$$

Pochodna $(d\mathbf{a})_{N-1} / dX_k$ w równaniu (11) jest znana z poprzedniego kroku, a tą szacujemy z kolei na podstawie pochodnej $(d\mathbf{a})_{N-2} / dX_k$ z kroku wcześniejszego. Postępujemy tak, aż do początkowego przyrostu.

4.2. Geometrycznie i fizycznie nieliniowe sformułowanie

W problemach nieliniowych fizycznie w miejsce jednego równania równowagi w postaci sił reszkowych (1) wprowadzamy dodatkowe równanie powrotu do powierzchni płynięcia w punktach całkowania numerycznego. Taki sposób postępowania jest efektywniejszy od dodatkowego uwikłania równań równowagi (1) przez związki fizyczne. Powstały układ równań można zapisać w postaci:

$$\Psi(\mathbf{a}, \kappa(\mathbf{a})) = 0, \quad (12a)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{a}, \kappa(\mathbf{a})) = 0, \quad (12b)$$

gdzie: κ - wektor „stałych” materiałowych wyznaczony w punkcie całkowania Gaussa, \mathbf{F} - wektor „odejścia” od powierzchni płynięcia (analogia do sił reszkowych Ψ wyznaczających „odejście” od położenia równowagi).

Pochodne cząstkowe sił reszkowych (12a,b) względem k -tej zmiennej X_k otrzymujemy po-

przez różniczkowanie ich jako funkcji złożonych. Niejawne pochodne $d\kappa/dX_k$ wyznaczone z przeróżniczkowanego równania (12b) wynoszą:

$$\frac{d\kappa}{dX_k} = -\left(\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right)^{-1} \left[\frac{\partial F}{\partial a} \cdot \frac{da}{dX_k} + \frac{\partial F}{\partial X_k} \right], \quad (13)$$

gdzie $\partial F/\partial \kappa$ jest zależnym operatorem stycznym używanym w poditeracji metody Newtona-Raphsona użytej do wyznaczenia przyrostu odpowiedzi $\delta\kappa$. Pochodną $d\kappa/dX_k$ należy traktować jako zależną wrażliwość odpowiedzi systemu, ponieważ zgodnie ze wzorem (13) zależy ona od pochodnej da/dX_k .

Podstawiając równanie (13) do przeróżniczkowanego równania (12b) otrzymujemy następującą wyrażenie na niezależną wrażliwość odpowiedzi

$$\left[\frac{\partial \Psi}{\partial a} - \frac{\partial \Psi}{\partial \kappa} \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial a} \right] \cdot \frac{da}{dX_k} = - \left[\frac{\partial \Psi}{\partial X_k} - \frac{\partial G}{\partial \kappa} \cdot \left(\frac{\partial F}{\partial \kappa}\right)^{-1} \frac{\partial F}{\partial X_k} \right]. \quad (14)$$

Po wyznaczeniu da/dX_k z równania (14), zależna pochodna $d\kappa/dX_k$ jest obliczana ze wzoru (13).

W przypadku, gdy wyrażenia (13) i (14) są zależne od poprzedniego kroku przyrostowego w celu obliczenia $(da)_N/dX_k$, $(d\kappa)_N/dX_k$, wyrażamy pochodną $(d\kappa)_N/dX_k$ w zależności od $(da)_N/dX_k$, poprzez zróżniczkowanie równania (12b) dla N , tzn.

$$\frac{(d\kappa)_N}{dX_k} = -\left(\frac{(\partial F)_N}{(\partial \kappa)_N}\right)^{-1} \left[\frac{(\partial F)_N}{(\partial a)_N} \cdot \frac{(da)_N}{dX_k} + \frac{(\partial F)_N}{(\partial a)_{N-1}} \cdot \frac{(da)_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial F)_N}{(\partial \kappa)_{N-1}} \cdot \frac{(d\kappa)_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial F)_N}{\partial X_k} \right] \quad (15)$$

Różniczkując równanie (12a) oraz uwzględniając (15) otrzymujemy:

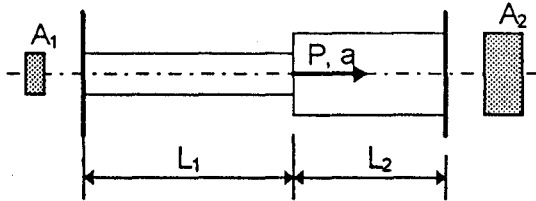
$$\begin{aligned} & \left[\frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial a)_N} - \frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial \kappa)_N} \cdot \left(\frac{(\partial F)_N}{(\partial \kappa)_N}\right)^{-1} \frac{(\partial F)_N}{(\partial a)_N} \right] \cdot \frac{(da)_N}{dX_k} = \\ & - \left[\frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial a)_{N-1}} \cdot \frac{(da)_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial \kappa)_{N-1}} \cdot \frac{(d\kappa)_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial \Psi)_N}{\partial X_k} \right. \\ & \left. \frac{(\partial \Psi)_N}{(\partial \kappa)_N} \cdot \left(\frac{(\partial F)_N}{(\partial \kappa)_N}\right)^{-1} \left(\frac{(\partial F)_N}{(\partial a)_{N-1}} \cdot \frac{(da)_{N-1}}{dX_k} + \frac{(\partial F)_N}{(\partial \kappa)_{N-1}} \cdot \frac{(d\kappa)_{N-1}}{dX_k} + \frac{\partial F}{\partial X_k} \right) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

4.3. Metoda kontroli objętości w analizie wrażliwości kształtu systemu

Spośród dwóch metod do wyznaczenia wrażliwości kształtu konstrukcji: metody pochodnej materialnej oraz metody kontroli objętości - wykorzystano metodę kontroli objętości. Arora i in. (1992)

[1] porównując obie metody, wykazali ich równoważność: wyrażenia otrzymane przy zastosowaniu metody pochodnej materialnej można uzyskać bezpośrednio z końcowego wyrażenia metody kontroli objętości. Istotne różnice występują w sposobach implementacji numerycznej obu metod. W metodzie kontroli objętości wszystkie wyrażenia i całki są najpierw transformowane do przyjętej (ustalonej) konfiguracji odniesienia (Vidal, Haber (1993)[9]). Takie odwzorowanie jest standardowym odwzorowaniem izoparametrycznym w metodzie elementów skończonych. Jakobian tego odwzorowania odgrywa *podstawową* rolę w transformacji rozpatrywanych pochodnych i całek. Ten sposób podejścia pozwala na bardzo prostą interpretację wyrażen wrażliwości, co ułatwia implementację numeryczną (Vidal, Haber (1993) [9]).

5. Przykład



Rys. 1.

Oszacujmy wariancję przemieszczenia pręta sprężysto-plastycznego pokazanego na rys. 1.

Pręt wykonany jest z materiału ze wzmocnieniem z funkcją płynięcia $Y = \sigma_{pl} - (\sigma_y + kEe_{pl})$ i stowarzyszonym prawem płynięcia, gdzie σ_y jest początkową granicą plastyczności, E modułem Younga, k współczynnikiem materiałowym ($k=1/4$), σ_{pl}, e_{pl} - intensywnością naprężeń oraz odkształceń plastycznych. Zachodzi $L_1 / L_2 = 2$, $A_2 / A_1 = 2$.

Przyjmijmy, że jedyną losową zmienną wejściową do systemu jest początkowa granica plastyczności $X = \sigma_y$.

Wariancję przemieszczenia a punktu przyłożenia obciążenia oszacujmy przy założeniu, że pręt jest wykonany z jednego skończonego elementu stochastycznego z wariancją plastyczności $Var[\sigma_y]$, a wariancję tą oszacowano na podstawie znanego z badań doświadczalnych pola losowego granicy plastyczności i twierdzeń o stochastycznych elementach skończonych [3].

Rozważając element izoparametryczny z liniową funkcją kształtu oraz przeprowadzając całkowanie sił reszkowych (1) w jednym punkcie Gaussa otrzymujemy następujące wyrażenie na siły reszkowe (12a) w środkowym węźle $A_1 \sigma_{1(N)} - A_2 \sigma_{2(N)} - P_{(N)} = 0$, gdzie σ_1, σ_2 - naprężenia w punktach całkowania Gaussa odpowiednio w pierwszym i drugim elemencie. Natomiast siły reszkowe „plastyczne” (12b) są wyznaczane w każdym punkcie Gaussa (u nas są dwa takie punkty) i dla dwóch niezależnych wektorów „stałych” materiałowych κ_1, κ_2 . Korzystając ze wzorów (15) i (16) otrzymamy

następujące wrażliwości przemieszczenia a w dwóch krokach przyrostu obciążenia:

$$da_{(1)} / d\sigma_y = L_1 / (2E), \quad da_{(2)} / d\sigma_y = L_1 / E.$$

Wartości obciążeń w poszczególnych krokach zdefiniowano jako funkcję początkowej granicy plastyczności σ_y w następujący sposób: $P_{(1)} = 5 / 2 A_1 \sigma_y$, $P_{(2)} = 17 / 5 A_1 \sigma_y$. Te dwa obciążenia przyjęto z warunku zapoczątkowania uplastycznienia odpowiednio prawego i lewego pręta.

Korzystając z wyrażenia (6b) sformułowanego dla odpowiedzi systemu mamy:

$$Var(a)_{(1)} = (L_1 / (2E))^2 \cdot Var(\sigma_y), \quad Var(a)_{(2)} = (L_1 / E)^2 \cdot Var(\sigma_y).$$

Wniosek: W zgadnieniach nieliniowych fizycznie losowe parametry odpowiedzi systemu konstrukcyjnego zależą od poziomu uplastycznienia i poprzedzającej go historii parametrów wejściowych.

6. Uwagi i wnioski

- Szacowanie analizy wrażliwości konstrukcji jest jednym z podstawowych kroków w stochastycznej metodzie elementów skończonych,
- Metoda perturbacji (różnic skończonych) nie wymaga znajomości modelu elementu skończonego, lecz jest mało dokładna oraz kosztowna (czasochłonna). Dlatego w miarę możliwości należy starać się stosować metody analityczne: metodę sprzężoną lub bezpośredniego różniczkowania. Jest to istotne z powodu wielokrotnego obliczania wrażliwości (pętla w pętli) przy szacowaniu niezawodności stochastyczną metodą elementów skończonych,
- Zarówno w metodzie sprzężonej jak i bezpośredniego różniczkowania konieczna jest znajomość jawnych wyrażeń na siły reszkowe i macierz sztywności stycznej w celu analitycznego obliczenia pochodnych pod całkami i uzupełnienia programów obliczeniowych MES,
- W problemach geometrycznie i fizycznie nieliniowych najbardziej przejrzystą metodą obliczania wrażliwości systemu jest metoda bezpośredniego różniczkowania,
- Formuły na obliczanie wrażliwości konstrukcji otrzymujemy przez formalne różniczkowanie sił reszkowych: w przypadku systemów geometrycznie nieliniowych tylko sił reszkowych „odejścia” od położenia równowagi (1); natomiast w przypadku systemów fizycznie nieliniowych dodatkowo sił reszkowych „odejścia” od powierzchni płynięcia (12b),
- W przypadku elementów izoparametrycznych wrażliwość kształtu systemu konstrukcyjnego należy szacować metodą kontroli objętości.

Literatura

- [1] Arora J.S., Lee T.H., Cardoso J.B.: Structural shape sensitivity analysis: relationship between material derivative and control volume approaches, *AIAA J.*, 30, 1992, s.1638-1648
- [2] Chodor L.: Stochastyczna metoda elementów skończonych w zgadnieniach losowej mechaniki konstrukcji, Materiały XXXIV Konf. Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Tom 1: Teoria Konstrukcji, Krynica 1988, s. 151- 156,
- [3] Chodor L.: Discretisation of Structures in the Stochastic Finite Element Method, Proc of Sc Conf. "Computers Methods in Mechanics", Szczecin-Świnoujście 1991,
- [4] Der Kiureghian A., Lin H.-Z., Hwang S.-J.: Second-order reliability approximations, *Journal of Engng. Mech., ASCE*, 113(4), 1987, s. 1208-1225
- [5] Hasofer A.M., Lind N.C.: Exact and invariant second-moment code format, *Journal of Engng. Mech., ASCE*, 100(1), 1974, s. 111-121.
- [6] Liu W.K., Besterfield G.H., Belytschko T.: Variational approach to probabilistic finite element, *J. Engng. Mech.*, 114(12), 1988, s. 2115-2133.
- [7] Madsen, H. O., Krenk S., Lind N.C.: Methods of structural safety, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1986
- [8] Michaleris P., Tortorelli D.A., Vidal C.A.: Tangent operators and sensitivity formulations for transient non-linear coupled problems with applications to elastoplasticity, *Int.J.Numer.Meth.Engng.*, 37, 1994, s.2471-2499
- [9] Vidal C.A, Haber R.B.: Design sensitivity analysis for rate-independent elastoplasticity, *Comput. Methods Appl. Engrg.*, 107, 1993, s. 393-431.
- [10] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. : The finite element method Vol. I/II., McGraw-Hill, London, 1989/1990

SENSITIVITY ANALYSIS OF STRUCTURES IN THE STOCHASTIC FINITE ELEMENT METHOD

Summary

Sensitivity analysis of structures in the stochastic finite elements method has been examined. Sensitivity analysis is a relatively new field, in which variations or derivatives of state fields are found due to variations in the design parameters. The position of sensitivity in the stochastic calculations has been show when estimating Hasofer-Lind reliability index and developing limit-state function into Taylor series. Three methods of sensitivity calculation have been examined: the finite differences method, direct differentiation and the adjoint method. The most popular techinques currently employed in senistivity analysis are based on the finite difference method, but in this paper the method of direct differentiation useful in basis parameters history dependent linear problems has been studied.

An example of the estimation of response variation in a simple plastic non-linear system has been included in the work.