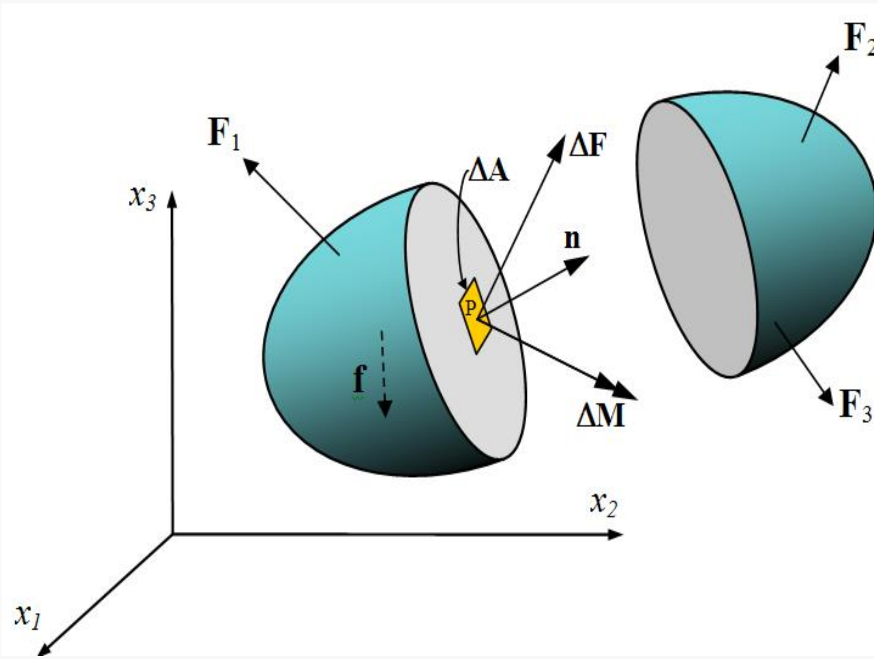
Teoria Sprężystości
i Plastycznosci

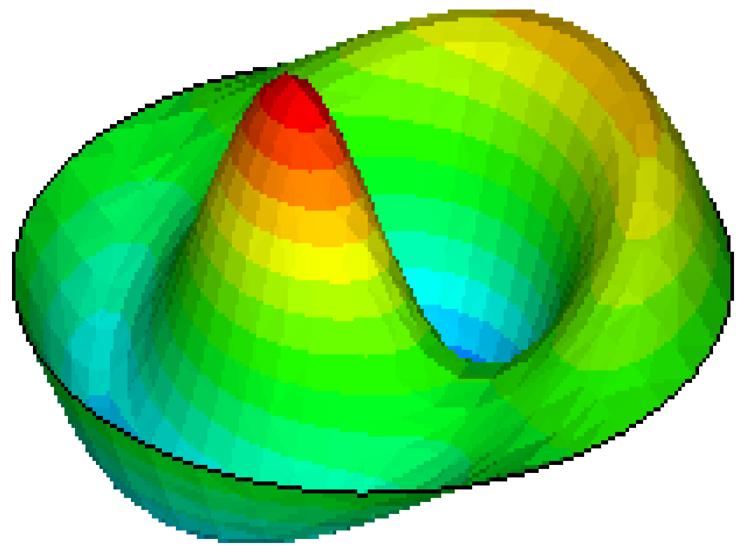
Teoria sprężystości i plastyczności

Wykład 6: Nieliniowości fizyczne

Część 2 : Nieliniowość sprężysta. Teoria nośności granicznej

Leszek CHODOR dr inż. bud, inż.arch.
leszek@chodor.co



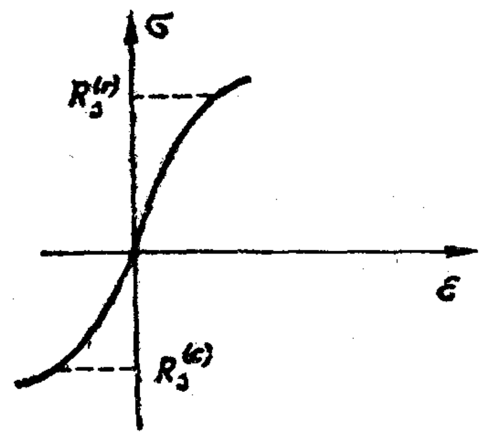


Literatura:

[1] **Timoschenko S. Goodier A.J.N.,** Theory of Elasticity Mc Graw –Hill, 2 nd , Oxford, 1951
[2] **Piechnik S.,** Wytrzymałość materiałów dla wydziałów budowlanych, , PWN, Warszaw-Kraków, 1980
[3] **Rakowski G., Kacprzyk Z.,** Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji, Oficyna PW, Warszawa, 2005
[4] **Bower A.,** Linear Elasticity,, Lecture Notes, Division of Engineering Brown University Spring 2005,
[5] **Lebedev L.P., Cloud M.J.,** Tensor Analysis with Applications in Mechanics, World Scientific, 2010
[6] **Chodor L.,** publikacje własne - różne.
[7] **Brunarski L., Kwieciński M.,** Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności, Wyd PW, Warszawa 1980

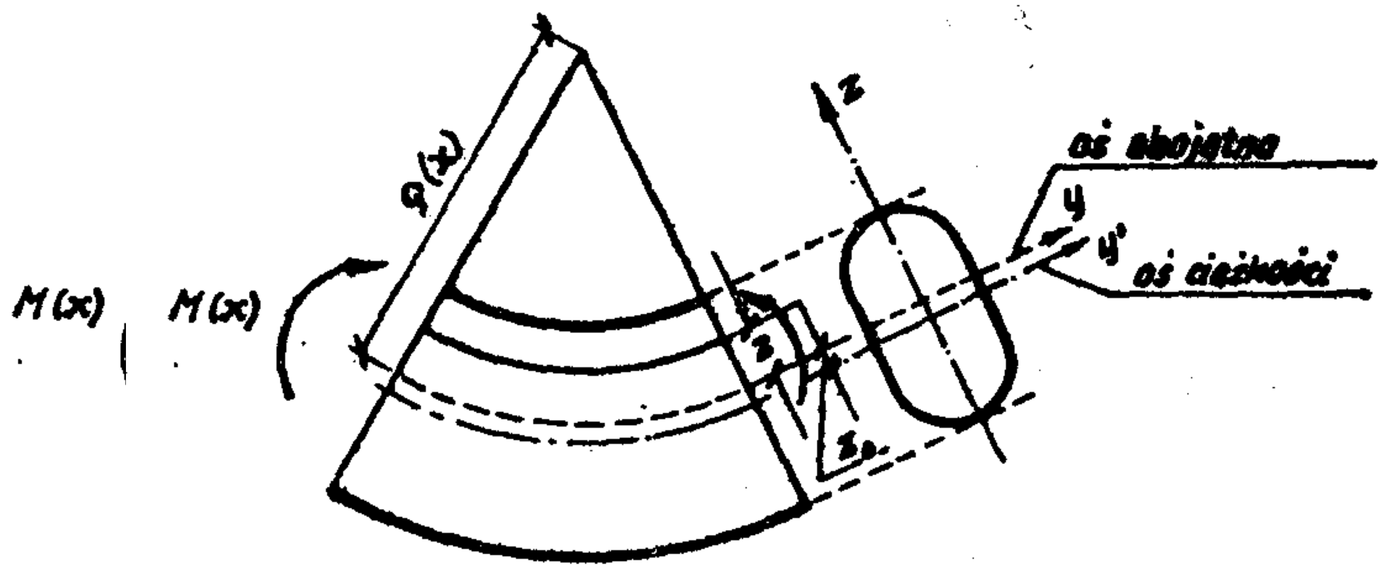
Zginanie pręta z materiału nieliniowo sprężystego {1}

Niech materiał, z którego wykonany jest pręt, charakteryzuje krzywa



$$\varepsilon = A\sigma^m \quad \text{dla} \quad \sigma \geqslant 0,$$

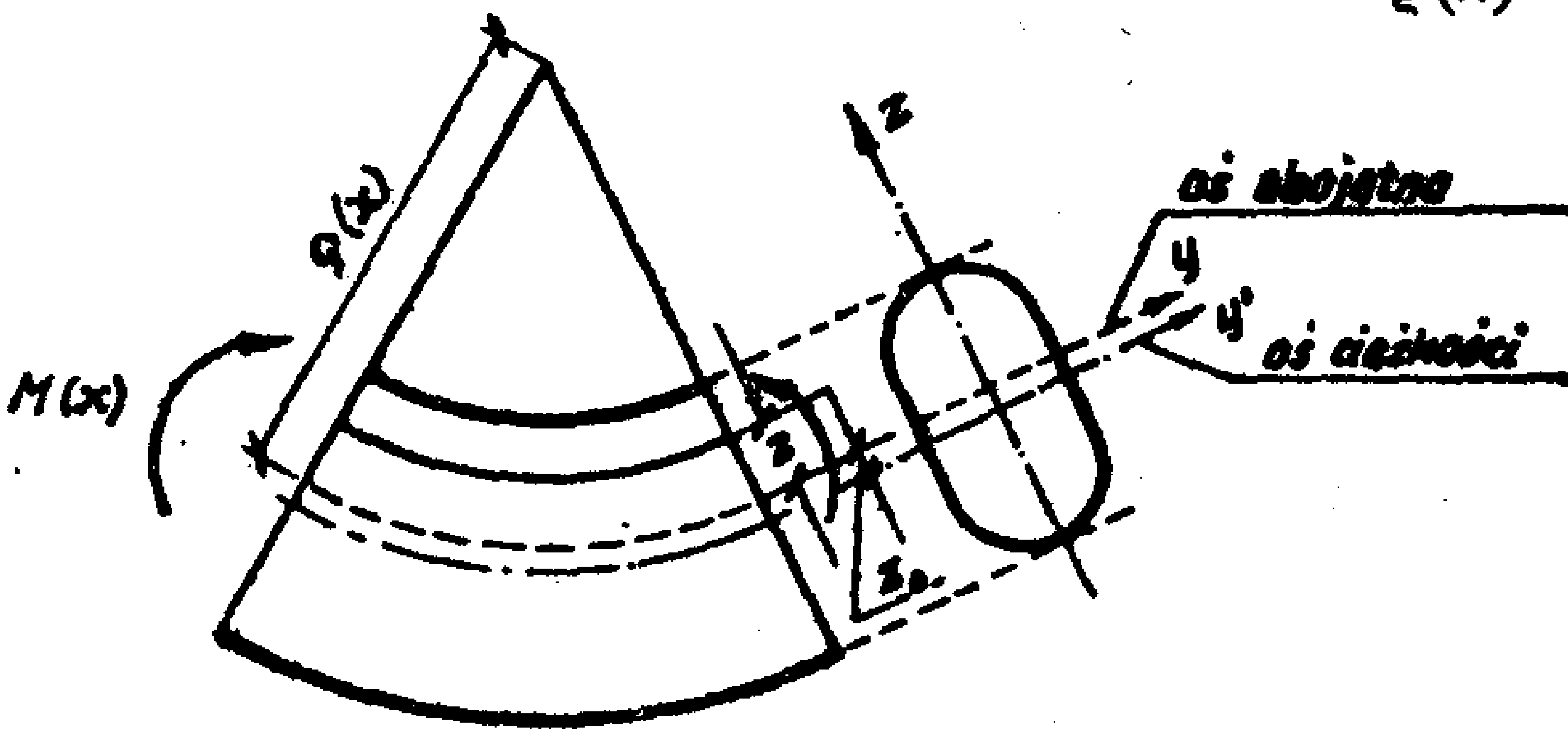
$$\varepsilon = B\sigma^n \quad \text{dla} \quad \sigma \leqslant 0.$$



Zginanie pręta z materiału nieliniowo sprężystego {2}

Jeśli przyjmiemy założenie płaskich przekrojów, to

$$\varepsilon_x = -\frac{z}{\varrho(x)}.$$



Zginanie pręta z materiału nieliniowo sprężystego {3}

Zaniedbując naprężenie normalne s$_y$ i $_{sz}$, jako małe w porównaniu z s$_x$, możemy na podstawie krzywej rozciągania zapisać

$$\text{dla } z \geqslant 0: \ \sigma_x = -A^{-1/m}\varepsilon^{1/m} = -\left(\frac{z}{A\varrho}\right)^{1/m},$$
$$\text{dla } z \leqslant 0: \ \sigma_x = B^{-1/n}\varepsilon^{1/n} = \left(\frac{|z|}{B\varrho}\right)^{1/n}. \qquad (9)$$

Warunki równoważności układów sil wewnętrznych i zewnętrznych

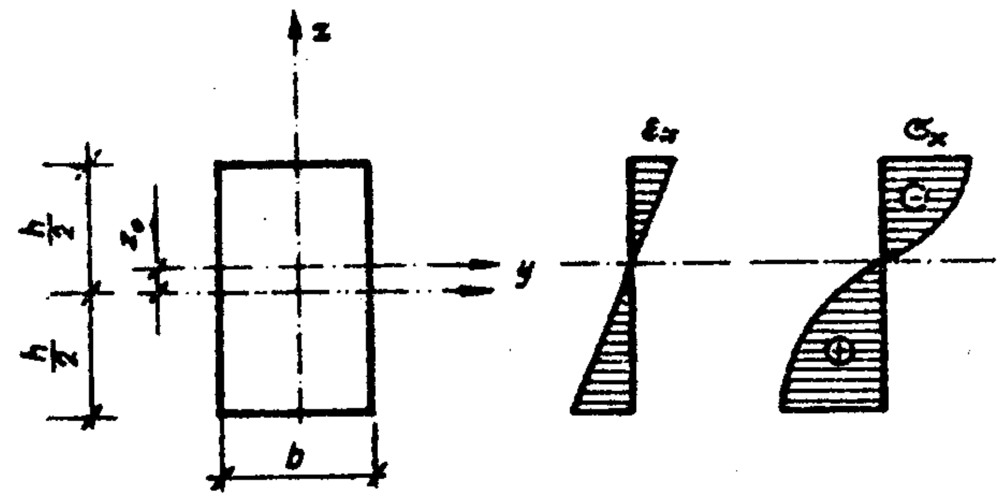
$$N(x) = 0 = \iint_A \sigma_x \mathrm{d}A, \qquad (10a)$$

$$M(x) = \iint_A \sigma_x z \mathrm{d}A. \qquad (10b)$$

Różne funkcje, które opisują rozkład naprężenia w strefie ściskanej i rozciąganej powodują, ze os obojętna nie pokrywa się z osią ciężkości. Położenie osi obojętnej jak i krzywiznę belki wyznaczymy z układu równań jw. Stanowi to o rozwiązaniu zadania

Zginanie pręta z materiału nieliniowo sprężystego {4}

Mimo, że rozwiązanie zadania nie przedstawia merytorycznych trudności, to obliczenia są żmudne nawet dla przekroju prostokątnego



(10a)→
$$0 = b\left[\int_0^{h/2-z_0} -\left(\frac{z}{A\varrho}\right)^{1/m} dz + \int_0^{h/2+z_0} \left(\frac{z}{B\varrho}\right)^{1/n} dz\right] =$$

$$= b\left[-\left(\frac{1}{A\varrho}\right)^{1/m} \frac{m}{1+m}\left(\frac{h}{2}-z_0\right)^{1+m/m} + \left(\frac{1}{B\varrho}\right)^{1/n} \frac{n}{1+n}\left(\frac{h}{2}+z_0\right)^{1+n/n}\right].$$

Zginanie pręta z materiału nieliniowo sprężystego {5}

Jak widać rozwikłanie tych związków nie jest proste. Upraszcza się dla A=B i m=n. Wówczas oś obojętna pokrywa się z osią ciężkości, (10a) jest spełniony tożsamościowo, a z (10b) mamy:

$$M(x) = 2b\left(\frac{1}{A\varrho}\right)^{1/m} \frac{m}{1+2m}\left(\frac{h}{2}\right)^{1+2m/m},$$

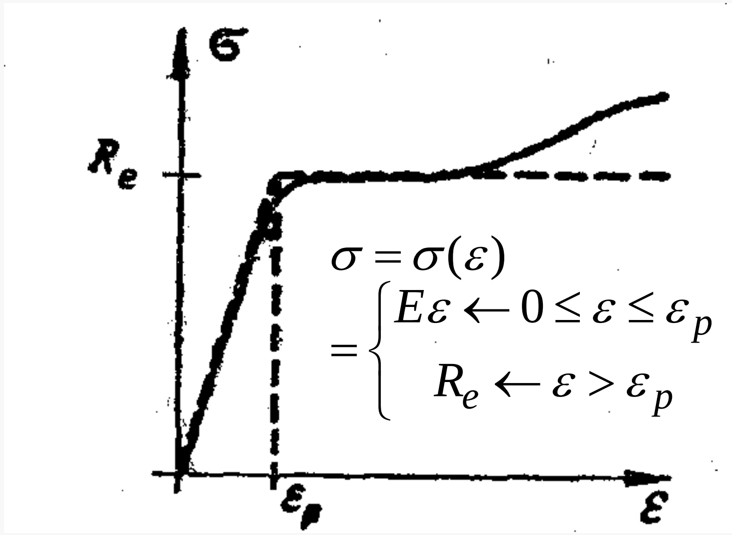
$$\frac{1}{\varrho(x)} = \frac{2^{1+m} M^m(x) A}{b^m \left(\frac{m}{1+2m}\right)^m h^{1+2m}}.$$

$$\sigma_x = -\frac{2^{1+m/m} M(x)}{b\frac{m}{1+2m} h^{1+2m/m}} z^{1/m}.$$

Z wzoru na rozkład naprężeń , wynika, ze są one rozłożone nieliniowo po wysokości przekroju

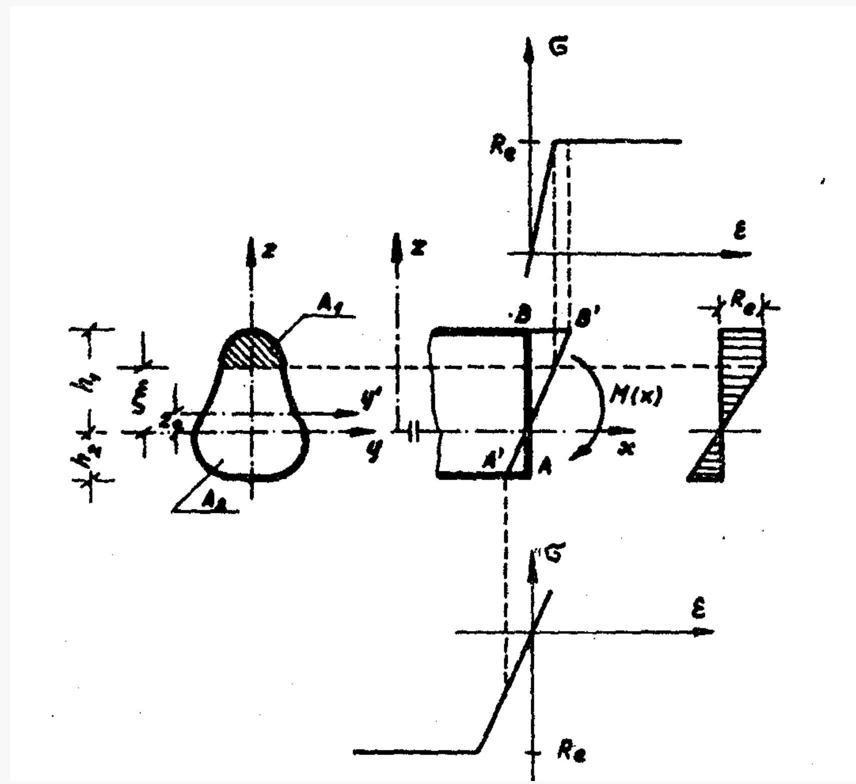
Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {1}

Materiał idealnie sprężysto-plastyczny (Prandtla)



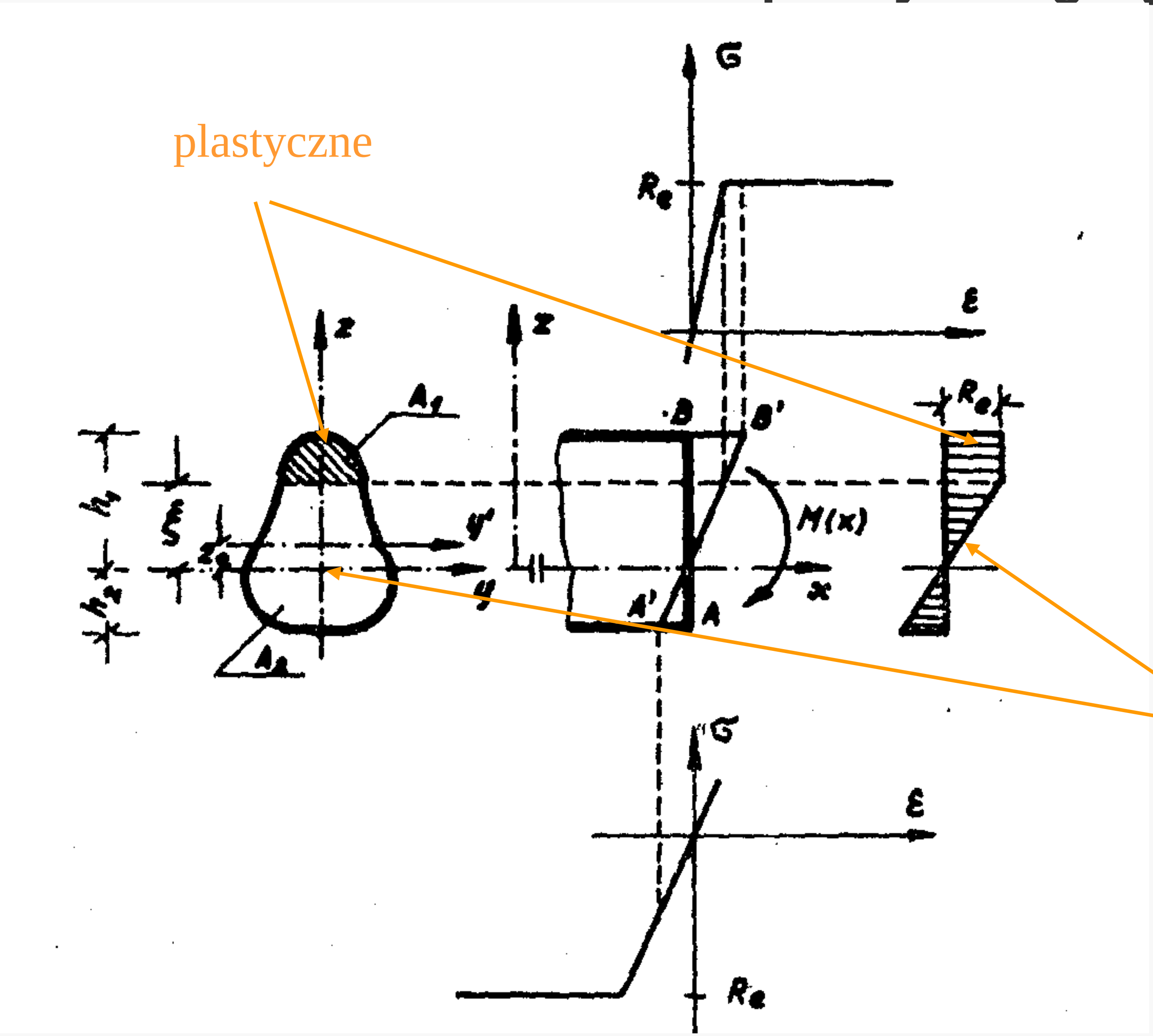
$$\sigma = \sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon \leftarrow 0 \le \varepsilon \le \varepsilon_p \\ R_e \leftarrow \varepsilon > \varepsilon_p \end{cases}$$

Zachowujemy wszystkie założenia zginania w TS ,
A ponadto:
Naprężenie styczne mają znikomy wpływ na osiągnięcie stanu plastycznego

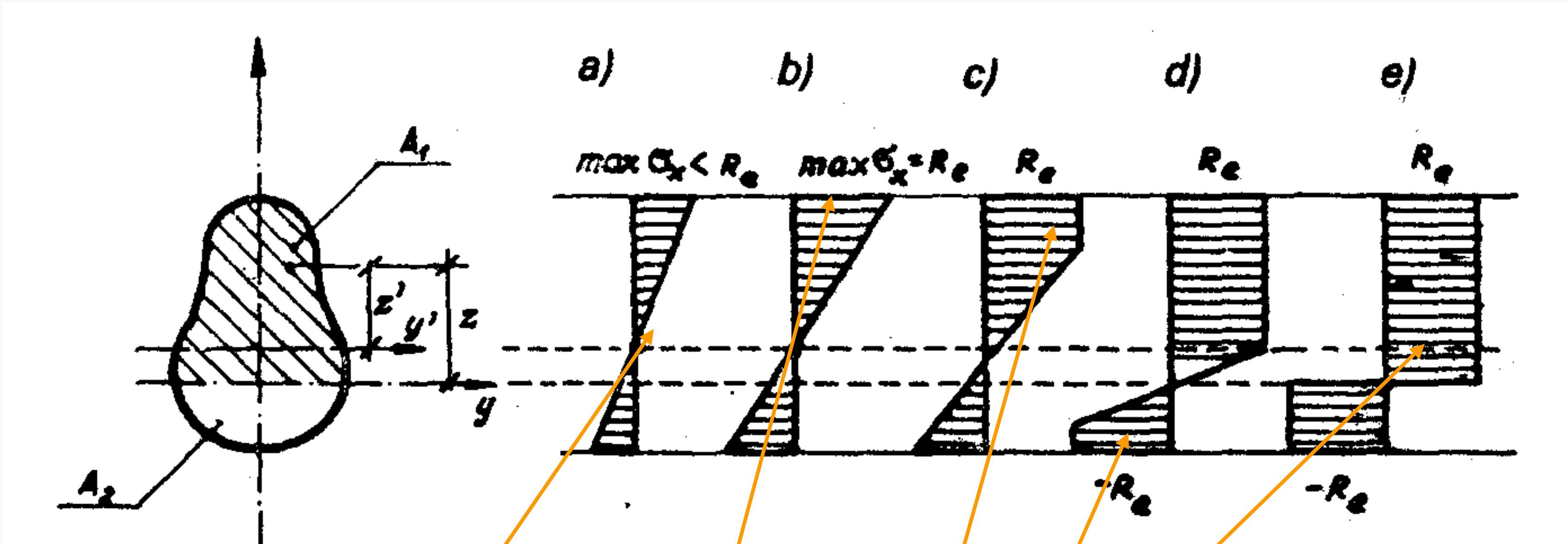


Teoria Sprężystości i Plastycznosci

Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {2}



Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {3}



sprężysty

graniczny sprężysty

jednostronnie sprężysto-plastyczny

dwustronnie sprężysto-plastyczny

graniczny plastyczny

Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {4}

$$\varepsilon_x = \frac{z}{\varrho(x)}\,.$$

$$N(x) = 0 = \iint_A \sigma_x \mathrm{d}A\,,$$

$$M(x) = \iint_A \sigma_x z \mathrm{d}A\,.$$

$$\sigma_x = \frac{M(x)}{J_{y'}} z'.$$

$$0 = \iint_A E\frac{z'}{\varrho(x)}\mathrm{d}A = \frac{E}{\varrho(x)}\iint_A z'\mathrm{d}A\,,$$

$$M(x) = \iint_A E\frac{z'}{\varrho}z'\mathrm{d}A = \frac{E}{\varrho}\iint_A z'^2\mathrm{d}F.$$

Wyznacza położenie osi obojętnej

$$M(x) = \frac{E}{\varrho(x)}J_{y'}, \text{ czyli } \frac{1}{\varrho(x)} = \frac{M(x)}{EJ_{y'}}\,,$$

Rozkład graniczny sprężysty

$$\max\sigma_x = R_e = \frac{\overline{M}}{J_{y'}}\max z = \frac{\overline{M}}{W} \Rightarrow \overline{M} = WR_e.$$

Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {5}

Obciążenie zewnętrzne, wywołujące choć w jednym przekroju moment zginający sprężysty, graniczny (M z nadkreśleniem) nazywa się obciążeniem granicznym sprężystym.

W przypadku jednostronnie sprężysto-plastycznego rozkładu naprężeń:

$$\sigma_x = \begin{cases} E\dfrac{z}{\varrho(x)} & \text{dla} \quad -h_2 \leqslant z \leqslant \xi, \\ R_e & \text{dla} \quad \xi \leqslant z \leqslant h_1. \end{cases}$$

$$0 = \iint\limits_{A_2} E\frac{z}{\varrho(x)}\,\mathrm{d}A + \iint\limits_{A_1} R_e\,\mathrm{d}A,$$

$$M(x) = \iint\limits_{A_2} E\frac{z}{\varrho(x)}\,z\,\mathrm{d}A + \iint\limits_{A_1} R_e z\,\mathrm{d}A.$$

Dla granicznego plastycznego rozkładu:

$$0 = \iint\limits_{A_2} -R_e\,\mathrm{d}A + \iint\limits_{A_1} R_e\,\mathrm{d}A \Rightarrow A_1 = A_2,$$

$$M(x) = \overline{\overline{M}} = \iint\limits_{A_2} -R_e z\,\mathrm{d}A + \iint\limits_{A_1} R_e z\,\mathrm{d}A = \iint\limits_{A_2} -R_e z'\,\mathrm{d}A + \iint\limits_{A_1} R_e z'\,\mathrm{d}A =$$

$$= R_e[-S_y(A_2) + S_y(A_1)] = R_e[-S_{y'}(A_2) + S_{y'}(A_1)].$$

Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {6}

Nośność plastyczna przekroju (moment zginający plastyczny, graniczny (M z podwójnym nadkreśleniem)wyznaczamy więc z zależności:

$$\overline{\overline{M}} = W_{pl} R_e .$$

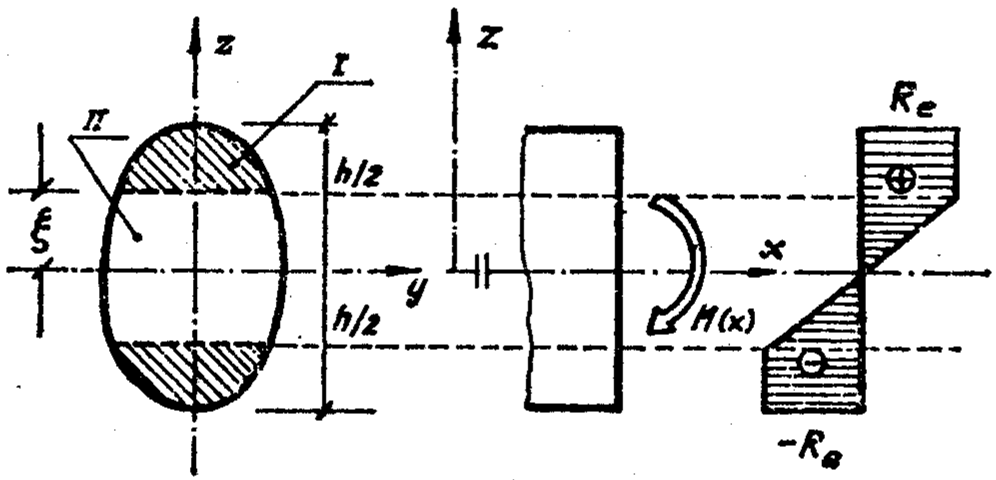
$$W_{pl} \overset{\mathrm{df}}{=} S_y(A_1) - S_y(A_2) = 2S_y(A_1) .$$

$$M(x) = 2\left[\iint\limits_{II} \frac{Ez}{\varrho(x)} z \, \mathrm{d}A + \iint\limits_{I} R_e z \, \mathrm{d}A\right] = 2\left[\frac{E}{\varrho(x)} \iint\limits_{II} z^2 \, \mathrm{d}A + R_e \iint\limits_{I} z \, \mathrm{d}A\right] = 2\left[\frac{E}{\varrho(x)} J_y^{\mathrm{II}}(\xi) + R_e S_y^{\mathrm{I}}(\xi)\right].$$

Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {7}

Rozkład naprężeń w stanie sprężysto-plastycznym w przekroju symetrycznym

$$\sigma_x = \begin{cases} -R_e & \text{dla} \quad -\dfrac{h}{2} \leqslant z \leqslant -\xi \\ E\dfrac{z}{\varrho(x)} & \text{dla} \quad -\xi \leqslant z \leqslant \xi \\ R_e & \text{dla} \quad \xi \leqslant z \leqslant \dfrac{h}{2} \end{cases}$$



Zginanie pręta z materiału idealnie sprężysto-plastycznego {8}

Wysokość strefy uplastycznionej i równanie różniczkowe linii ugięcia

$$E\frac{\xi}{\varrho(x)}=R_e\,.$$

$$M(x)=2R_e\left[\frac{1}{\xi}J_y^{\mathrm{II}}(\xi)+S_y^{\mathrm{I}}(\xi)\right].$$

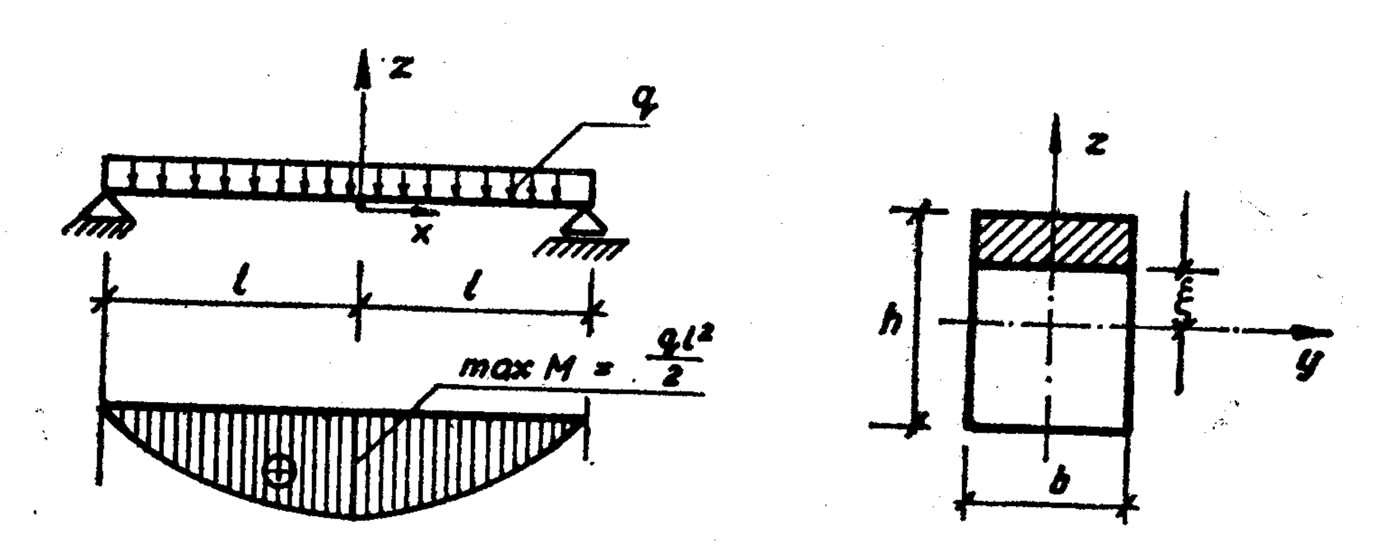
$$M(x)=2\left[\frac{E}{\varrho(x)}J_y^{\mathrm{II}}\left(\frac{R_e}{E}\varrho(x)\right)+R_eS_y^{\mathrm{I}}\left(\frac{R_e}{E}\varrho(x)\right)\right].$$

$$M(x)=2\left[Ew''(x)J_y^{\mathrm{II}}\left(\frac{R_e}{E}\frac{1}{w''(x)}\right)+R_eS_y^{\mathrm{I}}\left(\frac{R_e}{E}\frac{1}{w''(x)}\right)\right],$$

$$\overline{M}\leqslant M(x)\leqslant\overline{\overline{M}}.$$

Przegub plastyczny {1}

Pojęcie przedstawimy na przykładzie belki:



$$\overline{M} = \frac{\bar{q}l^2}{2} = R_e W \Rightarrow \bar{q} = \frac{2R_e W}{l^2} = \frac{R_e}{l^2}\frac{bh^2}{3}.$$

$$W_{pl} = 2b\frac{h}{2}\cdot\frac{h}{4} = \frac{bh^2}{4}.$$

$$\overline{\overline{M}} = \frac{\bar{\bar{q}}l^2}{2} = R_e W_{pl}, \quad \text{stąd} \quad \bar{\bar{q}} = \frac{2R_e W_{pl}}{l^2} = \frac{R_e}{l^2}\frac{bh^2}{2}.$$

$$J_y^{II}(\xi) = \frac{b\xi^3}{3}, \quad S_y^{I}(\xi) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - \xi^2\right), \quad M(x) = \frac{q}{2}(l^2 - x^2),$$

Teoria Sprężystości i Plastyczności

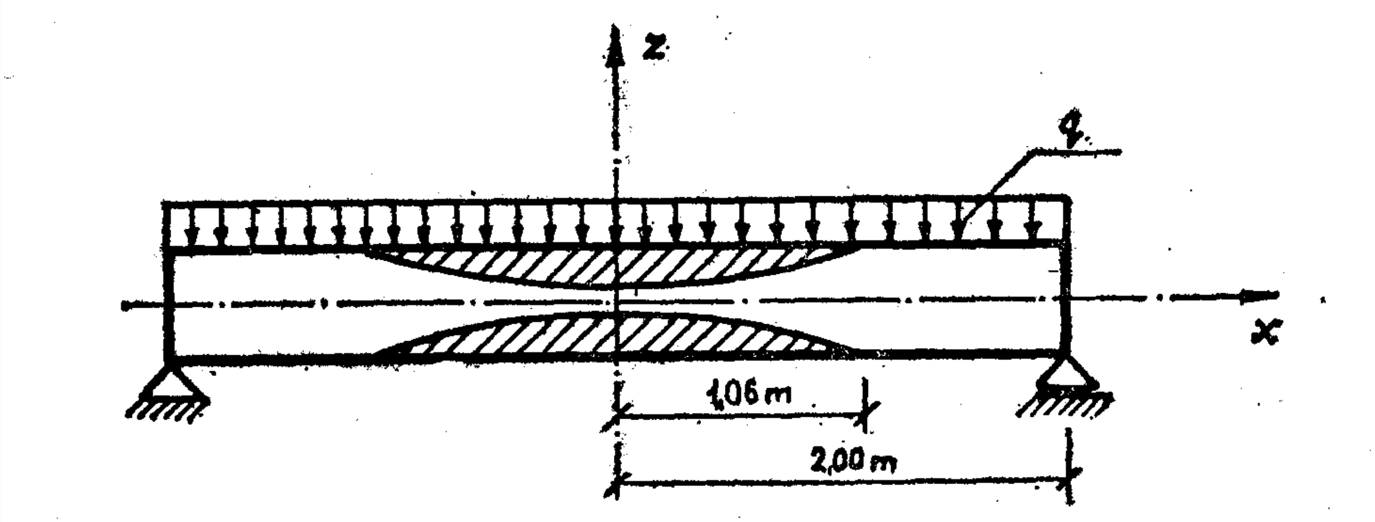
Przegub plastyczny {2}

Równanie frontu plastycznego:

$$\frac{q}{2}(l^2-x^2)=2R_e\left[\frac{1}{\xi}\frac{b\xi^3}{3}+\frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4}-\xi^2\right)\right],$$

$$\xi=\pm\sqrt{\frac{3}{4}h^2-\frac{3q}{2bR_e}(l^2-x^2)}.$$

$$\xi=\pm\sqrt{\frac{3}{4}\cdot 6\cdot 10^{-2}-\frac{3\cdot 2500}{2\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 300\cdot 10^6}(2{,}0^2-x^2)}=\pm 10^{-2}\sqrt{27-6{,}25(4-x^2)}.$$



Nośność graniczna {1}

Definicja: Obciążenie, przy którym konstrukcja traci zdolność do nośną i staje się geometrycznie zmienna = nośność graniczna.

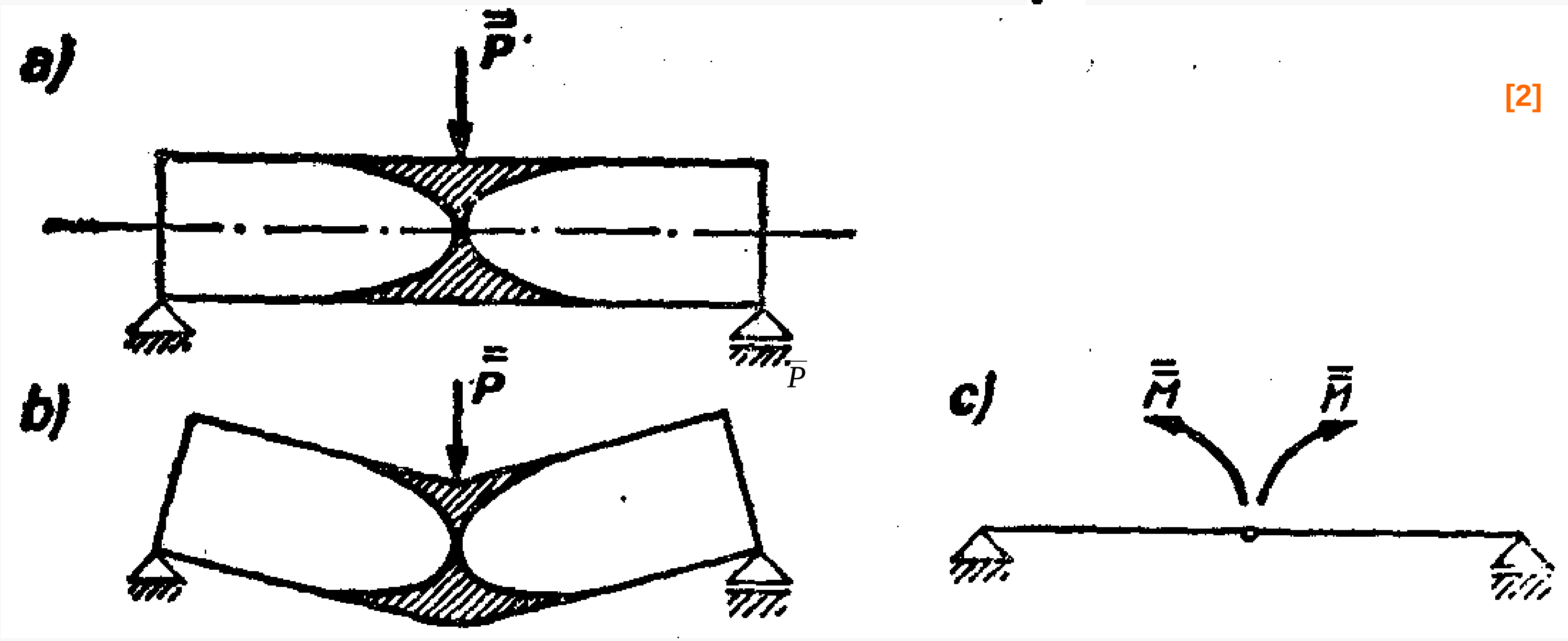
Jeśli podstawą wymiarowania jest stan nośności granicznej, mówić będziemy o wymiarowaniu metodą nośności granicznej.
Wyznaczenie nośności granicznej może być wykonane dwojaką drogą:
1 podejściem statycznym: zwiększamy obciążenie, wywołujące kolejno stany sprężyste, sprężysto-plastyczne aż do stanu zniszczenia (nośności granicznej)
2. podejściem kinematycznym: bezpośrednia analiza stanu nośności granicznej, to znaczy stanu, w którym w bryle powstaje dostateczna liczba obszarów pełnego uplastycznienia (przegubów plastycznych) , umożliwiających ruch elementów Konstrukcji jako układu geometrycznie zmiennego (mechanizmu plastycznego).

Obciążenie, przy którym materiał w obszarach plastycznych przechodzi w stan plastyczny wywołuje odkształcenia przekraczające graniczne sprężyste – dlatego przy wyznaczaniu nośności granicznej (plastycznej) możemy pominąć odkształcenia sprężyste i posługiwać się schematem materiału sztywno-plastycznego

Nośność graniczna {2}

Nośność graniczna belek zginanych poprzecznie

Przykład belki obciążonej w środku siłą skupioną $\bar{\bar{P}}$



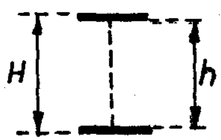
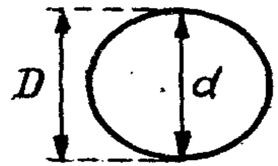
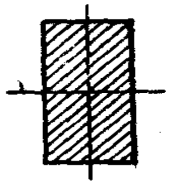
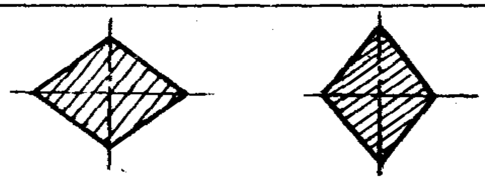
Obciążenie wywołuje w przekroju w środku przęsła moment plastyczny
a belka zachowuje się tak, jakby w przekroju tym znajdował się przegub $\bar{\bar{M}}$
Z tego powodu przekroje poprzeczne, w których rozkład naprężeń jest graniczny-plastyczny nazywamy przegubami plastycznymi.
Od zwykłych przegubów odróżnia je to że przenoszą znany moment zginający $\bar{\bar{M}}$

Nośność graniczna {3}

Przegub plastyczny odbiera konstrukcji jeden stopień geometrycznej niezmienności, dlatego w przypadku belek statycznie wyznaczalnych powstanie jednego przegubu czyni belkę łańcuchem kinematycznym. W konstrukcji n-krotnie statycznie niewyznaczalnej musi powstać co najmniej n+1 przegubów plastycznych, aby cały układ stał się mechanizmem.

Nośność plastyczna przekroju jest większa od nośności sprężystej zależnie od stosunku wskaźnika wytrzymałości plastycznego $W_{pl} = \overline{W} = 2\overline{S}$

do wskaźnika wytrzymałości sprężystego $We = \overline{W} =$

Kształt przekroju	W_{pl}/W_e
 $\frac{h}{H} \to 1$ przekrój idealny	1,00
 dwuteownik walcowany	1,15÷1,17
 $\frac{d}{D} \to 1$ rura cienkościenna	1,27
	1,50
	2,00

Nośność graniczna {4}

Twierdzenia ekstremalne teorii nośności granicznej:

Tw I (o obciążeniach bezpiecznych- statyczne):

Konstrukcja nie ulega zniszczeniu lub co najwyżej znajduje się w stanie równowagi granicznej pod działaniem obciążeń z mnożnikiem (statycznie dopuszczalnym) Λ_s , jeśli może być znaleziony stowarzyszony z tym obciążeniem statycznie dopuszczalny stan uogólnionych naprężeń Q_s

[Wynikający na podstawie związków fizycznych stan prędkości odkształceń $\dot{q}_s$ nie musi być kinematycznie dopuszczalny]

Tw II (o obciążeniach niebezpiecznych - kinematyczne):

Konstrukcja ulega zniszczeniu, tzn przekształca się w ruchomy mechanizm pod obciążeniem z mnożnikiem (kinematycznie dopuszczalnym) Λ_k

Jeśli może być znaleziony taki kinematycznie dopuszczalny stan prędkości przemieszczeń $\dot{u}_k$ i związany z nim poprzez związki geometryczne stan prędkości uogólnionych odkształceń $\dot{q}_k$, taki że moc obciążeń zewnętrznych jest nie mniejsza od mocy , rozpraszanej wewnątrz konstrukcji przez uogólnione naprężenia Q_k, wynikające z $\dot{q}_k$ za pomocą prawa płynięcia. [Stan Q_k nie musi być stanem statycznie dopuszczalnym].

Rozwiązanie ścisłe problemu nośności granicznej uzyskujemy, gdy $\Lambda_s = \Lambda_k$

Nośność graniczna {5}

Definicje:

pole naprężeń statycznie dopuszczalne:

Stanem lub polem naprężeń uogólnionych statycznie dopuszczalnych Q_s nazywamy stan, który spełnia następujące warunki:

1) pozostaje w równowadze z obciążeniem zewnętrznym, działającym na konstrukcję,
2) spełnia warunki równowagi wewnętrznej (Naviera) oraz statyczne warunki brzegowe

pole prędkości odkształceń kinematycznie dopuszczalne:

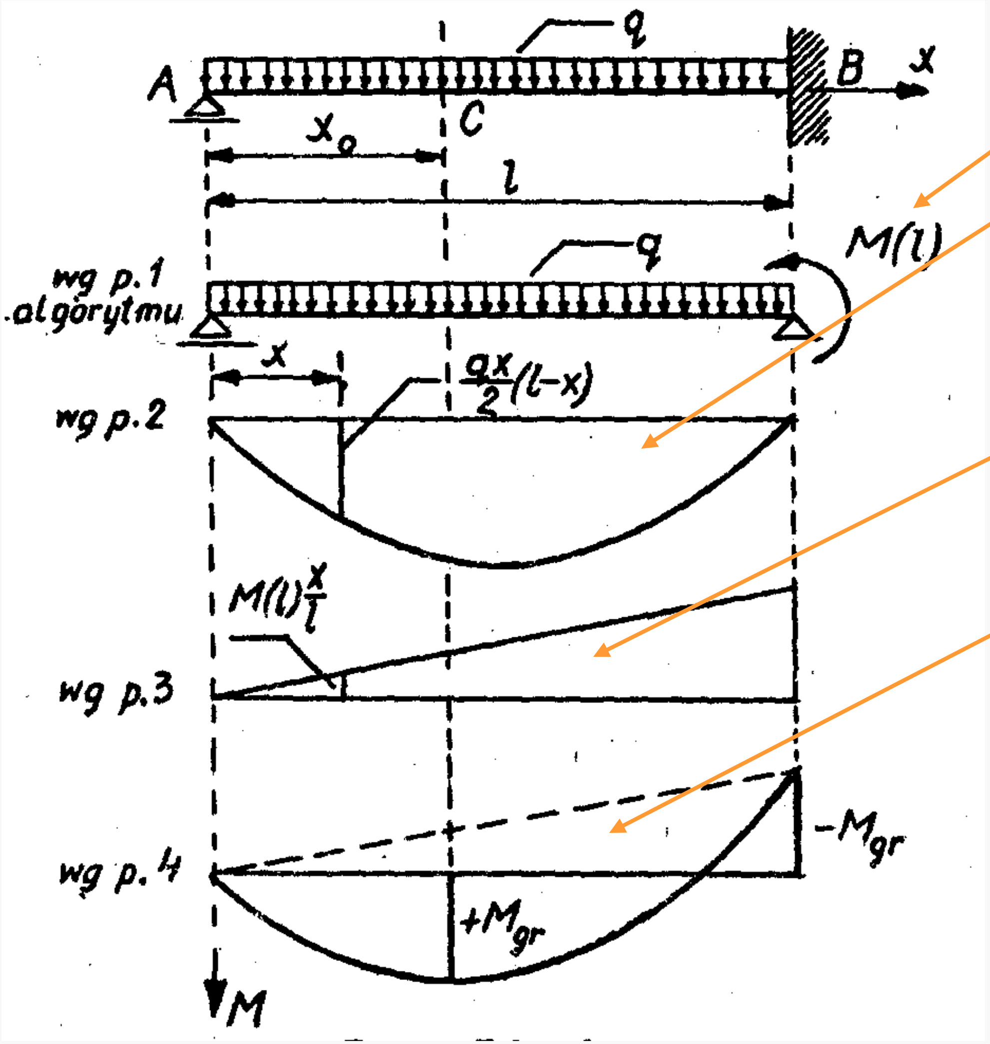
Stanem lub polem prędkości uogólnionych odkształceń kinematycznie Dopuszczalnym nazywamy stan, który spełnia następujące warunki:

1) spełnia kinematyczne warunki brzegowe oraz warunki ciągłości przemieszczeń wewnątrz konstrukcji
2) całkowita moc obciążeń zewnętrznych na prędkościach przemieszczeń $\dot{u}_k$ jest dodatnia

$$\dot{L} = \int_A \Lambda_k P \cdot \dot{u}_k dA > 0$$

Nośność graniczna {6}

Przykład: belka utwierdzono-przegubowa:



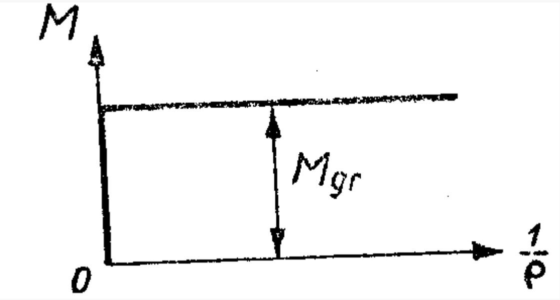
Algorytm metody statycznej:

p.1 ustalić wielkości nadliczbowe [M(l)]

p.2. sporządzić wykres momentów zginających od obciążenia Zewnętrznego dla zastępczego układu statycznie dopuszczalnego

p.3. sporządzić wykres momentów zginających od obciążenia wielkościami nadliczbowymi

p.4. Połączyć wykresy z pkt 2 i 3 tak, by w dostatecznej liczbie Przekrojów został,osiągnięty warunek stanu granicznego

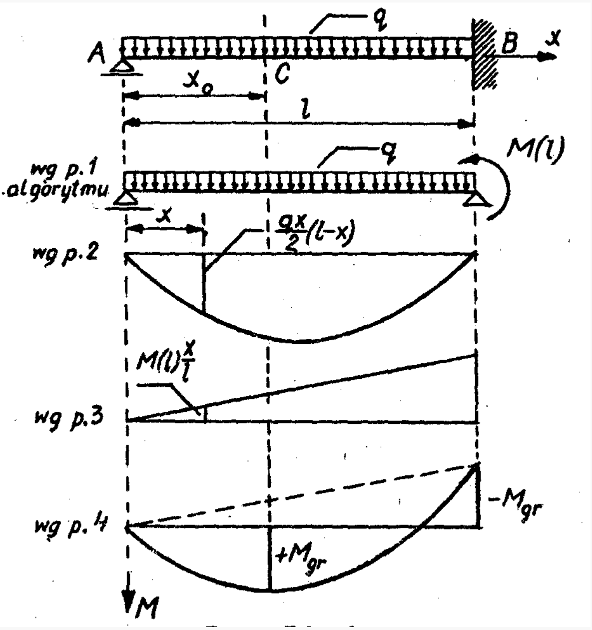


Nośność graniczna {7}

Równania metody statycznej:

1. Ponieważ belka posiada jeden wieź nadliczbowy, więc warunek stanu granicznego musi być spełniony w dwu przekrojach – tutaj przyjmujemy przekrój podporowy B i przęsłowy C. Położenie tego ostatniego oznaczmy przez parametr x_0, Otrzymujemy dwa związki

$$M(x_0) = M_{gr}, M(l) = M_{gr}$$



Związki te wprowadzamy do dwu równań równowagi belki

$$M(x) = \frac{qx}{2}(l-x) + \frac{M(l)}{l} = 0,$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = T(x_0) = \frac{ql}{2} - qx_0 + \frac{M(l)}{l} = 0$$

Po rozwiązaniu tego układu równań ze względu na x_0, q_{gr}

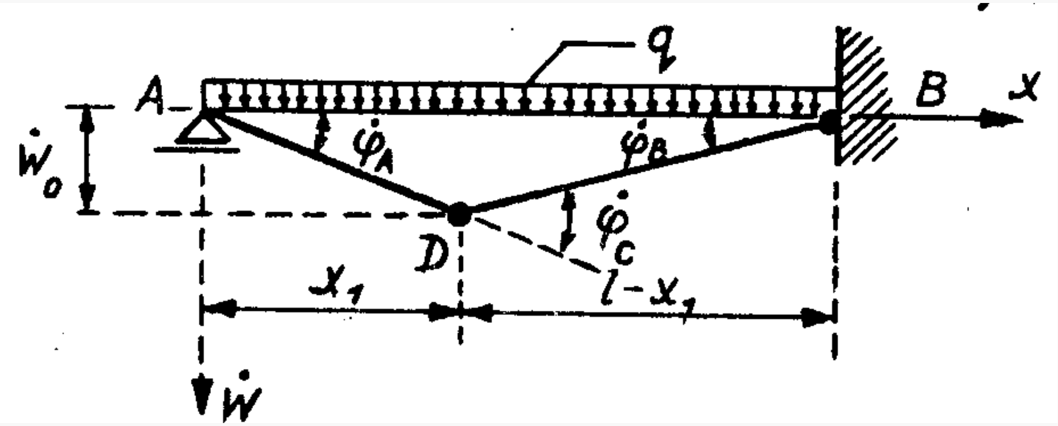
Mamy:

$$x_0 = (\sqrt{2}-1)l \cong 0{,}41l$$

$$\Lambda_s = q_{gr} = \frac{2M_{gr}\cdot\sqrt{2}}{l^2(\sqrt{2}-1)(2-\sqrt{2})} = \frac{2M_{gr}}{l^2}(3+2\sqrt{2}) = 11{,}656\frac{2M_{gr}}{l^2}$$

Nośność graniczna {8}

Przykład: belka utwierdzono-przegubowa:



Uwaga o ingerowaniu czasu t w związkach teorii plastycznego płynięcia.
Wynika z niej, że w teorii nośności granicznej Możemy nie mówić o prędkościach Odkształceń i przemieszczeń oraz mocach L* i D*, lecz tylko o przyrostach Odkształceń dq, przemieszczeń du oraz przyrostach pracy zewnętrznej dL oraz wewnętrznej dD

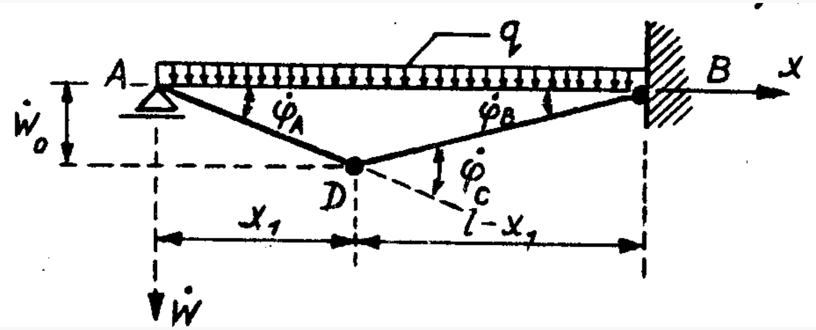
Algorytm metody kinematycznej:

p.1 ustalić liczbę przegubów plastycznych [2]
p.2 przyjąć kinematycznie dopuszczalny mechanizm zniszczenia
p.3. Obliczyć moc sił zewnętrznych L*na wynikających z przyjętego w pkt 2 mechanizmu zniszczenia
p.4. Obliczyć moc sił wewnętrznych D* na przygotowanych prędkościach odkształceń
p.5. Wyrazić warunek równowagi układu zgodnie z zasadą mocy Przygotowanej jako bilans mocy L*=D
p.6 wyznaczyć z pkt 5 górną granicę rzeczywistego obciążenia granicznego

Nośność graniczna {9}

Równania metody kinematycznej:

1. Zakładamy kinematycznie dopuszczalny stan prędkości (lub przyrostów) przemieszczeń osi belki, ustalając położenie przęsłowego przegubu w obranym mechanizmie za pomocą parametru x1. Analityczny zapis tego pola przyrostów przemieszczeń jest następujący x_0



$$dw = \begin{cases} dw_1 \dfrac{x}{x_1} dla: 0 \le x \le x_1 \\ dw_1 \dfrac{x}{x_1} dla: x_1 \le x \le l \end{cases}$$

2. Zgodnie z ogólna zależnością, obliczamy moc(przyrost) obciążeń zewnętrznych

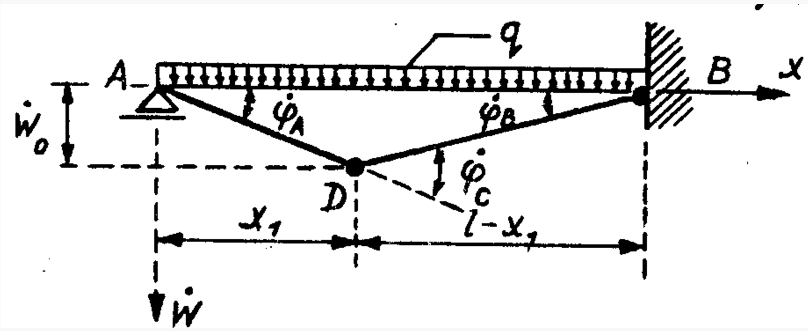
$$dL = \int_0^{x_1} dw_1 \frac{x}{x_1} q dx + \int_{x_1}^{l} dw_1 \frac{(l-x)}{(l-x_1)} q dx =$$

$$dw_1 \left[q \frac{x_1}{2} + \frac{(l-x_1)}{2} \right] = dw_1 \frac{ql}{2}$$

Nośność graniczna {10}

:

3. Moc (przyrost) sił wewnętrznych (uogólnionych naprężeń) wynosi



$$dD = \sum_{j=1}^{p} M_{gr}^{j} d\varphi_j = M_{gr}^{D} d\varphi_D + M_{gr}^{B} d\varphi_B$$

ponieważ rozpraszanie energii zachodzi tylko w przegubach plastycznych

Dla belki o stałym przekroju

$$M_{gr}^{j} = M_{gr}^{D} = M_{gr}^{B} = const$$

Z rysunku mamy $d\varphi_B = \frac{dw_1}{l-x_1}, d\varphi_D = \frac{dw_1}{l-x_1} + \frac{dw_1}{x_1}$

Stąd

$$dD = M_{gr}\left(\frac{2dw_1}{l-x_1} + \frac{dw_1}{x_1} = M_{gr} dw_1 \frac{l+x_1}{x_1(l-x_1)}\right.$$

Obrót sztywnego pręta AD wokół przegubu A nie wnosi nic do mocy, bo MA=0

Teoria Sprężystości i Plastycznosci

Nośność graniczna {11}

4. Z bilansu mocy dL=dD, mamy

$$\Lambda_k (= q_{gr}) = \frac{2M_{gr}}{l} \cdot \frac{l + x_1}{x_1 (l - x_1)}$$

5. Korzystamy teraz z warunku minimum obciążenia granicznego (zwanego też twierdzeniem o maksymalnym oporze granicznym)

$$\frac{d\Lambda_k}{dx_1} = 0$$

Stąd

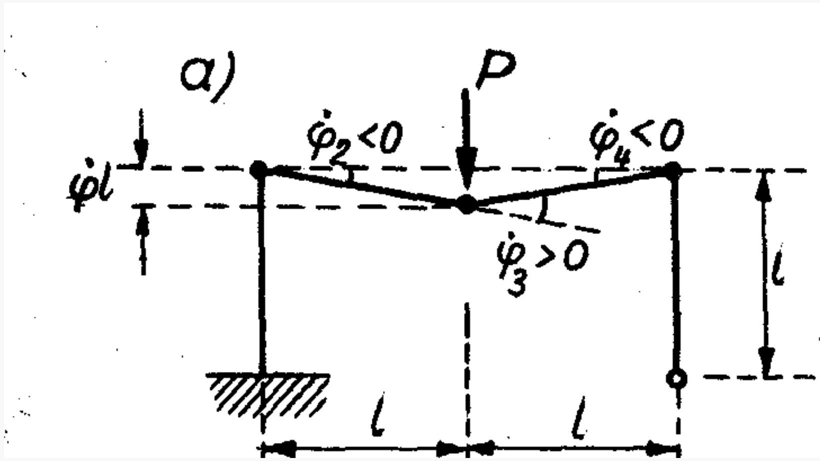
$$x_1 = (\sqrt{2} - 1) / l$$

$$\Lambda_k = \frac{2M_{gr}}{l^2} (3 + 2\sqrt{2})$$

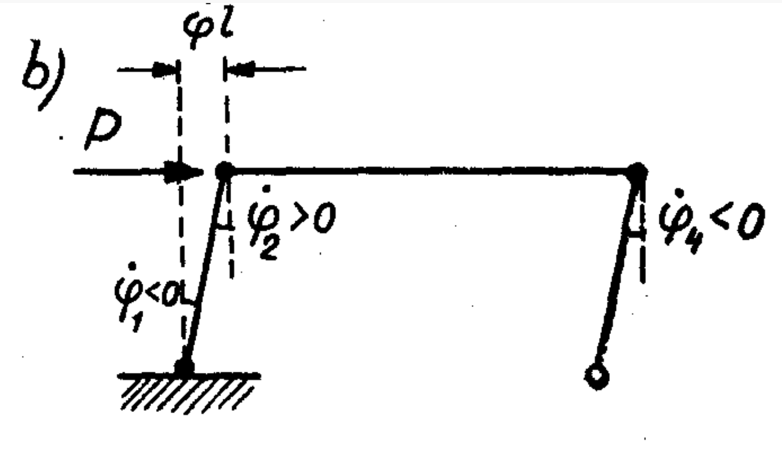
Mnożnik statyczny i kinematyczny są równe, więc uzyskano rozwiązanie ścisłe

Nośność graniczna {12}

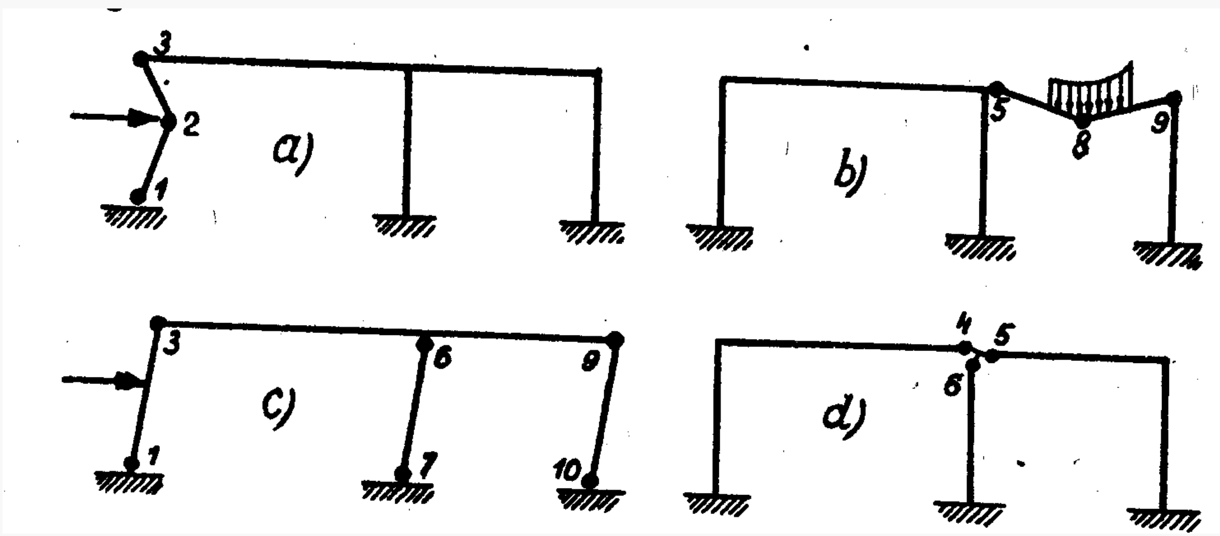
Przykład- mechanizmy zniszczenia dla ramy portalowej



Mechanizm belkowy



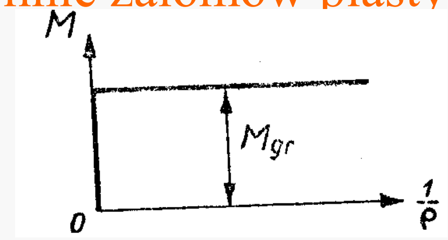
Mechanizm przechyłowy



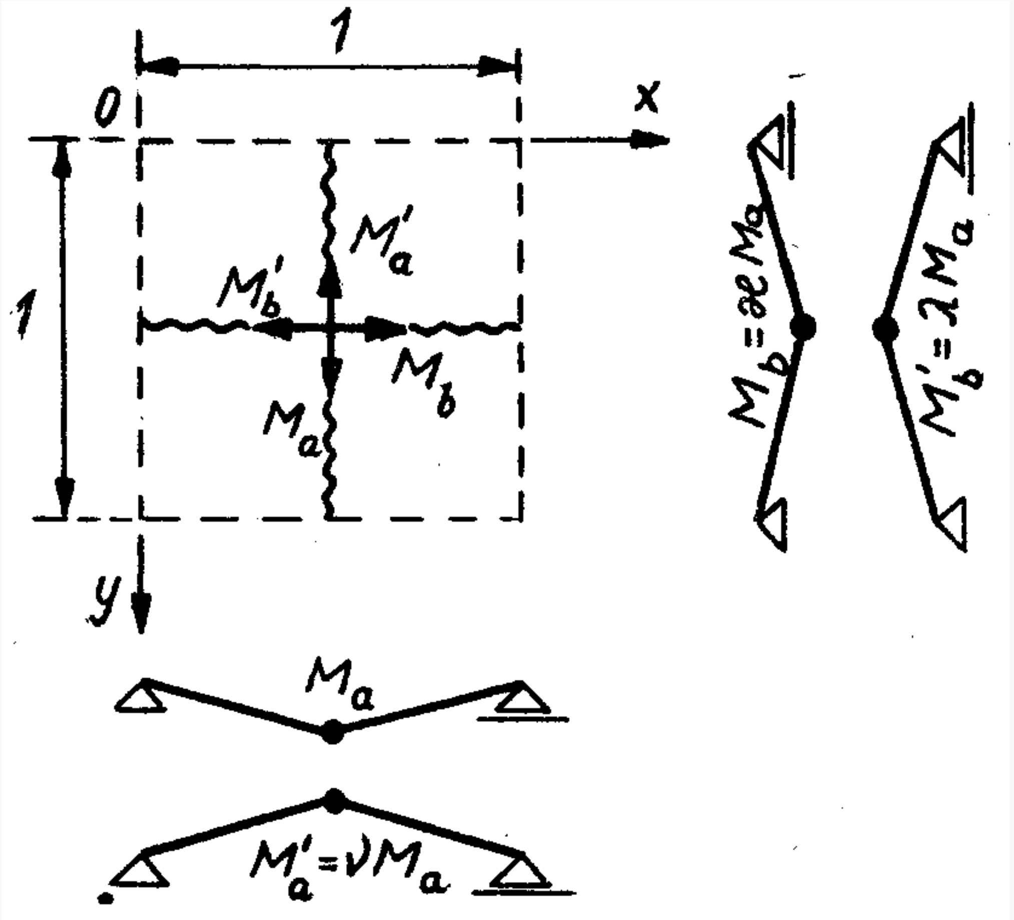
Nośność graniczna {13}

Nośność graniczna płyt

W zastosowaniu do płyt twierdzenia teorii granicznej są analogicznie jak dla prętów zginanych z tą różnicą, że w miejsce przegubów plastycznych mamy linie załomów plastycznych

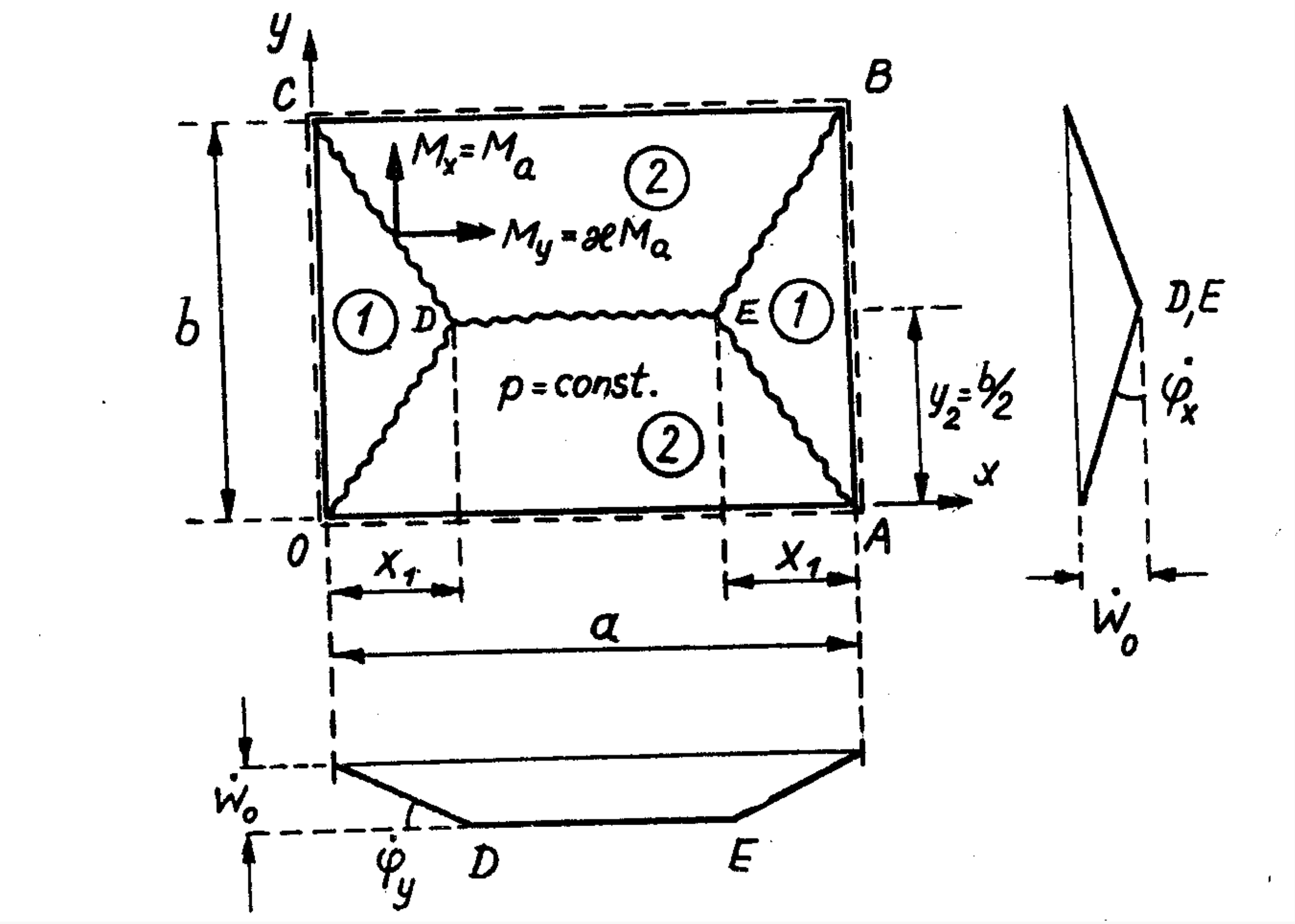


Przykład 1 linii załomów



Nośność graniczna {14}

Przykład 2 linii załomów



Praktyczne zastosowanie teorii nośności granicznej do płyt przedstawiono m.in. w pracy [7]