

## Dobór elementów struktury konstrukcyjnej szeregowej z warunku ustalonej niezawodności, mierzonej wskaźnikiem niezawodności $\beta$ dla różnych rozkładów prawdopodobieństwa obciążenia i nośności.

### Przykład liczbowy dla kratownicy statycznie wyznaczalnej.

Leszek Chodor, Joanna Klosowska

Politechnika Świętokrzyska w Kielcach

Wydział Budownictwa i Architektury

Katedra Mechaniki Budowli, Konstrukcji Metalowych i Metod Komputerowych

Kielce, al. Tysiąclecia Państwa Polskiego 7, 25-312 Kielce,

e-mail: biuro@chodor-projekt.net

#### Streszczenie

W opracowaniu przedstawiono analizę projektów struktury szeregowej w sensie teorii niezawodności, dla różnych typów rozkładu prawdopodobieństwa obciążenia oraz nośności oraz porównano z projektem struktury konstrukcyjnej, wykonanego zgodnie z Eurokodem 3 dla częściowych współczynników bezpieczeństwa. W analizie niezawodnościowej przyjęto współczynnik zmienności obciążenia równy 15%, co szacunkowo odpowiada współczynnikowi obciążenia 1,5 wg Eurokodu 3, a także współczynnik zmienności nośności równy 10%, co szacunkowo odpowiada współczynnikowi materiałowemu 1,0 wg metody częściowych współczynników bezpieczeństwa. Z analiz porównawczych wyciągnięto wnioski dla projektów: EC3, rozkładów obciążenia- Q i nośności- R w kombinacjach: [(N,N), (L,L), (G,N), (G,W)], gdzie N-rozkład normalny, L- rozkład log-normalny, G- rozkład Gumbela, W- rozkład Weibulla.

*Słowa kluczowe: Eurokod, szeregowy system niezawodnościowy, wskaźnik niezawodności, kolokacja,*

### 1. Wprowadzenie

Porównanie projektów konstrukcji wykonanych wg zasad teorii niezawodności na różnych poziomach, sprowadza się najczęściej do kalibracji miar niezawodności niższego poziomu, za pomocą miar wyższego poziomu. Przykładowo w normie [1] podano zasady kalibracji częściowych współczynników bezpieczeństwa na podstawie zadanych współczynników niezawodności  $\beta$ . Podstawę do tej metody zawarto w normie [2].

W niniejszym opracowaniu zaprojektowano kratownicę z warunku założonego poziomu niezawodności, mierzonego współczynnikiem bezpieczeństwa  $\beta=3,8$ , co odpowiada klasie niezawodności konstrukcji RC2 i projektowemu okresowi użytkowania 50 lat. Rozwiązano zadania optymalizacji ustalając, jako funkcję celu- masę konstrukcji, przy ograniczeniu wskaźnika niezawodności  $\beta = 3,8$  dla kryteriów niezawodnościowych według: Eurokodu lub dla rozmaitych rozkładów obciążenia i nośności dokładniejszymi metodami niezawodności.

### 2. Postawienie zadania

Zaprojektować kratownicę przedstawioną na rys 1, tak aby jej niezawodność mierzona współczynnikiem Hasofer-Linda wynosiła  $\beta=3,8$ .

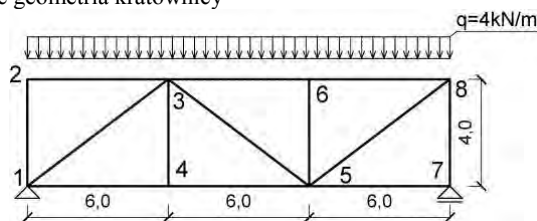
Pręty kratownicy wykonane są ze stali S235, dla której granica plastyczności  $f_y=235$  MPa. Przyjęto, że geometria kratownicy

jest nielosowa, a współczynniki długości wybočeníowych prętów, w płaszczyźnie i z płaszczyzny kratownicy, są deterministyczne i wynoszą 1,0. Na rys. 1 pokazano obciążenie nominalne kratownicy, przyłożone w sposób pośredni, tzn. tak, że węzły kratownicy są obciążone równoważnymi statycznie siłami skupionymi.

### 3. Projekt kratownicy według Eurokodu 3 [3]

Istota wymiarowania prętów wg Eurokodu polega na zastosowaniu częściowych współczynników bezpieczeństwa, tzn. współczynnika obciążeń i współczynników kombinacyjnych, zależnie od natury obciążenia. W przykładzie przyjęto, że obciążenie kratownicy jest jednej natury i współczynnik obciążenia wynosi 1,5 jak dla obciążeń zmiennych. Pominięto ciężar własny. Obciążenie nominalne potraktowano, jako obciążenie charakterystyczne. Przyjęto, że współczynnik obciążeń 1,5, ujmuje rozproszenie losowe zarówno obciążenia jak i materiału. Obciążenie obliczeniowe, dla którego wyznaczono siły prętowe w podejściu Eurokodu, wynosi zatem  $1,5 \cdot 4 = 6$  kN/m.

W tabeli 1 zaprojektowano kratownicę, dobierając optymalne profile rur kwadratowych i ceownika na pas dolny, której masa wynosi 451 kg.



Rys.1. Schemat kratownicy- niezawodnościowego systemu szeregowego

Tab.1. Projekt kratownicy według PN-EN 1993 [3]

Pręt	Nr	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	$N_{brd}=\chi \cdot A \cdot f_y$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x3	10,21	600	0,27	64,78	8,01	48,1
	(3-6)		10,21	600	0,27	64,78	8,01	48,1
	(6-8)		10,21	600	0,27	64,78	8,01	48,1
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3	5,04	600	1	118,44	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	118,44	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	118,44	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK60x3	6,74	400	0,26	41,18	5,29	21,2
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	11,87	3,41	13,6
	(6-5)	RK70x3	7,81	400	0,34	62,40	6,24	25,0
	(8-7)	RK70x4	10,40	400	0,34	83,10	8,15	32,6
Krzyżulce	(1-3)	RK90x5	16,10	721	0,19	71,89	13,1	94,5
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	2,97	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	98,94	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]								451

W kolejnych punktach zaprojektowano kratownicę wg dokładniejszych kryteriów niezawodnościowych, badając każdorazowo masę kratownicy, która stanowi cechę przyjmowaną w porównaniach.

**3.1. Niezawodność struktury szeregowej dla obciążenia i nośności rozłożonych normalnie**

Kratownica stanowi układ szeregowy z punktu widzenia niezawodności. Prawdopodobieństwo zniszczenia poszczególnych prętów  $p_{fi}$  wynosi  $p_{fi}=1-p_{si}$ , gdzie  $p_{si}$  oznacza niezawodność elementów. Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy obliczono według formuły  $p_f=1-\prod(1-p_{fi})$ . Współczynnik Hasofera-Linda (indeks niezawodności) w przestrzeni normalnych, standaryzowanych zmiennych losowych obliczono z formuły  $\beta= - \varphi^{-1}(p_f)$ . W tabeli 2 obliczono niezawodność kratownicy.

Konstrukcję w tym podejściu obciążono siłami o wartości oczekiwanej  $\mu_q= 4$  kN/m ze współczynnikiem zmienności  $v_q= 15\%$  i odchyleniem standardowym  $\sigma_q=15\% \cdot 4= 0,6$ . W przypadku rozkładu normalnego obciążenia, podane wartości są dwoma pierwszymi momentami statystycznymi tego rozkładu  $N(\mu_q, \sigma_q)$ .

Nośności poszczególnych prętów  $N_{Ri}=\chi_i \cdot A_i \cdot f_y / \gamma_0$  przyjmowano jako zmienne losowe o wartości oczekiwanej równej iloczynowi wartości nominalnej  $f_y$ , pola powierzchni pręta  $A_i$  i deterministycznego współczynnika wyoboczeniowego  $\chi_i$ , wyznaczonego w pkt. 3, ze współczynnikami zmienności równym  $v_{Ri}= 10\%$ , co szacunkowo odpowiada przypadkowi, gdy współczynnik zmienności pola przekroju elementów  $v_{Ai}= 7\%$ , a współczynnik zmienności granicy plastyczności stali  $v_{fy}= 7\%$ .

W przypadku innych rozpatrywanych rozkładów, parametry wyznaczono metodą kolokacji [4], która polega na porównaniu dystrybuant i gęstości prawdopodobieństw dla dwóch rozkładów, w odpowiednio dobranym punkcie, zwanym punktem kolokacji. Transformację parametrów wykonano w punkcie centralnym.

**3.2. Niezawodność struktury szeregowej dla obciążenia rozłożonego normalnie i nośności rozłożonej log-normalnie**

Transformację parametrów określonych rozkładem log-

normalnym do parametrów normalnych, w omawianym przykładzie, dokonano w oparciu o następujące formuły (zakładając, że punktem kolokacji jest wartość oczekiwana badanego parametru):

$$\mu = \bar{\mu} \tag{1}$$

$$\sigma = v \cdot \bar{\mu} \tag{2}$$

gdzie,

$\mu$  - średnia wartość parametru w rozkładzie normalnym,

$\bar{\mu}$  - średnia wartość parametru w rozkładzie log-normalnym,

$\sigma$  - odchylenie standardowe w rozkładzie normalnym,

$v$  - współczynnik zmienności.

Zastosowanie metody kolokacji, w celu wykorzystania własności rozkładu normalnego, pozwala na oszacowanie wskaźnika niezawodności, przy założeniu różnych rozkładów parametrów decydujących o niezawodności konstrukcji. W tabeli 3 obliczono niezawodność kratownicy.

**3.3. Niezawodność struktury szeregowej dla obciążenia opisanego rozkładem Gumbela i nośności rozłożonej log-normalnie**

Kolokację parametrów określonych rozkładem Gumbela do parametrów normalnych, dokonano w oparciu o następujące formuły:

$$\mu = \hat{\mu} + \hat{\sigma} \cdot t_N \tag{3}$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma} / \theta_N \tag{4}$$

gdzie,

$\hat{\mu}$  - średnia wartość parametru w rozkładzie Gumbela,

$\hat{\sigma}$  - odchylenie standardowe parametru w rozkładzie Gumbela,

$$\theta_N = \left(\frac{1}{e}\right) \varphi \left[ \phi^{-1} \left(\frac{1}{e}\right) \right] = 0,9762$$

$$t_N = \phi^{-1} \left(1 - \frac{1}{e}\right) / \theta_N = 0,3457$$

$\phi^{-1}$  - odwrotna funkcja Laplace'a.

Transformację parametrów nośności opisanych rozkładem log-normalnym do rozkładu normalnego, przeprowadzamy wg (1),(2). W tabeli 4 obliczono niezawodność kratownicy.

**3.4. Niezawodność struktury szeregowej dla obciążenia opisanego rozkładem Gumbela i nośności opisanej za pomocą rozkładu Weibulla**

W tabeli 5 obliczono niezawodność kratownicy zaprojektowanej wg PN-EN 1993 ( w tab.1) wyznaczając parametry obciążenia i nośności metodą kolokacji. Zamianę parametrów rozkładu Gumbela (średniego obciążenia i-tego pręta i odchylenia standardowego obciążenia i-tego pręta) do rozkładu normalnego, przeprowadzono wg (3), (4).

Transformację parametrów rozkładu Weibulla (średniej nośności i-tego pręta i odchylenia standardowego nośności i-tego pręta) do rozkładu normalnego, przeprowadzono w oparciu o następujące formuły:

$$\mu = \tilde{\mu}(1 - v \cdot t_N) \tag{5}$$

$$\sigma = v\tilde{\mu}/\theta_N \tag{6}$$

gdzie,  
 $\tilde{\mu}$  – średnia wartość parametru w rozkładzie Weibulla.

Tab.2. Niezawodność kratownicy zaprojektowanej wg PN-EN 1993 ( w tab.1)

Pręt	Obciążenie i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	64,782	6,478	64,782	6,478	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	64,782	6,478	28,782	8,434	3,413	3,215E-04
6-8	-36,000	-5,400	64,782	6,478	28,782	8,434	3,413	3,215E-04
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	41,181	4,118	29,181	4,494	6,493	4,209E-11
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	62,402	6,240	38,402	7,204	5,331	4,897E-08
8-7	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-3	-43,300	-6,495	71,887	7,189	28,587	9,688	2,951	1,586E-03
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $P_F$								0,002
Wskaźnik niezawodności $\beta$								2,8

Tab.3. Niezawodność kratownicy zaprojektowanej wg PN-EN 1993 ( w tab.1)

Pręt	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchyl. standard. obciąż. $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\tilde{\mu}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Odchylenie standardowe Nośności $\tilde{\sigma}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	64,782	6,478	64,782	6,478	64,782	6,478	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	64,782	6,478	64,782	6,478	28,782	8,434	3,413	3,215E-04
6-8	-36,000	-5,400	64,782	6,478	64,782	6,478	28,782	8,434	3,413	3,215E-04
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	41,181	4,118	41,181	4,118	29,181	4,494	6,493	4,209E-11
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	62,402	6,240	62,402	6,240	38,402	7,204	5,331	4,897E-08
8-7	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-3	-43,300	-6,495	71,887	7,189	71,887	7,189	28,587	9,688	2,951	1,586E-03
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $P_F$										0,002
Wskaźnik niezawodności $\beta$										2,8

Tab.4. Niezawodność kratownicy zaprojektowanej wg PN-EN 1993 ( w tab.1)

Pręt	Obciążenie i-tego pręta $\hat{\mu}_{qi}$ wg rozkładu Gumbela	Odchyl. stand. obciąż. $\hat{\sigma}_{qi}$ wg rozkładu Gumbela	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkładu norm.	Odchyl. stand. obciążenia $\sigma_{qi}$ wg rozkładu norm.	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkładu log-norm.	Odchyl. stand. nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkładu log-norm.	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodob. zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	64,782	6,478	64,782	6,478	64,782	6,478	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	64,782	6,478	64,782	6,478	26,916	8,519	3,160	7,899E-04
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	64,782	6,478	64,782	6,478	26,916	8,519	3,160	7,899E-04
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	41,181	4,118	41,181	4,118	28,559	4,512	6,329	1,230E-10
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	62,402	6,240	62,402	6,240	37,157	7,248	5,126	1,478E-07
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	71,887	7,189	71,887	7,189	26,341	9,795	2,689	3,581E-03
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	98,935	9,894	53,390	11,923	4,478	3,767E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,005
Wskaźnik niezawodności $\beta$												2,6

Tab.5. Niezawodność kratownicy zaprojektowanej wg PN-EN 1993 ( w tab.1)

Pręt	Obc. i-tego pręta $\hat{\mu}_{qi}$ wg rozkładu Gumbela	Odchyl. stand. obc. $\hat{\sigma}_{qi}$ wg rozkładu Gumbela	Obc. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkładu norm.	Odchyl. stand. obc. $\sigma_{qi}$ wg rozkładu norm.	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkładu Weibulla	Odchyl. stand. nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkładu Weibulla	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkładu norm.	Odchyl. stand. obc. $\sigma_{Ri}$ wg rozkładu norm.	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	64,782	6,478	62,543	6,636	62,543	6,636	9,425	2,160E-21
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	64,782	6,478	62,543	6,636	24,676	8,639	2,856	2,143E-03
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	64,782	6,478	62,543	6,636	24,676	8,639	2,856	2,143E-03
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	114,346	12,133	114,346	12,133	9,425	2,160E-21
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	41,181	4,118	39,758	4,219	27,135	4,604	5,894	1,885E-09
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,462	1,216	11,462	1,216	9,425	2,160E-21
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	62,402	6,240	60,245	6,392	35,000	7,380	4,743	1,054E-06
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	71,887	7,189	69,401	7,364	23,856	9,924	2,404	8,113E-03
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,865	0,304	2,865	0,304	9,425	2,160E-21
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	95,515	10,135	49,969	12,124	4,122	1,880E-05
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,012
Wskaźnik niezawodności $\beta$												2,2

**4. Projekt kratownicy niezawodnościowej struktury szeregowej dla obciążenia i nośności rozłożonych normalnie według wymaganego wskaźnika niezawodności.**

**4.1. STRATEGIA 1**

[równomierny rozkład niezawodności elementów]

W celu uzyskania wymaganej niezawodności globalnej zwiększono niezawodność każdego pręta konstrukcji, tak by były jednakowe. Prawdopodobieństwo zniszczenia układu przy zadanym  $\beta=3,8$  wynosi  $p_f = \varphi(3,8) = 7,237 \cdot 10^{-5}$ . Zakładając jednakowe niezawodności wszystkich elementów struktury konstrukcyjnej, oszacowano orientacyjną niezawodność jednego pręta przy założeniu  $p_{fi} = const$ ,  $p_{fi} = 1 - \sqrt[n]{1 - p_f}$ , gdzie n- liczba prętów. W analizowanym przypadku:  $p_{fi} = 1 - \sqrt[13]{1 - 7,237 \cdot 10^{-5}} = 5,567 \cdot 10^{-6}$ , co odpowiada wskaźnikowi niezawodności  $\beta = 4,4$ .

Zwiększono przekroje prętów dla których wskaźnik niezawodności jest mniejszy, uwzględniając zmianę współczynnika wybocheniowego.

W tabeli 6 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność. Kratownica zaprojektowana według STRATEGII 1, dla optymalnych profili ma masę 527 kg. Niezawodność struktury sprawdzono w tabeli 7.

**4.2. STRATEGIA 2 ["strategia najsłabszych ogniw"]**

W celu uzyskania wymaganej niezawodności globalnej, zwiększono niezawodność najbardziej wyężonych prętów konstrukcji- "najsłabszych ogniw". W tabeli 8 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność wg "strategii najsłabszych ogniw". W rozważanym przypadku należało zwiększyć przekrój dwóch prętów: najsłabszego i kolejnego najsłabszego.

Masa kratownicy zaprojektowanej według wymaganego wskaźnika niezawodności wynosi 517 kg, jej niezawodność wyliczono w tabeli 9.

Tab.6. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 1)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK50x4	7,19	400	0,16	5,64	22,6
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK60x5	10,7	400	0,23	8,42	33,7
	(8-7)	RK70x4	10,15	400	0,33	8,15	32,6
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6	19,8	721	0,18	15,5	111,8
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]							527

Tab.7. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.6

Pręt	Obciążenie i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
6-8	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	27,034	2,703	15,034	3,248	4,629	1,837E-06
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	57,834	5,783	33,834	6,812	4,967	3,408E-07
8-7	-36,000	-5,400	78,713	7,871	42,713	9,546	4,475	3,826E-06
1-3	-43,300	-6,495	83,754	8,375	40,454	10,599	3,817	6,757E-05
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$								7,69E-05
Wskaźnik niezawodności $\beta$								3,8

Tab.8. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 2)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK60x3	6,74	400	0,26	5,29	21,2
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK70x3	7,81	400	0,34	6,24	25,0
	(8-7)	RK70x4	10,4	400	0,34	8,15	32,6
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6,0	19,8	721	0,18	15,5	111,8
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]							517

Tab.9. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.5

Pręt	Obciążenie i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
6-8	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	41,181	4,118	29,181	4,494	6,493	4,209E-11
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	62,402	6,240	38,402	7,204	5,331	4,897E-08
8-7	-36,000	-5,400	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-3	-43,300	-6,495	83,754	8,375	40,454	10,599	3,817	6,757E-05
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$								0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$								3,8

**5. Projekt kratownicy- niezawodnościowej struktury szeregowej dla obciążenia rozłożonego normalnie i nośności rozłożonej log- normalnie**

**5.1. STRATEGIA 1**  
[równomierny rozkład niezawodności elementów]

Projekt struktury niezawodnościowej wykonano analogicznie jak w punkcie 4.1. W tabeli 10 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność. Kratownica zaprojektowana według STRATEGII 1, dla optymalnych profili ma masę 527 kg.

Niezawodność struktury sprawdzono w tabeli 11, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.2.

**5.2. STRATEGIA 2 ["strategia najsłabszych ogniw"]**

W celu uzyskania wymaganej niezawodności globalnej, zwiększono niezawodność najbardziej wyczerpanych prętów konstrukcji- "najsłabszych ogniw". W tabeli 12 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność wg "strategii najsłabszych ogniw". W rozważanym przypadku należało zwiększyć przekrój dwóch prętów: najsłabszego i kolejnego najsłabszego.

Masa kratownicy zaprojektowanej według wymaganego wskaźnika niezawodności wynosi 517 kg, jej niezawodność wyliczono w tabeli 13, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.2.

Tab.10. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 1)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]	
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2	
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2	
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2	
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7	
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7	
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7	
Słupki	(1-2)	RK50x4	7,19	400	0,16	5,64	22,6	
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6	
	(6-5)	RK60x5	10,7	400	0,23	8,42	33,7	
	(8-7)	RK70x4	10,15	400	0,33	8,15	32,6	
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6	19,8	721	0,18	15,5	111,8	
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6	
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,61	
							Masa kratownicy [kg]	527

Tab.11. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.8

Pręt	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchyl. standard. obciąż. $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Odchylenie standardowe Nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
6-8	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	27,034	2,703	27,034	2,703	15,034	3,248	4,629	1,837E-06
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	57,834	5,783	57,834	5,783	33,834	6,812	4,967	3,408E-07
8-7	-36,000	-5,400	78,713	7,871	78,713	7,871	42,713	9,546	4,475	3,826E-06
1-3	-43,300	-6,495	83,754	8,375	83,754	8,375	40,454	10,599	3,817	6,757E-05
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $P_f$										0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$										3,8

Tab.12. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 2)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]	
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2	
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2	
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2	
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7	
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7	
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7	
Słupki	(1-2)	RK60x3	6,74	400	0,26	5,29	21,2	
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6	
	(6-5)	RK70x3	7,81	400	0,34	6,24	25,0	
	(8-7)	RK70x4	10,4	400	0,34	8,15	32,6	
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6,0	19,8	721	0,18	15,5	111,8	
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6	
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6	
							Masa kratownicy [kg]	517

Tab.13. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.12

Pręt	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$	Odchyl. standard. obciąż. $\sigma_{qi}$	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Odchylenie standardowe Nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkładu log-normalnego	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Odchylenie standardowe nośności $\sigma_{Ri}$ wg rozkładu normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
6-8	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-4	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
4-5	36,000	5,400	118,440	11,844	118,440	11,844	82,440	13,017	6,333	1,200E-10
5-7	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	41,181	4,118	41,181	4,118	29,181	4,494	6,493	4,209E-11
3-4	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	62,402	6,240	62,402	6,240	38,402	7,204	5,331	4,897E-08
8-7	-36,000	-5,400	83,096	8,310	83,096	8,310	47,096	9,910	4,752	1,005E-06
1-3	-43,300	-6,495	83,754	8,375	83,754	8,375	40,454	10,599	3,817	6,757E-05
3-5	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	98,935	9,894	98,935	9,894	55,635	11,835	4,701	1,295E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $P_f$										0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$										3,8

6. Projekt kratownicy- niezawodnościowej struktury szeregowej dla obciążenia opisanego rozkładem Gumbela i nośności rozłożonej log- normalnie

7. Projekt kratownicy- niezawodnościowej struktury szeregowej dla obciążenia opisanego rozkładem Gumbela i nośności opisanego rozkładem Weibulla.

### 6.1. STRATEGIA 1

[równomierny rozkład niezawodności elementów]

Projekt struktury niezawodnościowej wykonano analogicznie jak w punkcie 4.1. W tabeli 14 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność. Kratownica zaprojektowana według STRATEGII 1, dla optymalnych profili ma masę 540 kg.

Niezawodność struktury sprawdzono w tabeli 15, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.3.

### 6.2. STRATEGIA 2 ["strategia najsłabszych ogniw"]

W celu uzyskania wymaganej niezawodności globalnej, zwiększono niezawodność najbardziej wyciężonych prętów konstrukcji- "najsłabszych ogniw". W tabeli 16 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność wg "strategii najsłabszych ogniw". W rozważanym przypadku należało zwiększyć przekrój dwóch prętów: najsłabszego i kolejnego najsłabszego.

Masa kratownicy zaprojektowanej według wymaganego wskaźnika niezawodności wynosi 522 kg, jej niezawodność wyliczono w tabeli 17, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.3.

### 7.1. STRATEGIA 1

[równomierny rozkład niezawodności elementów]

Projekt struktury niezawodnościowej wykonano analogicznie jak w punkcie 4.1. W tabeli 18 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność. Kratownica zaprojektowana według STRATEGII 1, dla optymalnych profili ma masę 572 kg.

Niezawodność struktury sprawdzono w tabeli 19, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.4.

### 7.2. STRATEGIA 2 ["strategia najsłabszych ogniw"]

W celu uzyskania wymaganej niezawodności globalnej, zwiększono niezawodność najbardziej wyciężonych prętów konstrukcji- "najsłabszych ogniw". W tabeli 20 zaprojektowano kratownicę na wymaganą niezawodność wg "strategii najsłabszych ogniw". W rozważanym przypadku należało zwiększyć przekrój dwóch prętów: najsłabszego i kolejnego najsłabszego.

Masa kratownicy zaprojektowanej według wymaganego wskaźnika niezawodności wynosi 550 kg, jej niezawodność wyliczono w tabeli 21, korzystając z metody kolokacji jak w punkcie 3.4.

Tab.14. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 1)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK50x4	7,19	400	0,16	5,64	22,6
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK60x5	10,7	400	0,23	8,42	33,7
	(8-7)	RK70x5	12,7	400	0,33	9,99	40,0
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6,3	20,7	721	0,18	16,2	116,8
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]						540	

Tab.15. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.13.

Pręt	Obciąż. i-tego pręta $\hat{\mu}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Odchyl. stand. obciąż. $\hat{\sigma}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obciążenia $\sigma_{qi}$ wg rozkładu norm.	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkł. log-norm.	Odchyl. stand. nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkł. log-norm.	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkł. normalnego	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{Ri}$ wg rozkł. normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopod. zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	27,034	2,703	27,034	2,703	14,412	3,272	4,404	5,309E-06
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	57,834	5,783	57,834	5,783	32,589	6,859	4,751	1,011E-06
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	98,489	9,849	98,489	9,849	60,622	11,296	5,367	4,010E-08
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	87,561	8,756	87,561	8,756	42,016	10,997	3,821	6,656E-05
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	98,935	9,894	53,390	11,923	4,478	3,767E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$												3,8

Tab.16. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 2)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK60x3	6,74	400	0,26	5,29	21,2
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK70x3	7,81	400	0,34	6,24	25,0
	(8-7)	RK70x4	10,4	400	0,34	8,15	32,6
Krzyżulce	(1-3)	RK90x6,3	20,7	721	0,18	16,2	116,8
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]							522

Tab.17. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.15

Pręt	Obciąż. i-tego pręta $\hat{\mu}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Odchyl. stand. obciąż. $\hat{\sigma}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Obciąż. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obciążenia $\sigma_{qi}$ wg rozkładu norm.	Nośność i-tego pręta $\bar{\mu}_{Ri}$ wg rozkł. log-norm.	Odchyl. stand. nośności $\bar{\sigma}_{Ri}$ wg rozkł. log-norm.	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkł. normalnego	Odchylenie standardowe obciążenia $\sigma_{Ri}$ wg rozkł. normalnego	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopod. zniszczenia i-tego pręta $P_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	83,096	8,310	83,096	8,310	83,096	8,310	10,000	7,620E-24
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	118,440	11,844	80,573	13,072	6,164	3,552E-10
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	118,440	11,844	118,440	11,844	10,000	7,620E-24
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	41,181	4,118	41,181	4,118	28,559	4,512	6,329	1,230E-10
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,872	1,187	11,872	1,187	10,000	7,620E-24
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	62,402	6,240	62,402	6,240	37,157	7,248	5,126	1,478E-07
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	83,096	8,310	45,229	9,982	4,531	2,937E-06
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	87,561	8,756	87,561	8,756	42,016	10,997	3,821	6,656E-05
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,968	0,297	2,968	0,297	10,000	7,620E-24
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	98,935	9,894	53,390	11,923	4,478	3,767E-06
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$												3,8



Tab.18. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 1)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK50x5	8,73	400	0,17	6,85	27,4
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK60x5	10,7	400	0,23	8,42	33,7
	(8-7)	RK70x5	12,7	400	0,33	9,99	40,0
Krzyżulce	(1-3)	RK90x8	25,6	721	0,17	20,1	144,9
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]							572

Tab.19. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.18

Pręt	Obc. i-tego pręta $\hat{\mu}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Odchyl. stand. obci. $\hat{\sigma}_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Obc. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obc. $\sigma_{qi}$ wg rozkł. norm.	Nośność i-tego pręta $\tilde{\mu}_{Ri}$ wg rozkł. Weibulla	Odchyl. stand. nośności $\tilde{\sigma}_{Ri}$ wg rozkł. Weibulla	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obc. $\sigma_{Ri}$ wg rozkł. norm.	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	83,096	8,310	80,223	8,512	80,223	8,512	9,425	2,160E-21
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	114,346	12,133	114,346	12,133	9,425	2,160E-21
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	34,876	3,488	33,671	3,573	21,048	4,020	5,235	8,233E-08
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,462	1,216	11,462	1,216	9,425	2,160E-21
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	57,834	5,783	55,834	5,924	30,590	6,978	4,384	5,839E-06
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	98,489	9,849	95,084	10,089	57,217	11,506	4,973	3,299E-07
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	102,272	10,227	98,736	10,477	53,191	12,411	4,286	9,099E-06
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,865	0,304	2,865	0,304	9,425	2,160E-21
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	95,515	10,135	49,969	12,124	4,122	1,880E-05
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$												3,8

Tab.20. Projekt kratownicy wg wskaźnika  $\beta$  (STRATEGIA 2)

Pręt	Numer	Profil	A [cm <sup>2</sup> ]	Lcr [cm]	$\chi$	Masa [kg/m]	Masa [kg]
Pas górny	(2-3)	RK90x4	13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(3-6)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
	(6-8)		13,6	600	0,26	10,7	64,2
Pas dolny	(1-4)	C100x40x3zg	5,04	600	1	3,95	23,7
	(4-5)		5,04	600	1	3,95	23,7
	(5-7)		5,04	600	1	3,95	23,7
Słupki	(1-2)	RK60x3	6,74	400	0,26	5,29	21,2
	(3-4)	RK40x3	4,21	400	0,12	3,41	13,6
	(6-5)	RK70x3	7,81	400	0,34	6,24	25,0
	(8-7)	RK70x4	10,4	400	0,34	8,15	32,6
Krzyżulce	(1-3)	RK90x8,0	25,6	721	0,17	20,1	144,9
	(3-5)	RK40x3	4,21	721	0,03	3,41	24,6
	(5-8)	RK40x3	4,21	721	1	3,41	24,6
Masa kratownicy [kg]							550

Tab.21. Niezawodność kratownicy wg projektu tab.20

Pręt	Obc. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Odchyl. stand. obci. $\sigma_{qi}$ wg rozkł. Gumbela	Obc. i-tego pręta $\mu_{qi}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obci. $\sigma_{qi}$ wg rozkł. norm.	Nośność i-tego pręta $\tilde{\mu}_{Ri}$ wg rozkł. Weibulla	Odchyl. stand. nośności $\tilde{\sigma}_{Ri}$ wg rozkł. Weibulla	Nośność i-tego pręta $\mu_{Ri}$ wg rozkł. norm.	Odchyl. stand. obci. $\sigma_{Ri}$ wg rozkł. norm.	Margines bezpieczeństwa $\mu_{gi}$	Odchylenie standardowe marginesu bezpieczeństwa $\sigma_{gi}$	$t = \mu_{gi} / \sigma_{gi}$	Prawdopodobieństwo zniszczenia i-tego pręta $p_{fi}$
2-3	0,000	0,000	0,000	0,000	83,096	8,310	80,223	8,512	80,223	8,512	9,425	2,160E-21
3-6	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
6-8	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
1-4	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
4-5	36,000	5,400	37,867	5,532	118,440	11,844	114,346	12,133	76,479	13,334	5,735	4,861E-09
5-7	0,000	0,000	0,000	0,000	118,440	11,844	114,346	12,133	114,346	12,133	9,425	2,160E-21
1-2	-12,000	-1,800	-12,622	-1,844	41,181	4,118	39,758	4,219	27,135	4,604	5,894	1,885E-09
3-4	0,000	0,000	0,000	0,000	11,872	1,187	11,462	1,216	11,462	1,216	9,425	2,160E-21
6-5	-24,000	-3,600	-25,245	-3,688	62,402	6,240	60,245	6,392	35,000	7,380	4,743	1,054E-06
8-7	-36,000	-5,400	-37,867	-5,532	83,096	8,310	80,223	8,512	42,357	10,152	4,172	1,507E-05
1-3	-43,300	-6,495	-45,545	-6,653	102,272	10,227	98,736	10,477	53,191	12,411	4,286	9,099E-06
3-5	0,000	0,000	0,000	0,000	2,968	0,297	2,865	0,304	2,865	0,304	9,425	2,160E-21
5-8	43,300	6,495	45,545	6,653	98,935	9,894	95,515	10,135	49,969	12,124	4,122	1,880E-05
Prawdopodobieństwo zniszczenia kratownicy $p_f$												0,000
Wskaźnik niezawodności $\beta$												3,8

8. Wnioski

Niezawodność układu zależy od losowej zmienności obciążenia i nośności każdego elementu wchodzącego w skład układu, rodzaju rozkładu, a także struktury niezawodnościowej.

Projektowanie konstrukcji bez uwzględnienia struktury niezawodnościowej jest zawodne i w praktyce inżynierskiej może być przyczyną katastrof budowlanych również wtedy, gdy jest prowadzone metodą stanów granicznych z częściowymi współczynnikami bezpieczeństwa.

W doborze rozkładu prawdopodobieństw można kierować się tylko przesłankami obiektywnymi, poza tym decydującą rolę odgrywają ułatwienia obliczeniowe. Rozkład Gaussa (normalny) jest stosowany w większości prac na temat bezpieczeństwa konstrukcji.

Powyższy przykład potwierdza tezę, że przy analizie niezawodności konstrukcji, należałoby brać pod uwagę rodzaj rozkładu decydujących parametrów tj. obciążenia i nośności aby zapewnić największe bezpieczeństwo budowli.

Założenie, że nośność i obciążenie kratownicy mają rozkłady normalne, znacznie upraszcza obliczenia wskaźnika niezawodności, jednocześnie prowadzi do uzyskania najwyższego wskaźnika  $\beta$  spośród uzyskanych w wyniku zaproponowanych kombinacji rozkładów.

Założenie rozkładów ekstremalnych doprowadziło do uzyskania najniższej wartości współczynnika niezawodności konstrukcji, dlatego w praktyce inżynierskiej, do opisanego charakteru obciążeń powinno się założyć, że są one określone rozkładem Gumbela (rozkład maximów), a wytrzymałość konstrukcji opisuje rozkład Weibulla (rozkład minimów).

Zastosowanie metody kolokacji, w celu wykorzystania własności rozkładu normalnego, pozwala na oszacowanie wskaźnika niezawodności, przy założeniu różnych rozkładów parametrów decydujących o niezawodności konstrukcji.

Przy założeniu rozkładu normalnego marginesu bezpieczeństwa, wsp. Hasofera- Linda można wyznaczyć z

Bezpośrednie zastosowanie formuły:

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{\mu_R - \mu_q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_q^2}}$$

wymaga znajomości odchylenia standardowego zapasu bezpieczeństwa całego systemu. Tak więc np. jeśli założymy, że losowe niedoskonałości obciążenia i nośności poszczególnych prętów znikną, czyli:

$$\sigma_{Ri} = \sigma_{qi} = 0$$

to:  $p_{fi} = p_f = 0$  i  $\beta = \infty$  niezależnie od różnic wartości oczekiwanych sił i nośności między poszczególnymi prętami.

Zadanie wyboru optymalnej strategii niezawodnościowej jest zadaniem optymalizacji matematycznej i inżynierskiej.

W analizowanym przykładzie, rozwiązaliśmy zadanie optymalizacji ustalając jako funkcję celu- masę konstrukcji, przy ograniczeniu w postaci wskaźnika niezawodności  $\beta = 3,8$ .

Obie zastosowane strategie, osiągnięcia wymaganej niezawodności struktury, to znaczy strategia "równomierna" i strategia "najślabszych ogniw" doprowadziły dożądanego efektu, choć założenie "równomierności" dało mniej ekonomiczne projekty.

Strategia 2, zakładająca zwiększenie niezawodności tzw. "najślabszych ogniw" jest zwykle optymalna i pozwala na zaprojektowanie układu konstrukcyjnego o mniejszym zużyciu materiału (tańsze) (w przykładzie o około 2% w stosunku do strategii 1).

Literatura

- [1] PN-EN 1990:2004 *Podstawy projektowania konstrukcji.*
- [2] PN-ISO 2394:2000 *Ogólne zasady niezawodności konstrukcji budowlanych.*
- [3] PN-EN 1993-1-1:2006/AC:2009 *Projektowanie konstrukcji stalowych.*
- [4] Murzewski J., *Niezawodność konstrukcji inżynierskich,* Arkady, Warszawa 1989.