



Leszek CHODOR, Zbigniew KOWAL, Zbigniew ZAJĄC
Politechnika Świętokrzyska, Kielce

STAŁOWE CYLINDRYCZNE ZBIORNIKI POZIOME O PRZEKROJU ODKSZTAŁCALNYM

1. Wprowadzenie

Zalecane w podręcznikach [1,2,3,4] sposoby projektowania cylindrycznych zbiorników poziomych dotyczą w zasadzie powłok o nieodkształcalnym przekroju poprzecznym.

W przypadku zbiorników o dużej smukłości płaszcza powłoki ($r/g > 175$ [2], r - promień zbiornika, g - grubość ścianki powłoki) odkształcalność przekroju wpływa istotnie na siły powłokowe w stanie błonowym i zgięciowym, zwłaszcza w przypadku braku międzypodporowych wręg. Do obliczania naprężeń lub sił powłokowych w swobodnie podpartych, usztywnionych nad podporami zbiornikach stosuje się rozwiązania analityczne [1,5].

Z własnych testów wynika, że wzory podawane w podręcznikach [1,5] zawodzą w przypadku "krótkich" przęseł zbiorników ($l/r < 2$, l - długość przęsła). Dla takich zbiorników, szeregi podane w [1] do obliczania sił powłokowych są rozbieżne, w szczególności z powodu dużego wpływu stanu zgięciowego.

W niniejszej pracy podano sposób obliczania wieloprzęślowych zbiorników poziomych o silnie odkształcalnym przekroju poprzecznym z uwzględnieniem stanu zgięciowego, oraz stateczności miejscowej powłoki. Podany sposób pozwala oszczędnie projektować zbiorniki poziome, gdyż umożliwia: 1) zmniejszenie liczby wręg międzypodporowych do niezbędnego minimum, 2) zastosowanie dokładniejszych metod obliczania wyężenia powłoki.

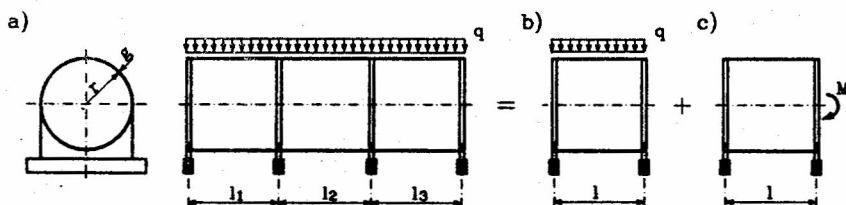
Cechą charakterystyczną zbudowanego programu komputerowego do obliczania i wymiarowania wieloprzęślowych zbiorników poziomych jest krótki czas obliczeń przy stosunkowo dużej dokładności w porównaniu z programami metody elementów skończonych.

Pracę zilustrowano przykładem projektu prototypowego zbiornika o objętości 200 m³ do produkcji biogazu dla potrzeb rolnictwa.

2. Statyka wieloprzęsłowych zbiorników obciążonych poprzecznie

2.1. Superpozycja stanów powłoki

Rozwiązanie wieloprzęsłowej powłoki podpartej za pośrednictwem nieskończenie sztywnych tarcz na podporach (rys.1a) uzyskano przez złożenie rozwiązania przęsła pod obciążeniami poprzecznymi (rys.1b) oraz rozwiązania przęsła obciążonego momentem podporowym (rys.1c).



Rys.1

Momenty podporowe M oszacowano jak dla belki ciągłej obciążonej wypadkowym po obwodzie powłoki obciążeniem poprzecznym q (obciążeniem belkowym). W przypadku zestawionych w tab. 1. najczęściej występujących obciążeń poprzecznych zbiorników wypadkowe te wynoszą: I) ciężar własny $q=2\pi r g$, II) ciśnienie cieczy $q=\pi r^2 \gamma (1 - (\varphi_0 - \sin \varphi_0)/(2\pi))$, III) ciśnienie gazu $q=-2pr \sin \varphi_0$, IV) wiatr $q=0.799 r p_k C_s \beta$, V) śnieg $q=2rs$. Obciążenie belkowe wiatrem otrzymano po przecałowaniu po obwodzie powłoki wartości danych w normie [9].

2.2. Rozwiązanie powłoki od obciążenia momentem podporowym

Korzystając ze ścisłych zależności dla powłok krótkich [7] uzyskano zamknięte wyrażenia analityczne na przemieszczenia i siły powłokowe dla antysymetrycznego stanu powłoki usztywnionej nad podporami i obciążonej w sposób pokazany na rys. 2a.

Po rozwiązaniu stosownych równań różniczkowych otrzymano następujące wzory do wyznaczania przemieszczeń radialnych w , sił powłokowych N_x , N_φ , $N_{x\varphi}$ oraz momentów zginających M_x , M_φ (rys. 2b) :

$$w = - \frac{M}{\pi r E g} \left[[\nu - (1^2 - x^2)/(6r^2)] x / l + \nu \frac{K_2 K_2 - K_1 K_3}{K_1 K_3 - K_2^2} \right] \cos \varphi, \quad (1a)$$

$$N_x = \frac{M x}{\pi r^2 l} \cos \varphi, \quad N_\varphi = - \frac{\nu M K_2 K_2 - K_1 K_3}{\pi r^2 K_1 K_3 - K_2^2} \cos \varphi, \quad N_{x\varphi} = \frac{M}{\pi r l} \sin \varphi, \quad (1b, c, d)$$

$$M_x = \frac{M g}{\pi r^2} \frac{\nu}{4\sqrt{3}\sqrt{1-\nu^2}} \frac{K_2 K_0 - K_1 K_1}{K_1 K_3 - K_2^2} \cos \varphi, \quad M_\varphi = \frac{M g}{\pi r^2} \frac{\nu^2}{4\sqrt{3}\sqrt{1-\nu^2}} \frac{K_2 K_0 - K_1 K_1}{K_1 K_3 - K_2^2} \cos \varphi, \quad (1e, f)$$

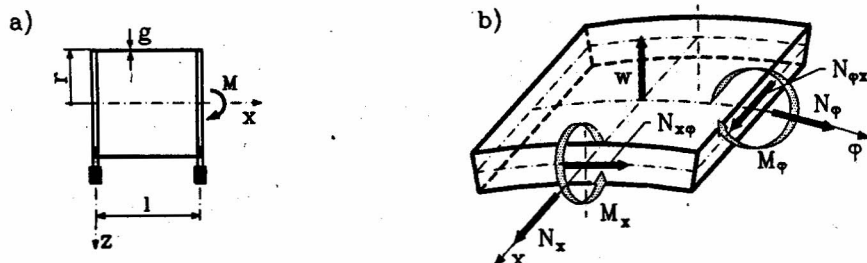
We wzorach (1) symbolem K_i oznaczono następujące funkcje:

$$K_0(\beta) = \cosh\beta \cos\beta, \quad K_1(\beta) = 0.5[\cosh\beta \sin\beta + \sinh\beta \cos\beta],$$

$$K_2(\beta) = 0.5\sinh\beta \sin\beta, \quad K_3(\beta) = 0.25[\cosh\beta \sin\beta - \sinh\beta \cos\beta],$$

gdzie: $\beta = x \sqrt{3(1-\nu^2)}/\sqrt{rg}$, ν - współczynnik Poissona.

Nadkreśleniem oznaczono: $K_i = K_i(x=1)$.



Rys.2

2.3. Rozwiązanie powłoki od obciążeń poprzecznych

W przypadku powłoki jednoprzęstowej pokazanej na rys. 1b. rozwiązanie ogólnych równań różniczkowych momentowej teorii powłok walcowych, bez dodatkowych założeń upraszczających, podano w pracy [6]. Obciążenia zewnętrzne powłoki wyrażono podwójnymi szeregami Fouriera:

$$P_\phi = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{\phi mn} \sin m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad P_r = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{rmn} \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad (2a,b)$$

gdzie $\lambda = n\pi r/l$, $\xi = x/r$.

W niniejszej pracy współczynniki rozwinięcia (2) wyrażono iloczynem współczynników $p_{\phi n}$, p_{rn} rozwinięcia wzdłuż osi x i współczynników $p_{\phi m}$, p_{rm} rozwinięcia po obwodzie:

$$P_{\phi mn} = p_{\phi n} \cdot p_{\phi m}, \quad P_{rmn} = p_{rn} \cdot p_{rm} \quad (3a,b)$$

W przypadku stałych na długości przęśla obciążeń otrzymano

$$p_{\phi n} = p_{rn} = 2(1 - \cos n\pi) / (n\pi). \quad (4)$$

Współczynniki $p_{\phi m}$ oraz p_{rm} dla najczęściej występujących obciążeń poprzecznych zbiorników podano w tab 1.

Przemieszczenie radialne oraz siły powłokowe wyznaczono z zależności:

$$w = \sum_m \sum_n w_{mn} \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad N_x = \frac{D}{r} \sum_m \sum_n [-\lambda u_{mn} + (\nu + k)\lambda^2] w_{mn} + \nu m u_{mn} \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi,$$

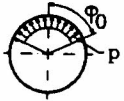
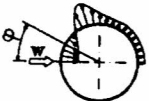
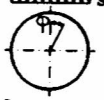
$$N_\phi = \frac{D}{r} \sum_m \sum_n [m\nu v_{mn} + (1+k-km^2)w_{mn} - \nu \lambda u_{mn}] \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad (5a,b,c)$$

$$M_\phi = \frac{K}{r^2} \sum_m \sum_n [(m^2 - 1 + \nu\lambda^2)w_{mn}] \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad (5d)$$

$$M_x = \frac{K}{r^2} \sum_m \sum_n [\nu m v_{mn} + (\nu m^2 + \lambda^2)w_{mn} - \lambda u_{mn}] \cos m\phi \cdot \sin n\lambda \xi, \quad (5e)$$

gdzie: $D = Eg/(1-\nu^2)$, $K = Eg^3/[12(1-\nu^2)]$, $k = K/(Dr^2)$, E - moduł Younga.

Tab.1. Obciążenia poprzeczne cylindrycznych zbiorników poziomych

Obciążenie : Nr schematu, nazwa, szkic obciążenia	Współczynniki rozwinięcia w szereg Fouriera $p_{rm} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} p_r \cos(m\varphi) d\varphi$, $p_{\varphi m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} p_{\varphi} \sin(m\varphi) d\varphi$
I Ciężar własny  $p_r = -g \cos \varphi$, $p_{\varphi} = g \sin \varphi$	$p_{r0}/2 = 0$, $p_{r1} = -g$, $p_{rm} (m \neq 1) = 0$, $p_{\varphi 1} = g$, $p_{\varphi m} (m \neq 1) = 0$.
II Ciśnienie cieczy  $p_r = \gamma r (\cos \varphi_0 - \cos \varphi)$	$p_{r0}/2 = \gamma r / \pi \cdot [\cos \varphi_0 \cdot (\pi - \varphi_0) + \sin \varphi_0]$, $p_{r1} = -\gamma r / \pi \cdot [\pi - \varphi_0 + \sin(2\varphi_0)/2]$, $2\gamma r \cdot [m \sin \varphi_0 \cos m\varphi_0 - \cos \varphi_0 \sin m\varphi_0]$ $p_{rm} (m \neq 1) = \frac{\pi}{[m(1-m^2)]}$, $p_{\varphi m} = 0 (m = 1, 2, \dots)$.
III Ciśnienie gazu  $p_r = p$ dla $\varphi \in \langle -\varphi_0, \varphi_0 \rangle$	$p_{r0}/2 = p\varphi_0 / \pi$, $p_{rm} = 2p \sin m\varphi_0 / (m\pi)$, $(m=1, 2, \dots)$ $p_{\varphi m} = 0, (m=1, 2, \dots)$
IV Wiatr  $p_r = p_k C_e C_{\varphi} \beta$, (wg [9])	Wsp. rozwinięcia C_{φ} wg normy [9]: $p_{r0}/2 = 0.356$, $p_{r1} = -0.322$, $p_{r2} = -0.636$, $p_{r3} = -0.501$, $p_{r4} = -0.058$, $p_{r5} = 0.128$, $p_{r6} = 0.034$, $p_{rm} (m > 6) = 0$, $p_{\varphi m} (m > 6) = 0$.
V Śnieg  $p_r = -s \cos \varphi^2$, $p_{\varphi} = s \cos \varphi \sin \varphi$	$p_{r0}/2 = -s/4$, $p_{r2} = -s/4$, $p_{rm} (m \neq 2) = -4s/\pi \cdot \sin(m\pi/2) / [m(4-m^2)]$, $p_{\varphi 2} = s/4$, $p_{\varphi m} (m \neq 1) = 2s/\pi \cdot \sin(m\pi/2) / (4-m^2)$.

Współczynniki rozwinięcia u_{mn} , v_{mn} , w_{mn} wyznaczono z następującego układu równań algebraicznych :

$$\left[\lambda^2 + \frac{1-\nu}{2} m^2 (1+k) \right] u_{mn} + \left[\frac{1+\nu}{2} \lambda m \right] v_{mn} + \left[-\nu \lambda - k \left(\lambda^3 - \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2 \right) \right] w_{mn} = 0 \quad (8a)$$

$$\left[-\frac{1+\nu}{2} \lambda m \right] u_{mn} + \left[m^2 + \frac{1-\nu}{2} \lambda^2 (1+3k) \right] v_{mn} + \left[m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m \right] w_{mn} = \frac{r^2}{D} p_{\varphi mn} \quad (8b)$$

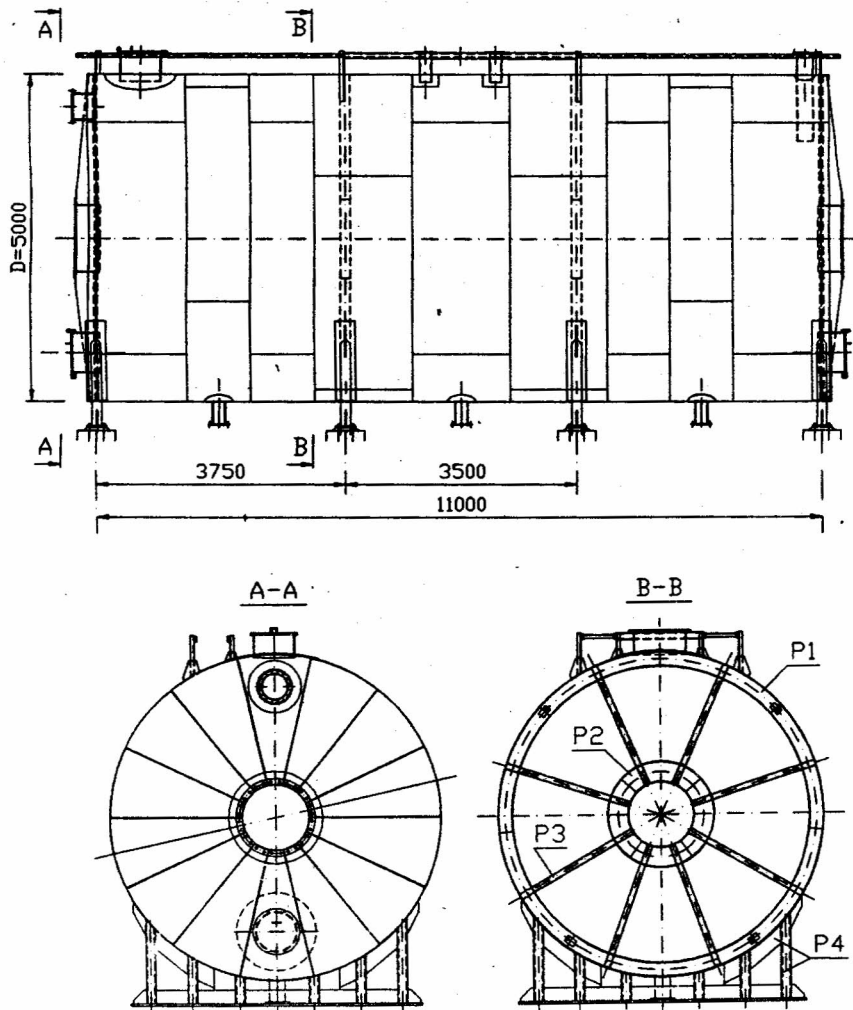
$$\left[-\nu \lambda - k \left(\lambda^3 - \frac{1-\nu}{2} \lambda m^2 \right) \right] u_{mn} + \left[m + \frac{3-\nu}{2} k \lambda^2 m \right] v_{mn} + \left[1+k(\lambda^4 + 2\lambda^2 m^2 + m^4 - 2m^2 + 1) \right] w_{mn} = \frac{r^2}{D} p_{rmn} \quad (8c)$$

3. Stateczność miejscowa ścianki powłoki

Stateczność miejscową ścianki powłoki uwzględniano na etapie wymiarowania, biorąc pod uwagę złożone stany niestateczności : 1) $N_x < 0$, $N_\phi < 0$, 2) $N_x < 0$, $N_\phi > 0$, 3) $N_x > 0$, $N_\phi < 0$. Współczynniki stateczności określano w sposób dostosowany do metody stanów granicznych według pracy [8].

4. Przykład

Na rys.3 pokazano prototypowy zbiornik o objętości 200 m³ do produkcji biogazu, o grubości ścianki $g=6\text{mm}$. Zbiornik obliczono i wymiarowano



Rys.3

za pomocą własnego programu komputerowego zbudowanego w języku C według koncepcji opisanej w punkcie 2.

Na uwagę zasługują wręgi zbudowane z pierścienia zewnętrznego P1 połączonego rurowymi prętami P3 z pierścieniem wewnętrznym P2. Zbiornik jest podparty na ażurowych podporach P4.

5. Uwagi i wnioski

1. Przedstawioną metodę obliczeń można stosować do projektowania wszystkich cylindrycznych zbiorników poziomych.

W przypadku zbiorników charakteryzowanych wyróżnikiem $gl^2/r^3 < 10$ obliczenia należy prowadzić z uwzględnieniem odkształcalności przekroju poprzecznego oraz wpływu stanu zgięciowego.

2. Cechą charakterystyczną zbudowanego programu jest krótki czas obliczeń, przy dużej ich dokładności, w porównaniu z metodą elementów skończonych (z uwagi na stosunkowo silną zbieżność zastosowanych szeregów).

LITERATURA

1. Lessig E.N. i inni, *Konstrukcje z blach stalowych*, Arkady, Warszawa 1960.
2. *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych*, red. Władysław Bogucki, T.2, Arkady, Warszawa 1982.
3. Ziółko J., *Zbiorniki metalowe na ciecze i gazy*, Arkady, Warszawa 1970.
4. Bogucki W., *Budownictwo stalowe*, Arkady, Warszawa 1977.
5. Kowal Z., *Wybrane działy z konstrukcji metalowych*, cz. I i II, Skrypt Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1973.
6. Nowacki W., *Dźwigary powłocznikowe*, PWN, Warszawa 1980.
7. *Pročnost, ustojčivost, kolebanija*, Spravočnik, Masinostrojenije, Moskva 1968.
8. Marek P., *Kovove konstrukce pozemnich staveb*, SNTL/Alfa, Praha 1985.
9. PN-/B-02011, *Obciążenia w obliczeniach statycznych. Obciążenie wiatrem*.

HORIZONTAL CYLINDRICAL STEEL RESERVOIRS WITH A DEFORMABLE CROSS-SECTION

Summary

Calculation and dimensioning of a horizontal cylindrical reservoir with deformable cross-section are performed. A multi-span reservoir supported indirectly on the foundation by means of stiff frames is considered. An example of a three-span cylindrical reservoir of 200 m volume for biogas is presented in this paper.