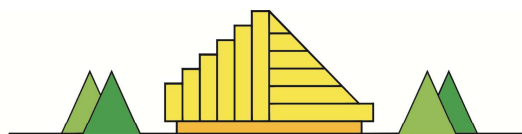
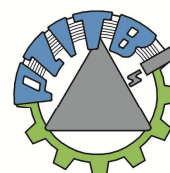


BESKIDY



XXXI OGÓLNOPOLSKIE WARSZTATY
PRACY PROJEKTANTA KONSTRUKCJI

SZCZYZRK, 24÷27 lutego 2016 roku



KATOWICE



Leszek
CHODOR*

PRZEKRYCIA HAL I GALERII

Najważniejszą częścią konstrukcyjną hal i galerii są przekrycia. W pracy dokonano przeglądu typowych rozwiązań konstrukcyjnych płaskich i przestrzennych przekryć prętowych w ujęciu historycznym. Omówiono zasady kształtowania geometrii struktur i węzłów. Pokazano przykłady przekryć jedno- i dwu-krzywiznowych, w tym przekryć łukowych, sklepień prętowych i z blach fałdowych. Przedstawiono przekrycia cięgnowo- membranowe. Pokazano analizy optymalizacyjne przekryć oraz podano uwagi dotyczące rodzaju słupów hal. Omówiono metody sprawdzania wytrzymałości i stateczności systemów oraz elementów przekryć hal i galerii, Dokonano klasyfikacji metod wymiarowania systemów i elementów konstrukcji stalowych. Wyróżniono metodę **A** (imperfekcyjną) przed metodami zachowawczymi (D, C, B), w których stosuje się współczynniki wyboczeniowe. Sprawdzanie stateczności oraz wytrzymałości konstrukcji przekryć hal i galerii należy prowadzić na przestrzennym modelu imperfekcyjnym całej hali, złożonym z uogólnionych prętów (cienkościennych Własowa) bez stosowania współczynników wyboczeniowych, w tym zwichrzenia z zastosowaniem metod II rzędu. Metoda **A** jest teoretycznie uzasadniona, uniwersalna, prosta do wdrożenia w procedurach numerycznych II rzędu i powinna być standardem inżynierskiej praktyki we współczesnej erze informatycznej. Pokazano, że w tradycyjnych konstrukcjach hal przekrycie należy opierać na słupach żelbetowych, a nie stalowych.

* Dr inż. bud., inż. arch., Wydział Budownictwa i Architektury Politechniki Świętokrzyskiej w Kielcach; Chodor-Projekt, sp. z o.o., Kielce, e-mail: lch@chodor-projekt.net

1. Wprowadzenie

Kształtowanie, konstruowanie i obliczanie hal stalowych było przez lata wyznaczone przez stan wiedzy wyłożony w podręcznikach i opracowaniach: [6], [7], [8], [5], [14], [58], [65], [66], [71], [72], [85], [86], [135].

W ostatnich latach, w związku z „rewolucją” w normach projektowania – wraz z wejściem do praktyki polskiej norm europejskich (PN-EN 1993-1-1 [N19] i in.) – ukazało się wiele pozycji, dotyczących projektowania konstrukcji stalowych, obejmujących kształtowanie i obliczenia konstrukcji hal i galerii: [2], [12], [55], [69], [70], [75], [76], [95], [104].

Budynkami halowymi lub halami są przeważnie budynki jednokondygnacyjne, których ustroje nośne dają możliwość uzyskania przestrzennych wnętrz. Kształt bryły budynku halowego zależy od jego przeznaczenia, sposobu użytkowania i stosowanych rozwiązań konstrukcyjno - materiałowych. W ostatnich latach chętnie buduje się hale wieloprzestrzenne i wielofunkcyjne, w tym hale produkcyjno-magazynowo-biurowe. Takie hale nazywa się galeriami, przy czym przez galerie rozumiemy nie tylko kryty dachem pasaż handlowy, ale także szerzej: hale wystawowe w tym sztuki, sale koncertowe, targowe, współczesne centra handlowe, handlowo-rozrywkowe i usługowe, a także hale przemysłowe dla różnego rodzaju gałęzi przemysłu, od hal magazynowych i logistycznych po hale produkcyjne, ale zwykle z ograniczeniem do lekkiego transportu pionowego. Specjalistyczne hale z ciężkim transportem podpartym lub podwieszonym lub magazyny wysokiego składowania, mogą być funkcjonalną składową galerii, ale najczęściej ich konstrukcja jest analizowana odrębnie.

Z przeglądu literatury wynika, że kształtowanie i konstruowanie hal i galerii w zasadzie nie uległo zmianie od lat 70-tych. Zmianie uległy zasady normowe analiz obliczeniowych systemów konstrukcyjnych i elementów hal stalowych, ale to utraciło na znaczeniu wobec przyjęcia europejskiej zasady, że stosowanie norm (oprócz norm obciążeniowych) jest dobrowolne (Ustawa o normalizacji, 2002) [N29]. Normy obciążeniowe są w Polsce bezwzględnie obowiązujące – zarówno, co do zasady przyjmowania obliczeniowych obciążeń klimatycznych z okresem powrotu 50-lat - PN-EN 1991-1-3 [N16], PN-EN 1991-1-4 [N17], jak i kombinacji obciążeń obliczeniowych z równoczesnym stosowaniem współczynników obciążeń oraz współczynników redukcyjnych - PN-EN 1990 [N15], oraz w pracy [32].

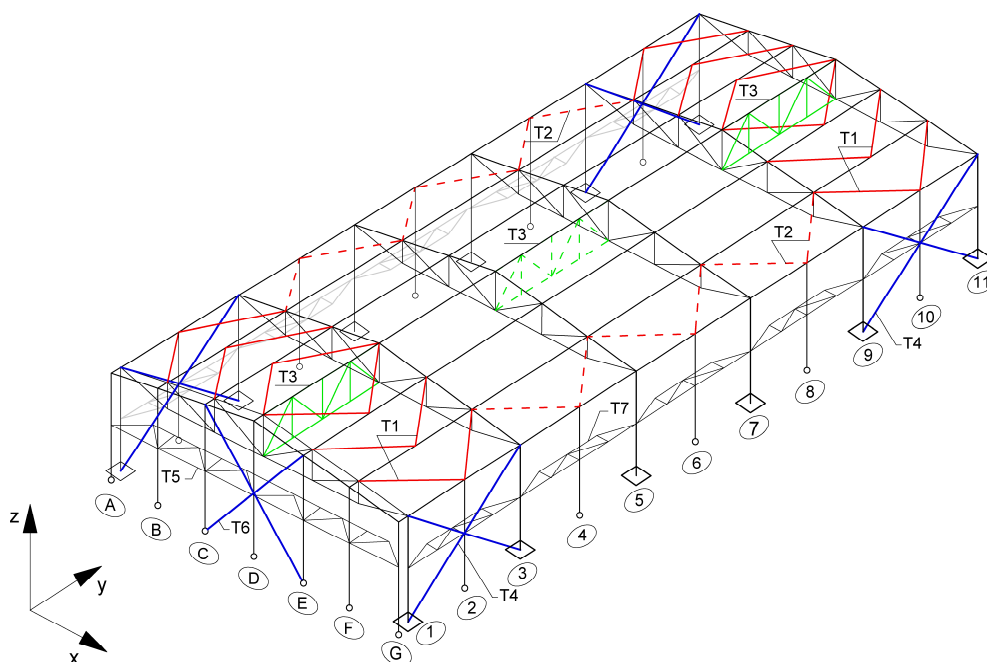
Analizy obliczeniowe są jedynie pomocnicze w procesie projektowania (kształtowania i konstruowania) obiektów budowlanych, w tym hal stalowych i nie powinny być postrzegane, jako zagadnienia przodujące. Ponadto dopuszcza się stosowanie reguł alternatywnych odmiennych od reguł podanych w normach projektowania pod warunkiem wykazania, że reguły alternatywne są zgodne z odnośnymi zasadami i co najmniej równoważne ze względu na bezpieczeństwo obiektów budowlanych, użyteczność i trwałość, oczekiwaną w przypadku posługiwania się Eurokodami (PN-EN 1990 [N15] pkt 1.4(5).)

Wymogi rozmieszczania stężeń sprowadzono do wymogu ogólnej stateczności i sztywności przestrzennego systemu hali, a pominięto wymóg konstrukcyjnego rozmieszczania stężeń, niezależnie od indywidualnych potrzeb stateczności systemu konstrukcyjnego (PN-EN 1993-1-1 [N19]).

Najistotniejszą zmianą jest zdaniem autora preferowany sposób analizy konstrukcji metodą imperfekcyjną, globalną: zarówno, jeśli chodzi o stateczność ogólną systemu (stężenia hal), jak i o stateczność elementów (wyboczenie, zwichrzenie prętów). W ten sposób narazie wyeliminowano utrzymywany od lat paradoks wymiarowania prętów (zginanych i ściskanych) z zastosowaniem długości oraz współczynników wyboczeniowych, mimo braku teoretycznego uzasadnienia sumowania naprężeń od zginania z naprężeniami od ściskania powiększonymi o współczynnik wyboczeniowy. Rozwój informatyzacji i metod

obliczeniowych wyeliminował też potrzebę wyznaczania momentu krytycznego (zwichrzenia) za pomocą wzorów analitycznych, co prowadziło w przeszłości do błędów obliczeniowych i do awarii konstrukcji [38].

Zakres stosowania przekryć stalowych dużych rozpiętości, w tym silnie nieliniowych konstrukcji ciągnowych istotnie rozszerzył się wraz z ulepszaniem jakości stali i stosowaniem jej z innymi materiałami, a także wraz z dostępnością oprogramowania do projektowania wspomaganego komputerowo.



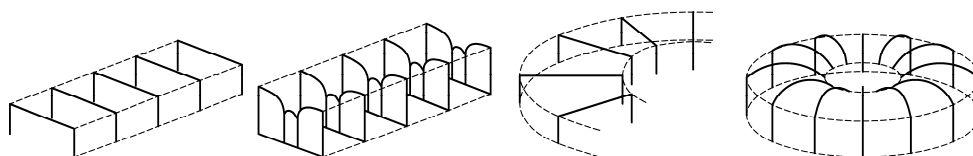
Rys.1. Klasyczny układ stężeń hal: T1 – stężenie połaciowe poprzeczne, T2 – stężenie pionowe podłużne T3 – stężenie pionowe między więzarami, T4 – stężenie pionowe podłużne słupów, T5 – stężenie wiatrowe, ściany czołowej, podpierany, T6- Stężenie pionowe ściany szczytowej, T7 – stężenia wiatrowe ścian [37], modyfikacja [3]

Na Rys.1 pokazano schemat konstrukcji tradycyjnej hali stalowej. Spośród głównych elementów konstrukcji nośnej: blachy pokrycia, płatwi, dźwigarów (rygli), stężeń połaciowych i pionowych, słupów nośnych oraz słupów pośrednich i ryglówki ściennej oraz stężeń słupów – w niniejszym opracowaniu będziemy zajmowali się przekryciem, w skład którego wchodzi elementy wymienione wcześniej, począwszy od blachy dachowej, a na stężeniach konstrukcji przekrycia kończąc.

Przekrycie stanowi w istocie najważniejszą część konstrukcji hali stalowej, zważywszy na to, że słupy hal stalowych są obecnie, powszechnie wykonywane, jako żelbetowe. Jak wynika z analiz przeprowadzonych w pracy [45] również słupy podsuwnicowe powinny być wykonywane, jako żelbetowe lub zespolone ze względu na zalety ekonomiczne (kilka razy tańsze od stalowych), lepsze własności tłumienia drgań, lepszą odporność pożarową oraz inne walory użytkowe, np. odporność na uderzenia i wpływy korozyjne.

W celach klasyfikacyjnych oraz odwoławczych przekrycia hal jednokondygnacyjnych dzieli się na typy w zależności od następujących cech:

- 1) Rozpiętości przekrycia (przęsła): małe do 12 m, średnie do 36 m, duże do 100 m, bardzo duże do 200 m, a obecnie jeszcze więcej,
- 2) Rodzaju dźwigara dachowego: kratowy lub pełnościenny, w tym ze średnikiem pofałdowanym lub pofalowanym,
- 3) Kształtu osi dźwigara dachowego: płaski – belka, krzywoliniowy (w tym kołowy) – łuk,
- 4) Wymiarowości dźwigara dachowego: jednowymiarowy (belka lub łuk), rozpięty na powierzchni jednokrzywiznowej (sklepienie), rozpięty na powierzchni dwukrzywiznowej (powłoka, kopuła),
- 5) Rodzaju górnej warstwy przekrycia: płatwiowe lub bezpłatwiowe,
- 6) Spadku przekrycia: płaskie, dwuspadowe, czterospadowe, wielospadowe,
- 7) Płaszczyzn pionowych dźwigarów (kratownic): płaskie, ruszty kratownicowe, przekrycia przestrzenne (strukturalne),
- 8) Płaszczyzn poziomych przekrycia: jednopłaszczyznowe, kaskadowe, szedowe, złożone,
- 9) Zabiegów technologicznych: bez zabiegów, odprężenie lub sprężenie, ze strzałką wygięcia wstępnego,
- 10) Podparcia przekrycia: na słupach, na ścianach, mieszane,
- 11) Doświetlenia lub oddymiania lub płaszczyzn solarno-aktywnych w przekryciu: bez świetlików lub kłap dymowych, z wbudowanymi poziomymi płaszczyznami kurtynowymi (świetlikami), pionowymi ścianami kurtynowymi (boczne świetliki), z pochyłymi płaszczyznami świetlików, bądź kolektorów, złożone,
- 12) Zastosowania lekkich elementów (ciągien, membran): przekrycia membranowe, ciągnowe (najczęściej występują wspólnie), złożone z udziałem sztywnych łuków, płyt i bloków,
- 13) Transport: bez transportu oddziałującego na przekrycie, podparty (suwnice), podwieszony (wciągniki),
- 14) Inne niesklasyfikowane wyżej w tym kombinacje typów.

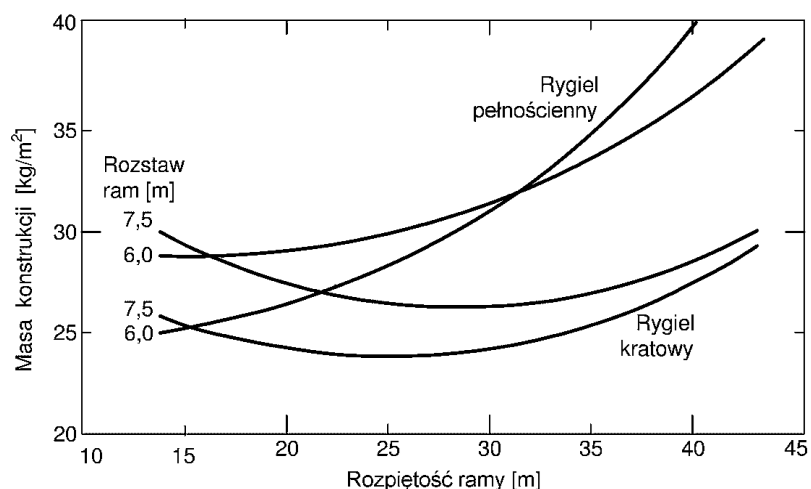


Rys.2. Kształtowanie hali poprzez powtarzającą się płaską ramę [113]

W pracy zajmiemy się nie tylko klasycznymi przekryciami hal, ale również prętowymi jedno- i dwu-krzywiznowymi, a także ciągnowymi i ciągnowo-membranowymi oraz powłokowymi z blach, w tym dwupowłokowymi z blach fałdowych.

Elementy hal, takie jak nowoczesne systemy obudów, ścian kurtynowych, świetlików, kłap dymowych, urządzeń transportowych schodów, odbojnic, itd. nie są przedmiotem niniejszej pracy.

Szacuje się, że około 50% z walcowanej na gorąco stali konstrukcyjnej jest zużywane do budowy budynków jednokondygnacyjnych, a to stanowi około 40% całkowitego zużycia stali w gospodarce. Ponadto ponad 90% jednokondygnacyjnych budynków niemieszkalnych ma konstrukcję składaną z płaskich ram stalowych, w sposób pokazany na Rys.2.



Rys.3. Zużycie stali na hale stalowe z ryglami pełnościennymi i kratownicowymi [48]

Tablica.1. Struktura kosztów obiektu stalowego

Koszt obiektu A+B+C [%]	100
A Konstrukcja	25
Roboty ziemne, fundamentowanie i roboty żelbetowe	11
Konstrukcja stalowa. Zabezpieczenie a-kor i ogniowe	10
Ściany wewnętrzne	4
B Wykończenie (architektura)	47
Elewacje i ekrany słoneczne	22
Pokrycie dachu i świetliki	5
Sufity i posadzki	7
Wykończenie i wyposażenie BHP, p-poż, Sanepid	5
Inne	8
C Instalacje	28
wod.-kan. i tryskacze	4
HVAC	12
elektryczne	8
transport (dźwigi)	4

Na Rys.3 pokazano wykres zużycia stali na typowe jednokondygnacyjne hale stalowe z ramami poprzecznymi z rygłem pełnościennym i rygłem kratownicowym, w układzie ram z rygłem pełnościennym lub kratownicowym w funkcji rozpiętości ramy i rozstawu ram 6 lub 7,5m. Optymalne są hale z rygłem kratownicowym o rozpiętości ok 24 m, w rozstawie, co 6 m.

Od wielu lat sukcesywnie zmniejsza się udział kosztu konstrukcji w koszcie całego obiektu. W Tablica.1 pokazano współczesną strukturę kosztów obiektu w konstrukcji stalowej na przykładzie obiektów zrealizowanych w Wielkiej Brytanii [48].

Udział kompletnej konstrukcji w obiekcie, to ok 25%, a konstrukcji stalowej zaledwie 10%. Konstrukcje żelbetowe w obiektach stalowych mają porównywalny koszt, ze względu na duże znaczenie posadzek przemysłowych oraz stosowanie słupów żelbetowych. Podobna

struktura kosztów dotyczy stalowych budynków wielokondygnacyjnych, ze względu na powszechne stosowanie żelbetowych stropów oraz powszechne już stosowanie posadowień specjalnych, w tym ścian szczelinowych.

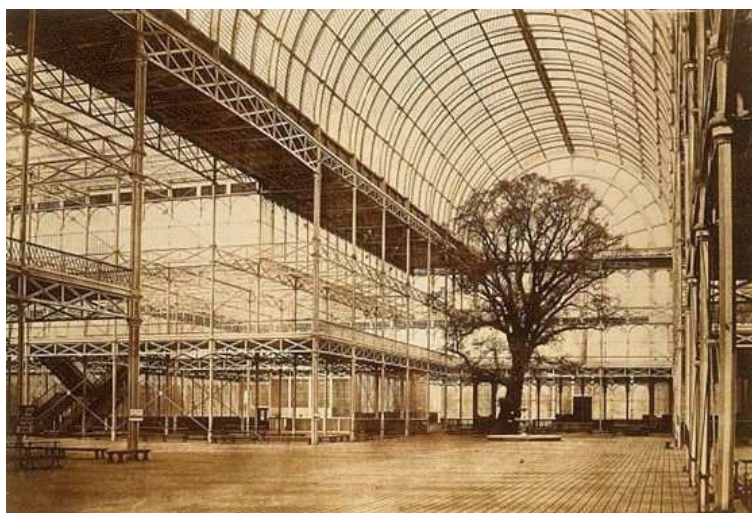
2. Rys historyczny zastosowań żelaza na przekrycia obiektów

Z punktu widzenia historycznego, jako pierwsze przekrycia inżynierskie, ukształtowały się kopuły oraz sklepienia i łuki. Przekrycia płaskie nie były postrzegane, jako inżynierskie i w okresie rozwoju konstrukcji wykonanych z żelaza w zasadzie nie były stosowane.

Użycie nowego materiału, jakim było żelazo zainicjowano stosowaniem żelaza kutego oraz żeliwa. Poprzedziło to erę stali, której początek nastąpił wraz z wdrożeniem przemysłowej technologii hutniczego wytwarzania stali, najpierw besemerowskiej i następnie w piecach martenowskich.

Pierwsze przykłady zastosowań opisano w pracy [84]. Wskazano tam, że pierwsze zastosowania żelaza na konstrukcje obiektów odnotowano w Paryżu w latach 1807 do 1811 wraz z budową żeliwnej kopuły rozpiętości 40 m nad halą targową kukurydzy, a także w roku 1820 wraz z budową żeliwnego sklepienia o rozpiętości 19 m w Wiedniu nad publiczną łąźnią Diana. Dodajmy, że niemalże w tym samym czasie w latach 1806 do 1811, w Rosji zbudowano dużą jak na ówczesne czasy kopułę z kutego żelaza nad katedrą Kazań w Sankt Petersburgu. Podczas przebudowy Paryża w 1838 r. kopuły żeliwne były szczególnie popularne. W Wielkiej Brytanii w 1815 roku rozpoczęto budowę kopuły z żelaza nad centralnym budynkiem Royal Pavilion w Brighton, a w 1828 roku, kopułą z kutego żelaza przekryto wieżę katedry w Moguncji.

Prawdziwa era żelaza w architekturze i budownictwie rozpoczęła się jednak dopiero w roku 1851 wraz z prezentacją znanego dzieła inżyniera Josepha Paxtona – Pałacu Kryształowego (Crystal Palace) podczas światowej wystawy w Hyde Park w Londynie (Rys.4).



Rys.4. Widok wnętrza żeliwnego sklepienia Crystal Palace [94]

Budowa przekryć stalowych hal i budynków jest nieodłącznie związana z rozwojem technologicznym produkcji stali, którą rozpoczęto produkować przemysłowo od roku 1855, w którym Henryk Bessemer wynalazł masową, konwertorową metodę produkcji stali.

W konsekwencji w kolejnych latach nastąpił dynamiczny rozwój stosowania stali na konstrukcje: najpierw na amerykańskie wysokościowce. Zastosowanie stali na niskie budynki, w tym hale stało się bardziej powszechne w czasie II wojny światowej, a od lat 50-tych hale stalowe są szeroko akceptowane, głównie ze względu na swoje walory, polegające przede wszystkim na szybkiej budowie, lekkości konstrukcji, a także możliwości przekrycia dużych przestrzeni przy niewielkiej ingerencji słupów w program funkcjonalny przestrzenny hali np. praca [116].

3. Klasyczne przekrycia złożone z płaskich układów poprzecznych

3.1. Wprowadzenie

W klasycznych układach konstrukcyjnych hal podstawowym elementem konstrukcyjnym jest rama poprzeczna. Najpopularniejszym i ekonomicznym sposobem jest zastosowanie serii płaskich układów, które są rozmieszczone w równych odstępach wzdłuż jednej osi, budynku, jak pokazano na Rys.2 Ze względów funkcjonalnych i architektonicznych rytm (odległość pomiędzy układami poprzecznymi) jest powtarzalny. Często stosuje się ramy zewnętrzne dla podkreślenia dużego rytmu oraz dominant w hali (Rys.5). Zaburzenia tego rytmu są spowodowane koniecznością dostosowania do funkcji lub innymi ważnymi powodami.



Rys.5. Hala stalowa z dominantą płaskich układów poprzecznych (Crown Hall) [90]

Przekrycie jest konstrukcją nośną dla pokrycia oraz urządzeń umieszczonych na dachu. Spośród elementów pokazanych na Rys.1 do pokrycia należą dźwigary dachowe, płatwie, a także stężenie poprzeczne T_1 i podłużne T_2 , oraz stężenia pionowe między wiązarami T_3 . Do przekrycia wliczmy również blachę dachową, płyty warstwowe lub inne prefabrykowane (np. żelbetowe, kanałowe), ułożone na płatwiach, lub bezpośrednio na wiązarach. W tym ostatnim przypadku mamy do czynienia z przekryciem bezpłatwicznym, w którym rolę płatwi pełnią płyty dachowe (lub blacha trapezowa). W przypadku zastosowania płyt warstwowych na przekrycie, są one jednocześnie pokryciem i z reguły nie

wymagają dodatkowych warstw izolacyjnych. W innych przypadkach warstwy pokrycia składają się z warstwy izolacji termicznej oraz izolacji przeciwwodnej.

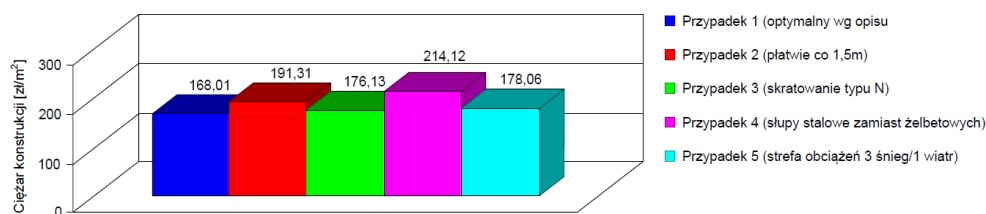
Przekrycia złożone z układów płaskich są klasyczne i nieodłącznie związane z zasadą kształtowania stężeń pościowych i pionowych między wiązarami. Zmniejszenie liczby stężeń jest możliwe przy zastosowaniu rusztów (pkt 4.3), a wyeliminowanie klasycznego systemu stężeń przy zastosowaniu struktur prętowych (pkt 4.2), praca [36].

3.2. Analizy optymalizacyjne hal

Na Rys.6 pokazano, przeprowadzoną w pracy [42] analizę porównawczą kosztu hal w 5-ciu wariantach wykonania.

Analizowano hale jednonawowe dla ustalonej wysokości w kalenicy 7,5 m oraz nachyleniu połaci dachowej 5%, z pokryciem typu lekkiego na blasze trapezowej. Przyjęto, że dach jest kategorii H (bez dostępu z wyjątkiem zwykłego utrzymania i usług), a przekrycie obciążone instalacjami podwieszonymi $0,3 \text{ kN/m}^2$.

Hale zbudowano z 10-ciu układów poprzecznych o rozstawie 6,0; 7,5; 9,0 lub 12,0 m. Rozpiętość nawy wynosiła: 21, 24 27 i 30 m. Porównano konstrukcje bezpłatwiowe oraz płatwiowe przy rozstawie płatwi 1,5; 3,0 lub 4,5 m. Analizowano trzy rodzaje płatwi: walcowane IPE, gięte na zimno o profilu Z oraz kratowe. Płatwie kratowe miały wysokość 60 cm dla długości 9 m oraz 80 cm dla długości 12 m oraz wykratowanie typu V. Rygle ram przyjęto, jako kratowe dwutrapezowe z obniżonym pasem o zróżnicowanych parametrach: skratowanie typu V bez słupków, typu V ze słupkami oraz typu N. Wysokość dźwigarów h przyjęto 1,75 m dla długości $L=21 \text{ m}$; $h=2,0 \text{ m}$ dla $L=24 \text{ m}$; $h=2,25 \text{ m}$ dla $L=27 \text{ m}$ i $h=2,50 \text{ m}$ dla $L=30 \text{ m}$. Słupy przyjmowane, jako stalowe lub żelbetowe o wysokości ok 8,6 m w rozstawie, co 7,5 m.



Rys.6. Koszt przekrycia klasycznej hali stalowej wraz ze słupami [zł/m²] [42]

Dla wybranych konstrukcji hal uzyskano następujące rezultaty (G- ciężar przekrycia, K-koszt łącznie ze słupami) na 1 m^2 posadzki:

Przypadek 1 [najekonomiczniejszy]: $G=18,8 \text{ kg/m}^2$, $K= 168,0 \text{ zł/m}^2$

W koszty wliczono prefabrykację elementów żelbetowych i stalowych w wytwórni, łącznie z malowaniem antykorozyjnym i montażem konstrukcji stalowej i żelbetowej. Analizy prowadzono na wzorcowej hali, która ma następujące parametry:

- Wymiary hali $24 \times 67,5 \text{ m}$, co daje powierzchnię posadzki 1620 m^2 ,
- Rozstaw układów nośnych, co 7,5 m,
- Dach bezpłatwiowy, z blachą trapezową T153-840 gr. 0,75/320,
- Dźwigar kratowy ze skratowaniem typu V ze słupkami, pasy HEA, krzyżulce i słupki rury kwadratowe,
- Słupy nośne o wysokości 8,6 m żelbetowe $30 \times 40 \text{ cm}$ C35/40 – B500 ($17,3 \text{ cm}^2$),
- Strefa klimatyczna 2/1 (śnieg/wiatr).

Przypadek 2 [dach płatwiowy]: $G=19,52 \text{ kg/m}^2$, $K= 191,3 \text{ zł/m}^2$

Obiekt wzorcowy (jak w przypadku 1), ale przekrycie wykonane w konstrukcji płatwiowej. Płatwie LP Z/300 gr.2,5/350 w rozstawie, co 1,5 m. Blacha pokrycia T55-976 gr.0,60/280.

Przypadek 3 [wpływ wykratowania dźwigara]: $G=19,4 \text{ kg/m}^2$, $K= 176,1 \text{ zł/m}^2$

Obiekt wzorcowy (jak w przypadku 1), ale z innym typem wykratowania dźwigara: zamiast typu V ze słupkami – typ N.

Przypadek 4 [słupy stalowe] $K=214,1 \text{ zł/m}^2$

Obiekt wzorcowy (jak w przypadku 1), ale słupy stalowe zamiast żelbetowych. Uzyskano znaczący (o 30%) wzrost ceny obiektu.

Przypadek 5 [wpływ strefy obciążeń klimatycznych] $K=178,1 \text{ zł/m}^2$

Obiekt wzorcowy (jak w przypadku 1), ale umieszczono w strefie klimatycznej 3/1, zamiast w strefie 2/1. Zmiana strefy obciążeń klimatycznych powoduje wzrost ciężaru dźwigara kratowego do $8,65 \text{ kg/m}^2$, a także wzrost wymiarów słupa żelbetowego do (30x45cm), co daje wzrost kosztu o 6%.

Z analiz ekonomicznych wynika, że optymalna jest hala z rozpiętością nawy 24 m, rozstawem układów poprzecznych 7,5 m z rygłem kratowym ze skratowaniem typu V, dachem bezpłatwiowym i ze słupami żelbetowymi.

Szczegółowe analizy ekonomiczne dźwigarów dachowych przedstawiono w pkt 3.4, płatwi w pkt 3.5, a słupów hal w pkt. 3.6

3.3. Stężenia hal

Konstrukcja nośna hali musi spełniać warunki geometrycznej niezmienności ustroju w przestrzeni. W przypadku klasycznych hal zbudowanych z płaskich układów poprzecznych zarówno z ryglami kratownicowymi jak i pełnościennymi stateczność systemu zapewniają stężenia kolejnych układów poprzecznych, w szczególności stężenia połaciowe. Stężenia należy tak rozmieścić, by zapewnić stateczność oraz sztywność przestrzenną hali i tak, aby elementy stężeń nie utrudniały procesów produkcyjnych, nie zmniejszały powierzchni użytkowej, bądź innych walorów użytkowych lub architektonicznych obiektu. Ponadto należy uwzględnić pomocniczy udział stężeń w procesie montażu systemu hali.

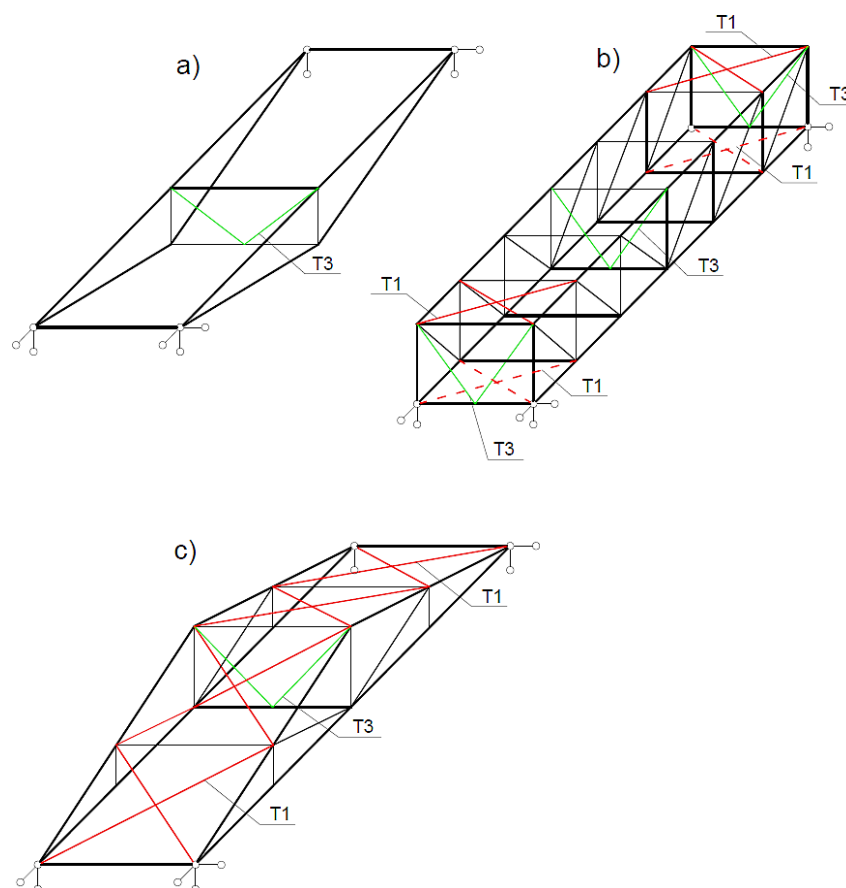
3.3.1. Warunki ogólne kształtowania systemu stężeń w halach

Analizę stateczności przestrzennej hal można dokonać wstępnie w drodze analizy zachowania się szeregu układów poprzecznych hali, myślowo przegubowo połączonych z fundamentami i płatwiami w sposób pokazany w pracach [2] i [3]. Po myślowym przechyleniu w kierunku podłużnym hali stwierdzimy, że układ bez stężeń „złoży” się jak plik kart. W celu zachowania stateczności wystarczy połączyć ze sobą sąsiednie układy poprzeczne prętami dodatkowymi, zwanymi stężeniami, np. prętami T1, T3 i T4, w sposób pokazany na Rys.1 w polach skrajnych (pierwszym i ostatnim) układu podłużnego hali. Inne, pokazane stężenia: T2, T5 i T6 (oraz T3 poza polami z T1) nie są zawsze potrzebne i są stosowane w przypadkach uzasadnionych statecznością wytrzymałością fragmentów systemów i elementów lokalnych.

We współczesnej praktyce inżynierskiej stosowania zaawansowanych narzędzi informatycznych i analizy 3D, opisane wyżej, uproszczone analizy stateczności hali, nie są wystarczające i mogą być stosowane wyłącznie na wstępnym etapie projektowania.

Współcześnie warunki kształtowania stężeń powinny wynikać z analizy macierzy sztywności przestrzennego układu prętowego hali i badania osobliwości pełnej macierzy

sztwności układu. Jeśli układ będzie bliski osobliwemu (bliski mechanizmowi kinematycznemu), to w wyniku uzyskamy brak możliwości jednoznacznego rozwiązania układu (wyznacznik macierzy sztywności równy zero), bądź brak zbieżności przy próbie analizy nieliniowej, bądź duże przemieszczenia poziome lub pionowe niektórych punktów konstrukcji. Każdy z tych objawów będzie świadczył o potrzebie dodania dodatkowych prętów, ścian, ram (wszystko to są stężenia), bądź o potrzebie zwiększenia sztywności istniejących prętów lub węzłów.



Rys.7. Przykłady bikonstrukcji, tworzących stateczny, przestrzenny układ: a) prętowy; b) więzary o pasach równoległych połączone w płaszczyznach podporowych [65] c) więzary trójkątne połączone w płaszczyźnie załamania pasów

Poprawny układ i rodzaj stężeń należy wyznaczyć z warunku minimalizacji liczby elementów stężeń – nadmiar liczby stężeń ogranicza funkcjonalność hali i zwiększa jej złożoność konstrukcyjną, przy jednoczesnej optymalizacji kosztów zastosowania różnych rodzajów stężeń. Kryterium ograniczenia liczby stężeń i uproszczenia złożoności konstrukcji można uzyskać poprzez zastosowanie stężeń ramowych lub tarczowych, ale zwykle jest to rozwiązanie droższe od zastosowania stężeń prętowych. Zadanie optymalizacji systemu stężeń należy rozwiązać poprzez analizę porównawczą kilku wariantów, gwarantujących stateczność i sztywność układu.

3.3.2. Warunki szczegółowe kształtowania stężeń w halach

Istnieje wiele rozwiązań konstrukcyjnych, umożliwiających zapewnienie wymaganej stateczności i sztywności układu, a ich wachlarz nie ogranicza się do zastosowania układu stężeń pokazanego na Rys.1. Możemy zastosować:

- 1) pręty w rozmaitych konfiguracjach, czyli stężenia prętowe lub kratownicowe, i to niekoniecznie w klasycznym układzie, opisanym w pkt.3.3.3. Każdy układ zapewniający ogólne warunki stateczności 3.3.1 jest możliwy i dopuszczalny.
- 2) tarcze, np. ściany lub płyty, w tym blachę dachową, czyli stężenia tarczowe lub płytowe,
- 3) usztywnienia węzłów, czyli stężenia ramowe.

3.3.3. Klasyczne stężenia prętowe

Klasyczny układ stężeń prętowych pokazano na Rys.1. W przeważającej liczbie przypadków praktycznych spełnia on warunki ogólne pkt 3.3.1, choć może okazać się, że nie jest wystarczający lub że jest nadmierny w niektórych sytuacjach obliczeniowych. Wymagany system stężeń zależy bowiem od konfiguracji obciążeń i ich przebiegu w czasie (np. dla obciążeń dynamicznych i wywołanych nimi drgań obiektu). Ostateczne sprawdzenie poprawności układu stężeń należy dokonać poprzez badanie macierzy sztywności i przemieszczeń całego systemu konstrukcyjnego hali.

Klasyczny układ stężeń należy traktować, jako wstępną iterację, która będzie podlegała weryfikacji i optymalizacji w trakcie analitycznego procesu projektowania obiektu 3D (projektowania przestrzennego, który jest obowiązujący we współczesnej praktyce projektowej).

Elementy stężeń, które są wymagane w klasycznych halach zbudowanych z płaskich układów poprzecznych pokazano linią ciągłą na Rys.1. Są to:

- 1) Stężenia połaciowe poprzeczne T1, które stosowano w polach skrajnych lub przedskrajnych każdego oddylatowanego segmentu hali i nie rzadziej, niż co ósme pole między układami poprzecznymi (na Rys.1 pokazano zastosowanie stężeń w polach skrajnych);
- 2) W celu utworzenia bikonstrukcji układu hali w tych samych polach, w których umieszczono T1 stosowano stężenia pionowe T4 w płaszczyźnie ścian bocznych i/lub wewnętrznych liniach słupów;
- 3) W przypadku zastosowania wysokich rygli dachowych, stosowano stężenia pionowe między więzarami T3, w tych samych polach, w których dano T1, a po długości dźwigara dachowego, przynajmniej w miejscach załamania jego pasów i nie rzadziej, niż co 15 m (Rys.8 f), w przypadku zastosowania wysokich rygli dachowych, np. w postaci kratownic, w tych samych polach, w których występują stężenia połaciowe poprzeczne, w celu utworzenia bikonstrukcji dźwigarów, należy dać stężenia pionowe T2 na ich wysokości.

Liniami przerywanymi na Rys.1 oznaczono te stężenia, które są opcjonalne i nie zawsze wymagane:

- 4) stężenia połaciowe podłużne T2 są wymagane w zasadzie wyłącznie w razie potrzeby podparcia głowic pośrednich słupków ściennych i ich potrzeba wynika z warunku wytrzymałości lokalnych elementów (płatwi dachowych),
- 5) stężenia pionowe między więzarami T3, w sytuacjach szczególnych są wymagane nie tylko w tych polach, w których zastosowano stężenia T1, a mianowicie:
 - przy umiarkowanie dużych obciążeniach poziomych i/lub dynamicznych sprzęga się dźwigary, w co drugim polu,

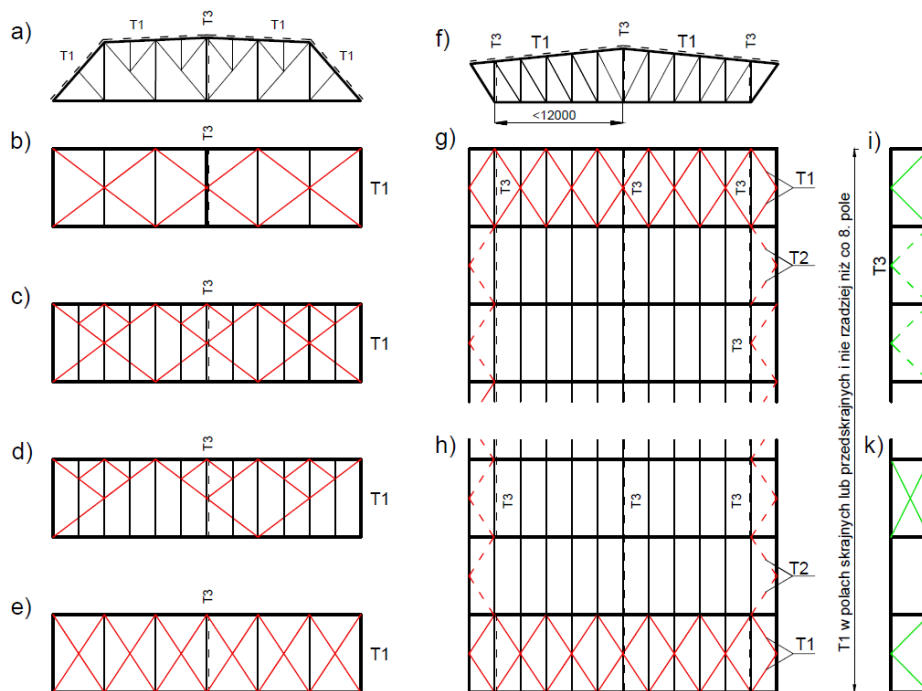
- przy dużych obciążeniach poziomych i/lub obciążeniach dynamicznych (przyjmuje się, że dla suwnic o udźwigu większym od 150 kN - stężenia T3 daje się na całej długości hali,
- często we celu zapewnienia stateczności pasów dolnych wiązarów pasy te łączy się prętami po całej długości hali (stężenia pionowe między wiązarami T3 dajemy klasycznie w polach T1)

Wiatrownice T5 i T7 są stężeniami lokalnymi i nie są bezwzględnie wymagane do zapewnienia ogólnej stateczności hali, a ich stosowanie wynika z potrzeb wytrzymałości słupków ściennych(pośrednich) hali.

Stężenia ściany szczytowej T6 są również stężeniami lokalnymi, a zasady ich kształtowania nie są związane ze statecznością głównego układu konstrukcyjnego hali, a jedynie ze statecznością ryglówki ściany szczytowej w płaszczyźnie tej ściany.

Na Rys.8. pokazano warianty skratowań prętowych stężeń konstruowanych w przekryciach hal.

Generalną zasadą, wynikającą z rozkładu sił w systemach prętów, jest zasada umieszczania pręta ukośnego pod kątem $45^\circ \pm 15^\circ$ do osi pręta podłużnego. Z tej zasady wynika dopuszczalny typ wykratowania pola prostokątnego $a \times b$, gdzie a jest większym bokiem: jeśli $a \approx b$, to polecanym systemem wykratowania jest typ X – skratowanie na krzyż (Rys.8b); jeśli $a \approx 2b$, to stosujemy wykratowanie typu V (Rys.8c, d, g, h, i) z wierzchołkiem w połowie dłuższego boku; jeśli $a > 3b$, to należy wprowadzić podział boku na liczbę krotności b (lub ich przybliżenie). Z zasady wynika, że na Rys.8k, skratowanie typu V jest lepsze od X. Przy $a > 3b$ nie powinno się stosować skratowania typu X.



Rys.8. Systemy stężeń pokrycia dachowego: a), f) wiązary z układem stężeń, b), c), d), e) stężenia poprzeczne T1, g), h) stężenia poprzeczne i podłużne T2, i), k) stężenia pionowe T3, [65]

Wykratowanie typu X jest inteligentnym typem wykratowania, polega na tym, że ten sam pręt może być raz ściskany, a raz rozciągany zależnie od kierunku obciążenia, a po wyłączeniu z pracy wskutek wyboczenia, a ustrój nadal pozostaje stateczny. Z tego powodu każdy z prętów możemy zaprojektować o smukłości większej niż minimalna wymagana dla pręta ściskanego (dla $\lambda > 200$). Ta własność powoduje, że stężenie typu X jest optymalne ze względu na zużycie materiału, ale wymaga stosowania napięcia wstępnego prętów, poprzez zastosowanie nakrętek rzymskich. Taki system, zawierający pręty „tylko rozciągane” jest nieliniowy strukturalnie i wymaga stosowania procedur iteracyjnych.

3.3.4. Stężenia ramowe

Z punktu widzenia geometrycznej zmienności systemu stężeń, w każdym przypadku układ prętów z węzłami przegubowymi można zastąpić układem prętów ramowych z połączeniami sztywnymi.

W przypadku zastosowania stężeń ramowych zamiast kratowych, zyskujemy większą swobodę funkcjonalną (np. możemy zwolnić płaszczyzny ścian w celu przejazdu lub użytkowania okien bez przecinających je prętów), ale z reguły zużycie stali jest nieco większe.

3.3.5. Stężenia płytowe/tarczowe

W płaszczyznach, w których należy zastosować stężenia, zamiast układu prętów możemy zastosować membrany, wykonane ze ścian lub tarcz pokrycia dachowego, albo płyt stropowych.

Zaleca się prowadzenie analizy stężeń tarczowych w zastępczym modelu prętowym i następnie przeniesienie uzyskanych sił w prętach zastępczej kratownicy na sprawdzenie sztywności i wytrzymałości usztywnień tarczowych. Analogię kratownicową do analizy tarcz wyczerpująco omówiono w pracy [16].

3.3.6. Blacha trapezowa, jako stężenie dachowe

Klasycznym przykładem stężenia połączeniowego tarczowego jest zastosowanie dachowych blach trapezowych. W tym przypadku należy przeprowadzić analizę dopuszczalności po-traktowania tarczy dachowej, jako współpracującej z prętowym szkieletem nośnym. Należy przy tym uwzględnić fazę montażową, w której blacha ułożona na dźwigarach nie jest jeszcze docelowo przymocowana do konstrukcji i nie zabezpiecza górnych pasów wiązarów lub płatwi przed utratą stateczności, a także stężenia montażowe, zapewniające stateczność i prawidłowe usytuowanie dźwigarów dachowych w czasie montażu.

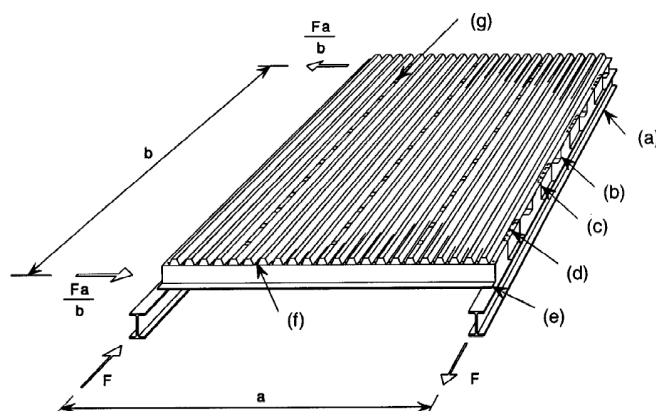
Unormowania w tym względzie zawiera [rozdział 10.3 "Projektowanie z uwzględnieniem współpracy poszycia" PN-EN 1993-1-3](#) [N20].

W przypadku zastosowania blachy fałdowej również, jako stężenia połączeniowego poprzecznego w układzie płatwiowym dachu rozpatrzmy schemat Rys.1c, w którym w miejsce prętów wykratowania damy blachę fałdową. Pole ograniczone wiązarami i płatwiami definiuje nam panel, pokazany na Rys.9.

Mogą zajść przypadki:

1) PP - dach płatwiowy - fałdy blachy prostopadłe do osi hali (i do płatwi). W tym przypadku siła w pasach wiązarów od obciążenia równoważnego q_d wynosi $F = q_d \cdot L^2 / (8b)$,

2) BP - dach bezpłatwiowy - fałdy blachy równoległe do osi hali (prostopadłe do pasów dźwigarów). W tym wypadku $F = R_{dT1} = q_d \cdot L/2$.



Rys.9. Pojedynczy panel i jego elementy: a) rygiel, b), e) płatew, c) podpórka brzegowa, d) łączniki poszycia i podpórki brzegowej
rys.10.14 PN-EN 1993-1-3 [N20]

Nośność tarczy dachowej na ścinanie przyjmuje się, jako nośność połączenia między blachami lub połączenia blachy z elementem biegnącym wzdłuż lub prostopadle do rozpatrywanego panelu poszycia. Nośność łączników należy szacować zgodnie z [pkt 8.3. PN-EN 1993-1-3](#) [N20].

Główną rolą blachy jest przeniesienie obciążeń prostopadłych do pokrycia (zginających). W celu zachowania tej roli, jako dominującej, ogranicza się naprężenia wynikające z roli stężenia do 25% f_y/γ_{M1} .

Tarczę dachową z blach trapezowych obowiązkowo należy wyposażać w elementy brzegowe (obróbki blacharskie) na obwodzie tarcz dachowych oraz elementów pośrednich, a także na krawędziach swobodnych wokół otworów dachowych. W miąższości blach trapezowych często stosuje się elementy z profili giętych na zimno, mocowane nitami jednostronnymi, jako „wymiany” pod lekkie urządzenia dachowe: świetliki, kłapy dymowe, wentylatory itp. Takie rozwiązanie „wymian” jest zwykle znacznie ekonomiczniejsze od montowania klasycznych belek walcowanych.

Szacowanie sił w stężeniach dachowych, traktowanych, jako płaskie układy wydzielone, omówiono w pkt. 11.4.

3.4. Dźwigary dachowe

Rygle ram układów poprzecznych hal, pokazanych na Rys.2 mogą być wykonane, jako pełnościenne, ażurowe (pełnościenne z perforowanym środkiem) lub kratowe. Rygle pełnościenne mogą być belkami lub podciągami umieszczonymi na słupach będące składową układu pełnościennego, w którym słupy i rygiel mogą być zbieżne lub równoległe. W tej grupie można wymienić: ramy z elementów walcowanych, ramy blachownicowe oraz ramy z elementów cienkościennych.

W przypadku klasycznych układów na etapie wstępnego doboru systemu hali można kierować się wskaźnikami podanymi na Rys.3. Jak wynika z analiz tam przedstawionych bardziej ekonomiczne od pełnościennych są rygle (dźwigary) kratowe. Ponadto z najnowszych analiz przeprowadzonych w pkt 3.6 słupy stalowe są kilka razy mniej ekonomiczne od słupów żelbetowych. W dalszej części opracowania omówimy zastosowanie kratownic na rygle ram. Pokażemy ekonomiczne rozwiązania pełnościennych rygli ram, wykonanych

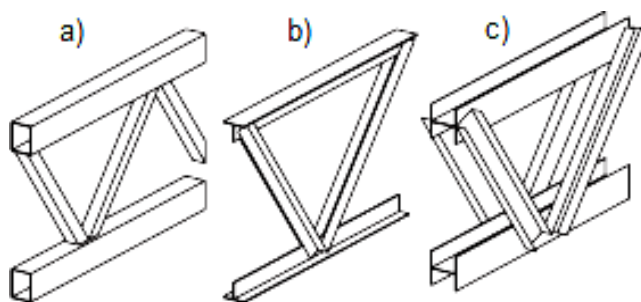
z profili spawanych przemysłowo, a także zastosowanie lekkich układów poprzecznych, wykonanych w całości z elementów cienkościennych giętych na zimno. Profile gięte na zimno stanowią dobrą alternatywę w stosunku do dźwigarów kratowych, szczególnie w dobie projektowania zrównoważonego i energooszczędnego [35].

3.4.1. Wiązary kratowe

Płaskie dźwigary kratowe (kratownice) powinny spełniać dwa założenia: 1) Pręty są proste i osiowo połączone w przegubowych węzłach, 2) występują tylko obciążenia skupione w węzłach, co skutkuje tym, że w prętach wystąpią wyłącznie siły osiowe (rozciągające lub ściskające). Niestety w praktyce żadne z tych idealnych założeń nie jest spełnione: a) pręty nie są proste, b) pręty w ogólności mogą być mimośrodowo połączone w węzłach, c) węzły nie są przegubowo połączone, d) występują obciążenia międzywęzłowe. Rzeczywiste dźwigary kratowe są faktycznie ramami, a pręty są obciążone siłami: $[N, M_y, M_z, M_x, V_y, V_z]$ = [siła osiowa, moment zginający względem osi z, moment skręcający, siła poprzeczna względem osi y, siła poprzeczna względem osi z], to znaczy cała paleta sił prowadzących do złożonego stanu naprężeń w pręcie o przekroju zwartym. Nawet, jeśli pręt jest o przekroju cienkościennym, to zwykle pomija się nieswobodne skręcanie i odpowiadające siły przekrojowe: bimoment B_ω i moment giętno-skrętny M_ω .

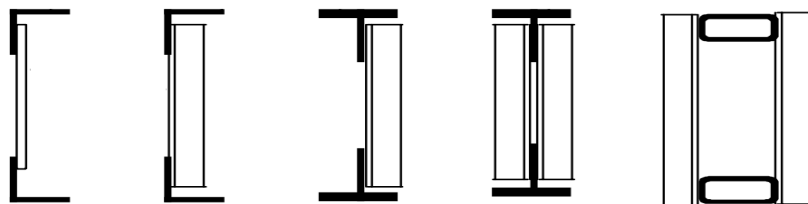
W praktyce węzły kratownic buduje się, jako sztywne (bez konstruowania przegubów), ale połączenia między węzłami i obciążenia należy wykonać, jako osiowe bez mimośródów i bez obciążeń międzywęzłowych. Takie zabiegi prowadzą do ustroju bliskiego kratownicy, to znaczy takiego, w którym momenty zginające węzłowe i podporowe są pomijalnie małe. Taką kratownicę nazywamy „kratownicą rzeczywistą”. Kratownice rzeczywiste rozwiązujemy, jako ramy z połączeniami sztywnymi w węzłach. W rozwiązaniu otrzymujemy w zasadzie tylko siły normalne, a pręty wymiarujemy, jako rozciągane lub ściskane.

Przy konstruowaniu płaskich dźwigarów należy przyjmować najprostsze konstrukcyjne rozwiązania prętów i węzłów i tak, by maksymalnie ograniczać liczbę blach węzłowych. Nie kształtujemy węzłów w celu utworzenia przegubu, ale tak, by w sposób naturalny powstał sztywny. Staramy się maksymalnie ograniczać karby, krzyżowanie się spoin, stosujemy załamania i połączenia prętów wypukłe, a unikamy ostrych, prowadzących do znacznego spiętrzenia naprężeń i zwiększenia skłonności konstrukcji do miejscowego kruchego pękania, a także małej odporności na obciążenia dynamiczne i powtarzalne.

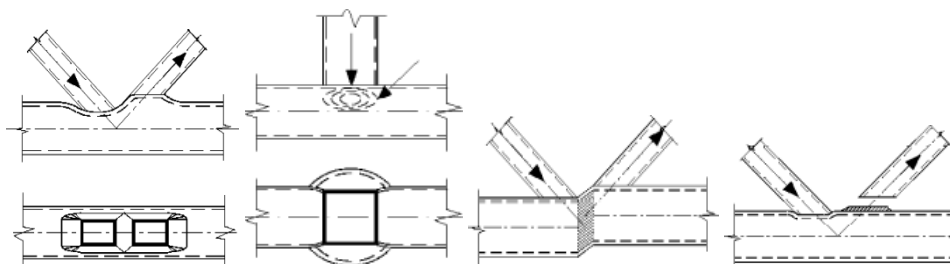


Rys.10. Proste wiązary kratowe a) z rur kwadratowych lub prostokątnych, b) z połówek dwuteowników, c) z dwuteowników i ceowników

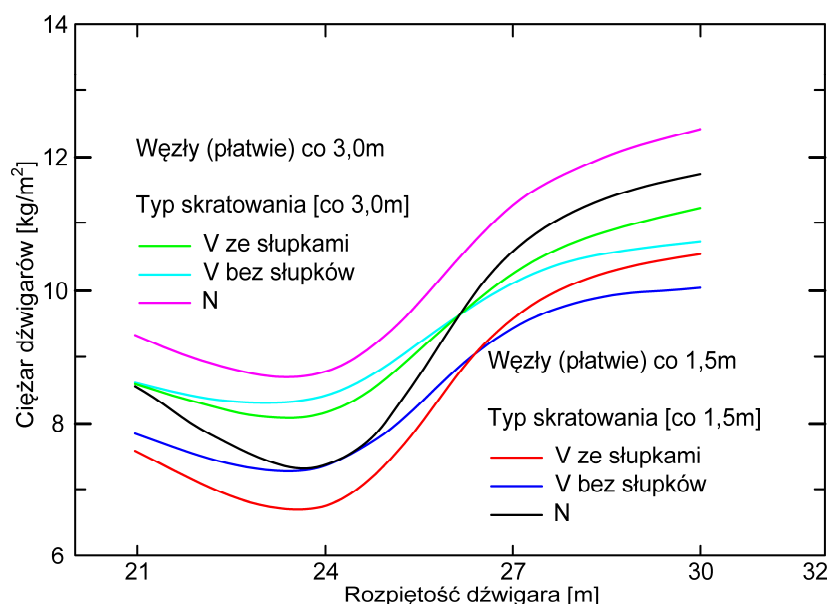
We współczesnej praktyce najczęściej stosuje się kratownice bez blach węzłowych, na przykład pokazane na Rys.10 i Rys.11. Często pasy kratownic pokazanych na Rys.10a wykonuje się z dwuteowników szerokostopowych, np. HEA i rurowymi krzyżulcami oraz słupkami przyciętymi powierzchniami pasów kształtowników pasowych. Grubość ścianek pól kształtowników pasów pozwala ominąć kilka mechanizmów zniszczenia, które należy przeanalizować dla przypadku zastosowania pasów z cienkościennych rur (Rys.12).



Rys.11. Wybrane kratownice bez blach węzłowych [109]



Rys.12. Wybrane mechanizmy zniszczenia kratownic z rur
rys.7.3 PN-EN 1993-1-8 [N22]



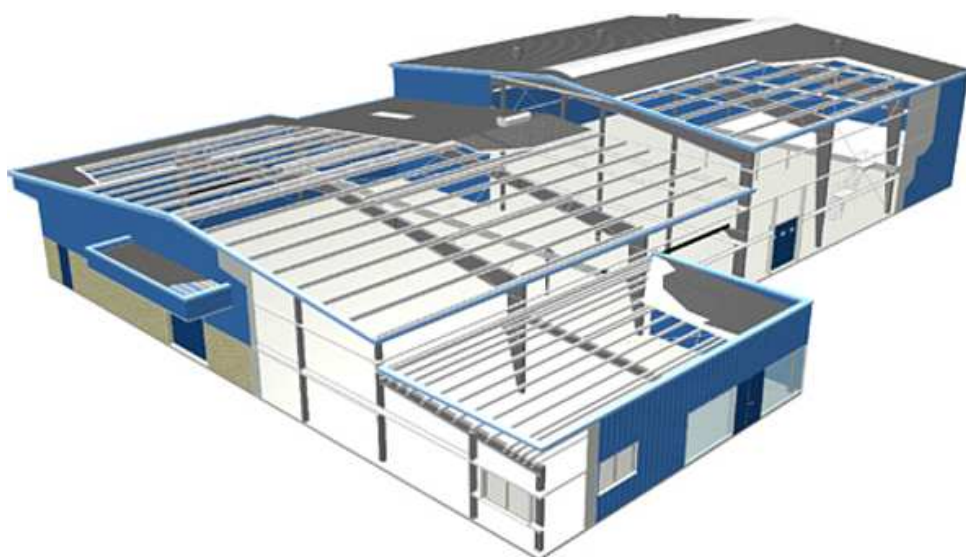
Rys.13. Analizy optymalizacyjne płaskich wiązarów kratowych hal [42]

Analizy optymalizacyjne płaskich wiązarów kratowych pokazano na Rys.13. Prowadzono je w funkcji rozpiętości rygla układu poprzecznego hali oraz typu skratowania wężara. Analizowano następujące typy wykratowania: typ Warren (V), zmodyfikowany Warren (V ze słupkiem) oraz typ Prato (N). Pokazano, że optymalne są wężary o rozpiętości ok. 24 m z węzłami (płatwiami) rozstawionymi, co 1,5 m z wykratowaniem typu V ze słupkami (typ Warren ze słupkiem podpierającym ściskany pas górny). Nieco mniej ekonomiczne są wężary z węzłami, co 3 m. Ponieważ jednak wraz ze wzrostem rozstawu płatwi rośnie zużycie stali na płatwie (Rys.22), więc oba te elementy należy rozpatrywać jednocześnie.

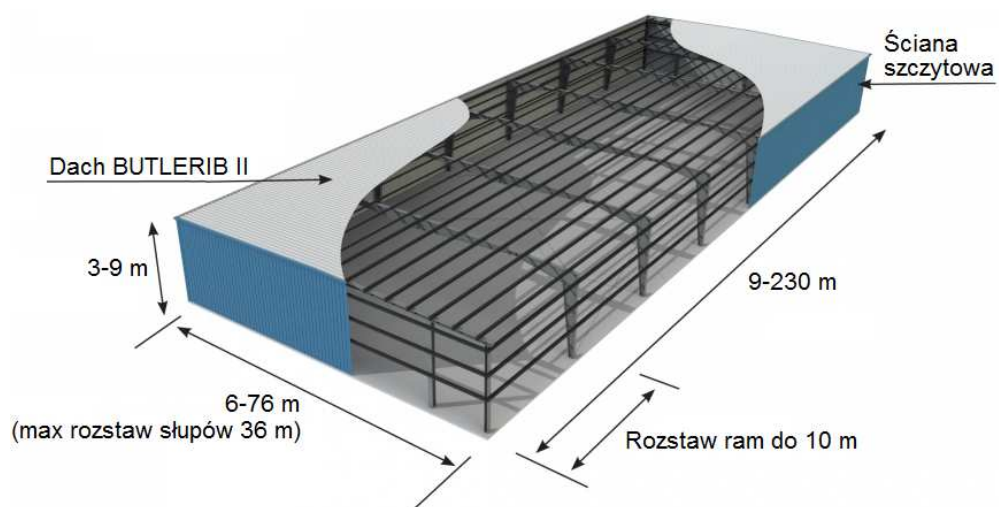
Na podstawie wykresu można dobrać optymalny typ wykratowania dla danej rozpiętości wężara. Systematycznie uzyskiwano optymalną długość wężara około 24 m. Po przekroczeniu rozpiętości 27 m następuje duży wzrost masy przekrycia i należy zastanowić nad zastosowaniem innego typu przekrycia, a w tym: rusztu, przekrycia strukturalnego, ciągnowego lub wykorzystanie efektu kopułowego. Takie rodzaje przekryć opisano w dalszej części opracowania.

3.4.2. Pełnościenne rygle ram

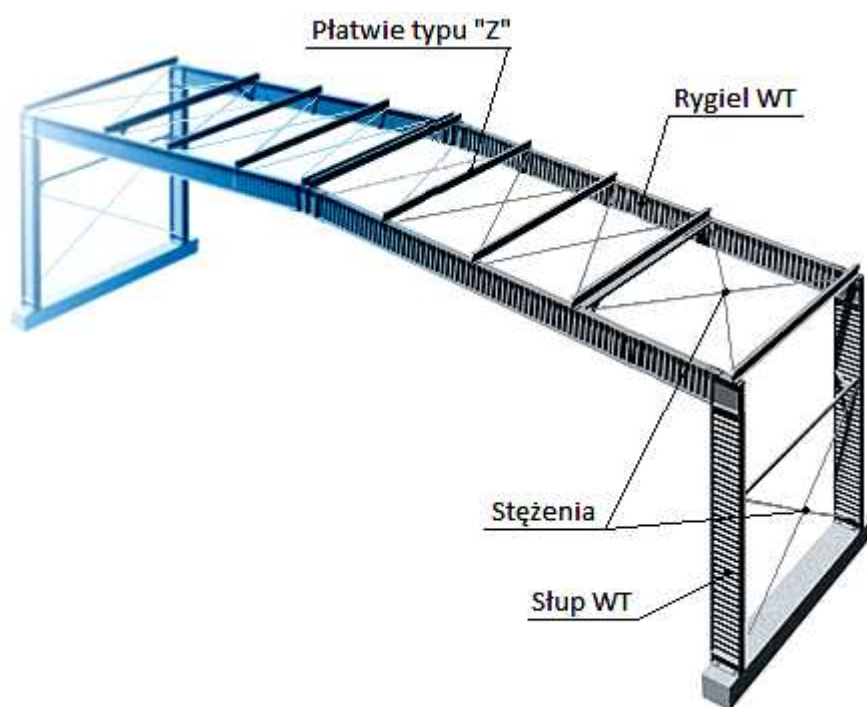
Pełnościenne rygle ram tradycyjnie stosowano w halach dostosowanych do pracy suwnic natorowych lub podwieszonych. Ze względu na zmechanizowany sposób produkcji dwuteowników spawanych w tym o zbieżnej wysokości i ze środkami profilowanymi ramy pełnościenne obecnie są coraz częściej stosowane w powszechnym budownictwie hal stalowych, produkowanych w systemach typu Astron (Rys.14), Butler (Rys.15), ZemanHDF (Rys.16) i innych.



Rys.14. System hal ASTRON [1]



Rys.15. System hal BUTLER Classic II™ [M5]



Rys.16. System hal ZemanHDF [M17]



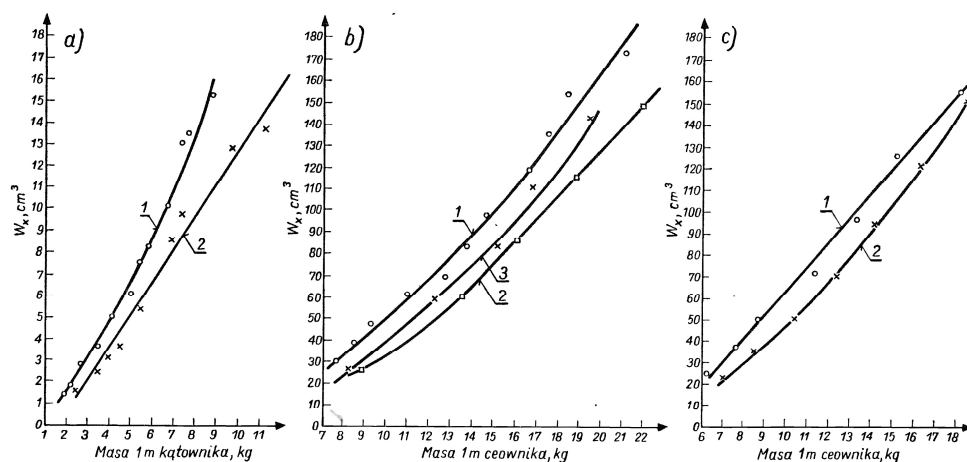
Rys.17. Dźwigary z pofalowanym środkiem na słupach żelbetowych [M16]

W stosunku do konstrukcji kratowych odznaczają się mniejszą pracochłonnością wytwarzania, łatwiejszym zabezpieczeniem przed korozją i ogniem oraz mniejszą wysokością konstrukcyjną, a zużycie stali w racjonalnie zaprojektowanej konstrukcji pełnościenniej jest porównywalne, a może być nawet (przy zastosowaniu specjalnych rozwiązań, np. środków pofalowanych lub przy przededefiniowaniu ugięć granicznych) mniejsze niż w konstrukcji kratowej [74]. Na Rys.17 pokazano bardzo ekonomiczną konstrukcję rygli z pofalowanymi środkami na słupach żelbetowych.

Przegląd problemów ram z ryglem pełnościennym zawarto m.in. w pracach: [68], [73], [M1].

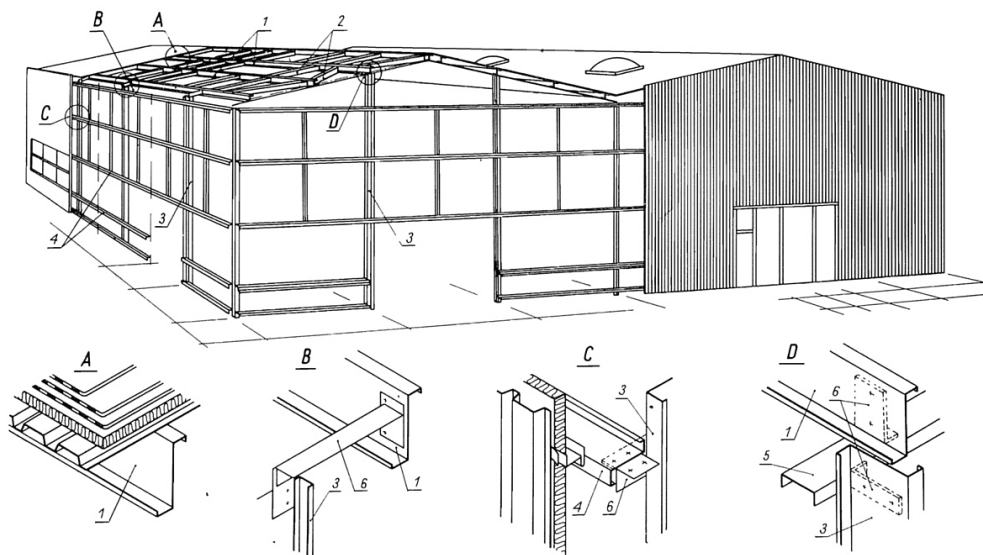
3.4.3. Ramy z elementów giętych na zimno

Zastosowanie elementów stalowych giętych na zimno prowadzi do ekonomicznych projektów ze względu na zalety profili giętych w stosunku do profili walcowanych lub spawanych. Dynamiczny rozwój produkcji profili giętych na zimno trwa od okresu odbudowy po II wojnie światowej i w tym czasie kraje, które opanowały nowoczesną, zautomatyzowaną i zmechanizowaną produkcję kształtowników profilowanych na zimno – coraz bardziej optymalizują zużycie energii, co jest szczególnie istotne obecnie, w erze budownictwa zrównoważonego i energooszczędnego – Architektury zielonej. Technologia gięcia profili stalowych, w stosunku do walcowania na gorąco – umożliwia produkcję przy dużo mniejszym wydatku energii, wyroby są wzmocnione poprzez zgniot na zimno i wytworzone przy znacznie mniejszych odpadach technologicznych zarówno surowców (rudy żelaza, dodatków stopowych, węgla) jak i półproduktów (blach cienkich). Asortyment profili giętych na zimno jest bardzo szeroki, bo efektywnie produkować można w zasadzie dowolne otwarte i zamknięte kształty ściśle dopasowane do potrzeb przemysłu i budownictwa. Obszerne omówienie zagadnienia można znaleźć w poradnikach: [13], również zagranicznych, np. [114], a także w normie **PN-EN 1993-1-3** [N20].



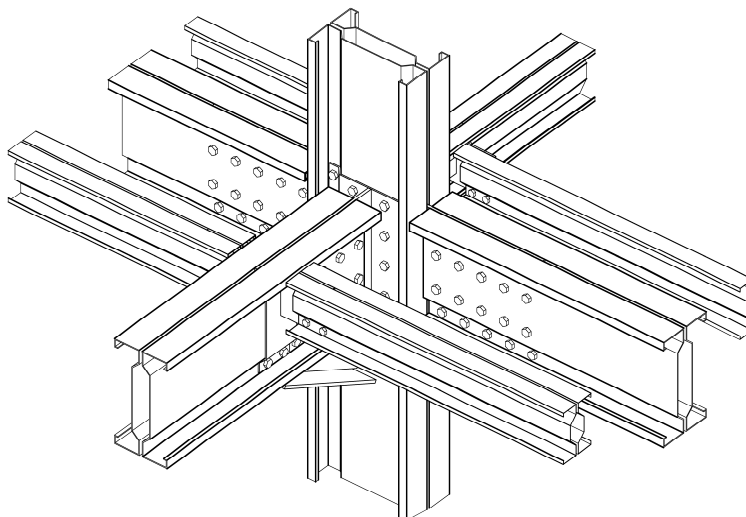
Rys.18. Porównanie efektywności kształtowników giętych na zimno i walcowanych na gorąco: a) kątowniki: 1 - gięte na zimno, 2 - walcowane, b) ceowniki: 1 - gięte na zimno, 2 - walcowane, 3 - pocienione walcowane, c) ceowniki: 1 - gięte na zimno, 2 - ekonomiczne walcowane [117]

Gięcie na zimno za pomocą wielokłatkowych giętarek rolkowych umożliwia otrzymanie kształtowników o bardziej racjonalnym rozłożeniu metalu niż w przypadku walcowania na gorąco. Na Rys.18 pokazano, że kształtowniki gięte na zimno z grupy kątowników i ceowników mają o kilkanaście procent większe wskaźniki wytrzymałości od kształtowników walcowanych tego samego rodzaju i o takiej samej masie. Na Rys.19 pokazano przykład konstrukcji hali wykonanej całkowicie z kształtowników giętych.



Rys.19. Hala z kształtowników giętych: 1- płatwie, 2- płatwie szczytowe, 3- słupki ścian, 4- rygle ścian, 5- oczep ściany szczytowe, 6- łączniki [117]

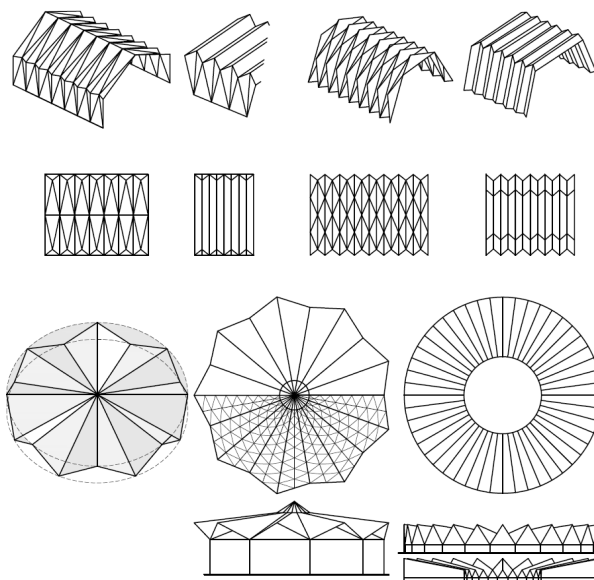
Na Rys.20 pokazano przykładowy detal połączenia słupa z ryglami i belkami (płatwiami) hali wykonanej z profili giętych typu $2 \times \Sigma$.



Rys.20. Detal połączenia słupa z ryglami i belkami z profili giętych na zimno [M1]

Kształtowniki gięte na zimno znajdują zastosowanie konstrukcyjne do wykonywania:

- 1) konstrukcji samodzielnych, wykonywanych całkowicie z kształtowników giętych,
- 2) elementów wydzielonych ze zwykłych konstrukcji stalowych,
- 3) elementów o konstrukcji zespolonej
- 4) układów powłokowych



Rys.21. Hala z kształtowników giętych: 1- płatwie, 2- płatwie szczytowe, 3- słupki ścian, 4- rygle ścian, 5- oczep ściany szczytowe, 6- łączniki [114]

Konstrukcje samodzielne powinny spełniać wymagania:

- powinny mieć do 4 kondygnacji,
- wysokość ścian nie powinna przekraczać 6m, a rozpiętość stropów 12m,
- hale mogą mieć rozpiętość (9-24) m i wysokość do 8 m i suwnicę o ciężarze do 1kN

Konstrukcje typu lekkiego to: domy mieszkalne, magazyny, hale, budynki przemysłowe, komunalne, wiaty, pawilony, zbiorniki, budynki użyteczności publicznej.

Elementy wydzielone ze zwykłych konstrukcji stalowych, to: więzary dachowe przy rozpiętościach (9-18) m, stropy w budynkach mieszkalnych o rozpiętości do 12m, płyty dachowe, i płatwie w budynkach halowych, stężenia ścian, ściany warstwowe

Elementy o konstrukcji zespolonej to: elementy poszycia dachów, elementy konstrukcji powłokowych, stropy (zastosowanie blach fałdowych z nadlewką betonową).

Na Rys.21 pokazano kilka rodzajów przekryć produkowanych z azurowych profili.

Elementy konstrukcji z profili zginanych na zimno, to:

- Płatwie projektowane, jako przeszłowe lub ciągłe, mają one małą sztywność na skręcanie. W celu ograniczenia odkształceń w czasie załadunku, transportu, rozładunku i składowania zaleca się ograniczać długość płatwi wykonywanych w wytwórni.
- Belki stropowe i podciągi powinno wykonywać się do 6,0 m oraz w nominalnym rozstawie 0,6-1,2 m. Z reguły projektuje się je, jako dwuteowe (profile złożone). Połączenia ze słupami projektowane są zazwyczaj, jako przegubowe, rzadziej na pełne zamocowanie. Gdy rozpiętości są większe niż 3,0 m powinno stosować się stężenia między belkami.
- Słupy mają zazwyczaj wysokość jednej kondygnacji. Grubość ścian przekroju waha się w granicach 2-6 mm. Usztywnienia ścian przekroju dokonuje się przy wykonaniu rowków. Najczęściej stosowane profile to rury kwadratowe i prostokątne, rury okrągłe, profile złożone (dwuteowe).
- Najczęściej stosuje się zespolenie blach fałdowych z elementami walcowanymi na gorąco i z płytą żelbetową. Możliwe jest również wykonanie stropu przy zastosowaniu zespolenia z płytami OSB.
- Dźwigary kratowe zazwyczaj są projektowane, jako konstrukcje o rozpiętościach 6 - 15,0 m.
- Najczęściej spotykane ustroje to: więzary jedno i dwuspadowe o skartowaniu krzyżulcowym lub krzyżowo słupkowym, kratowe trójprzegubowe ze ścięgiem, jętłkowe, krokwiowe, wieszarowe ze ścięgiem.
- W projektowaniu z profili giętych w stosunku do walcowanych mogą wystąpić następujące różnice: osie prętów nie pokrywają się z liniami zarysu teoretycznego, osie nie zbiegają się w jednym punkcie, stosowane pręty są niesymetryczne w płaszczyźnie więzara.

3.5. Płatwie dachowe

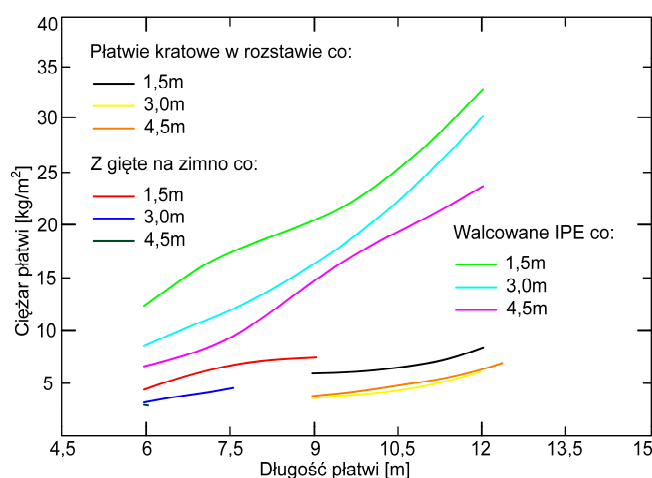
3.5.1. Analiza optymalizacyjna płatwi

Na Rys.22 pokazano analizy zużycia stali na płatwie w funkcji wspólnie stosowanych typów płatwi: kratowych, giętych na zimno i walcowanych IPE oraz ich rozpiętości rozstawu.

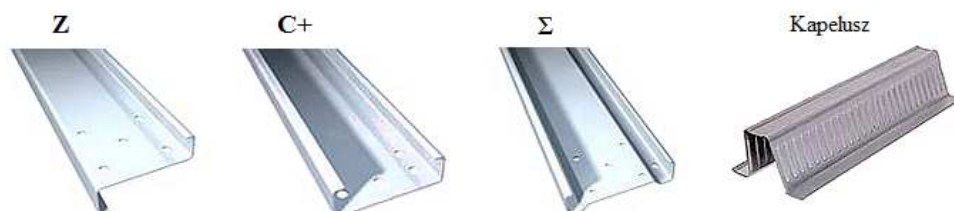
Przy rozpiętości 6 do 7,5 m optymalne jest zastosowanie płatwi giętych na zimno w rozstawie, co 3 m. Przy rozpiętości 7,5 do 9 m optymalne są płatwie gięte na zimno o rozstawie 1, 5 m. Płatwie kratowe należy stosować przy rozpiętościach 9 do 12 m. W żadnym przypadku nie jest optymalne stosowanie płatwi walcowanych IPE.

3.5.2. Płatwie gięte na zimno

Płatwie gięte na zimno są optymalne pod względem zużycia stali przy długościach do 12 m (Rys.22), ale można też pokazać, że są optymalne również cenowo, biorąc pod uwagę fakt, że producenci systemów płatwi swoją ofertę optymalizują w drodze projektowania wspomaganego eksperymentalnie, a nie tylko obliczeniowo zgodnie z normą [PN-EN 1993-1-3](#) [N20]. W ten sposób maksymalnie wykorzystują rezerwy nośności płatwi giętych na zimno, na przykład wynikające ze wzmocnienia stali na skutek zgniotu na zimno, ale także poprzez stosowanie systemowych rozwiązań węzłów dobrze zbadanych doświadczalnie. Z tych powodów nośności płatwi podawane w katalogach producentów są większe niżby to wynikało z rachunków normowych, które na dodatek są złożone i pracochłonne. W praktyce projektowej dokonuje się doboru płatwi giętych na zimno poprzez dobór na podstawie katalogów producentów i powstrzymuje się od indywidualnych obliczeń. Przy tym należy stosować się do wytycznych producentów w zakresie detali, w tym podparcia płatwi, ich stężenia po długości hali oraz włączania w system zabezpieczenia stateczności dźwigarów dachowych.



Rys.22. Analizy optymalizacyjne płatwi hal [42]

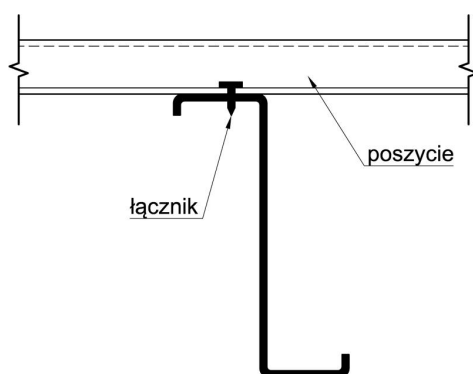


Rys.23. Typy płatwi giętych na zimno [M2], [M11], [M12]

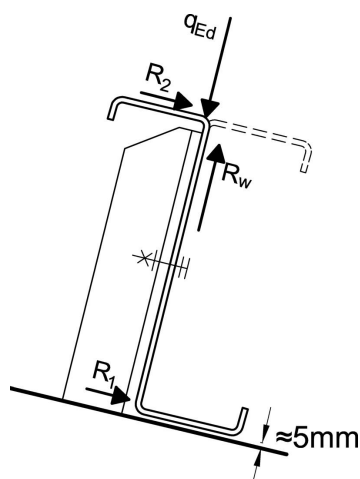
Płatwie lub krokwie w przekryciach stalowych wykonywane są najczęściej z lekkich profili giętych na zimno o przekroju: zetowym Z lub ceowym C+, lub Σ , lub kapeluszowym (Rys.23).

Detale zamocowania (zawieszenia) płatwi giętej na zimno do pasa wiązara oraz mocowania blachy pokrycia do pasa płatwi pokazano na Rys.24 i Rys.25.

Szttywność zamocowania płatwi na skręcanie przez poszycie (Rys.24) zależy między innymi od wysokości płatwi i od odległości łączników od środka płatwi. Autor przewiduje, że dość złożone zależności podane w [pkt. 10.1.5. PN-EN 1993-1-3](#) [N20] do celów praktycznego projektowania zostaną włączone do procedur numerycznych, np. do programu [M6], [M15] a dla prostych, najczęściej występujących w praktyce przypadków zostaną opracowane tablice, nomogramy i arkusze kalkulacyjne. Dostrzega się wartość przedstawionych w normie zależności analitycznych, ale **wyłącznie** na potrzeby procedur informatycznych, oraz do weryfikacji doświadczalnej prowadzonej przez producentów blach fałdowych (poszycia dachowego) oraz płatwi.

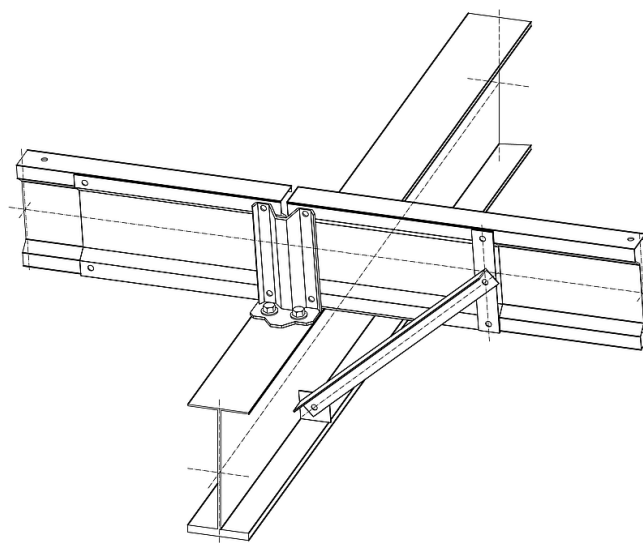


Rys.24. Detal zamocowania blachy poszycia do pasa płatwi giętej na zimno
[rys.10.6 PN-EN 1993-1-3](#) [N20]



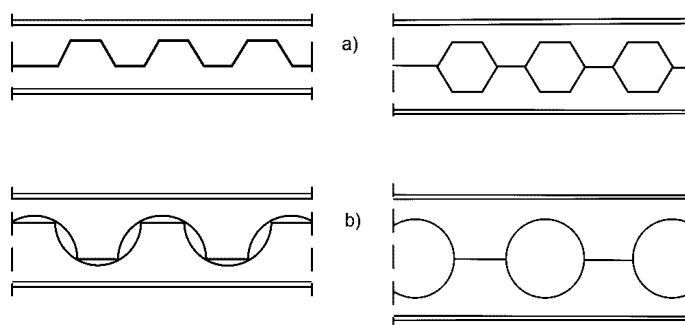
Rys.25. Detal zawieszenia płatwi giętej na zimno nad pasem wiązara
[rys.10.8 PN-EN 1993-1-3](#) [N20]

Reakcje podporowe płaty R_w , R_1 i R_2 pokazane na Rys.25, wywołane obciążeniem q_{Ed} blachy poszycia powinny być przeniesione ze wspornika, na którym jest zawieszona płatew na pas górny wiązara dachowego. Reakcja R_w jest standardową reakcją podpory płaty i powinna być przeniesiona ze środka płaty na wspornik poprzez łączniki. Reakcje poziome R_1 i R_2 są drugorzędowe, mogą być wyznaczone wg tab. 10.5 PN-EN 1993-1-3, [N20]. Siła R_2 jest przeniesiona z poszycia na pas górny płaty i następnie poprzez wspornik (najczęściej kątownik) na pas górny wiązara. Natomiast siła R_1 , jako mała najczęściej jest pomijana, szczególnie w przypadku uniesienia pasa płaty nad pas dźwigara dachowego, bo bez problemu powinna być przeniesiona przez połączenie wspornika z dźwigarem. Szczegółowe analizy podparcia płaty cienkościennej przy współpracy z poszyciem zawiera praca [56].



Rys.26. Realizacja zawieszenia i zabezpieczenie pasa dolnego wiązara przed wybozczeniem bocznym (zwichrzeniem) [M1]

3.5.3. Płaty klasyczne: walcowe, ażurowe i kratowe



Rys.27. Przygotowanie płaty ażurowych z otworami: a) sześciokątnymi, b) kołowymi [opracowano na podstawie [M1]]

W przypadku wbudowania niewielkiej ilości płatwi może okazać się ekonomiczne zastosowanie płatwi walcowanych najczęściej z dwuteowników typu IPE. Przy rozpiętościach (9-12) m płatwie walcowane należy sprefabrykować tak, by zwiększyć wysokość konstrukcyjną bez dodatkowych nakładów materiału, na przykład poprzez przygotowanie płatwi ażurowych w sposób pokazany na Rys.27. Dostępne są również płatwie ażurowe sinusoidalne.



Rys.28. Płatew kratowa w systemie WideBay [115]

W przypadku rozpiętości powyżej 12 m należy stosować płatwie kratownicowe. Znanych jest wiele systemów płatwi kratownicowych, stosowanych wraz z własnym systemem stężeń i najczęściej produkowanych, jako składowa hal. Na Rys.28 pokazano na przykład płatew w systemie WideBay, która jest stosowana do rozpiętości 16 m i jest lżejsza o (15-25)% od płatwi walcowanych. Płatew ta znajduje zastosowanie w wielu systemach hal np. [115]. Na Rys.29 pokazano zastosowanie płatwi kratowych w systemie Butler Landmark™ 2000, w którym płatwie osiągają rozpiętość do 19 m.

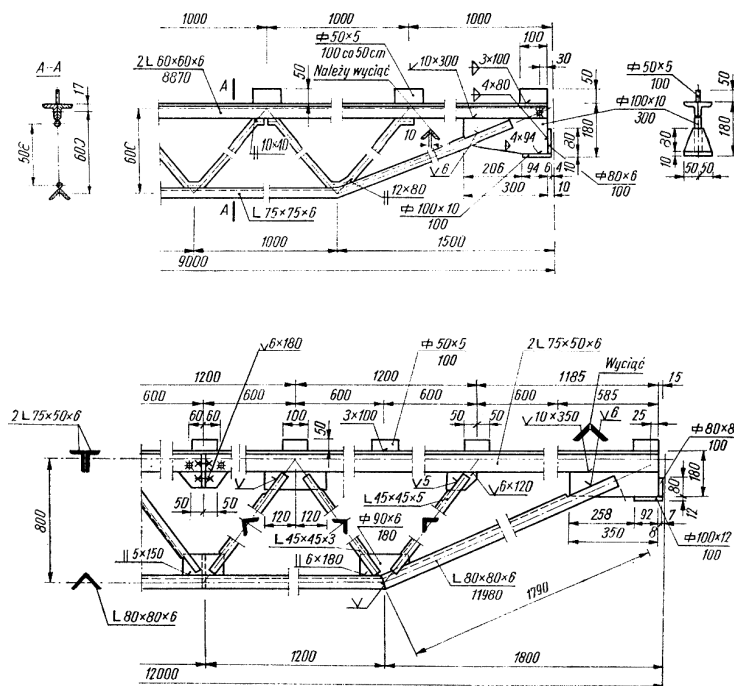


Rys.29. Płatew kratowa w systemie Butler Landmark™ 2000 [72]

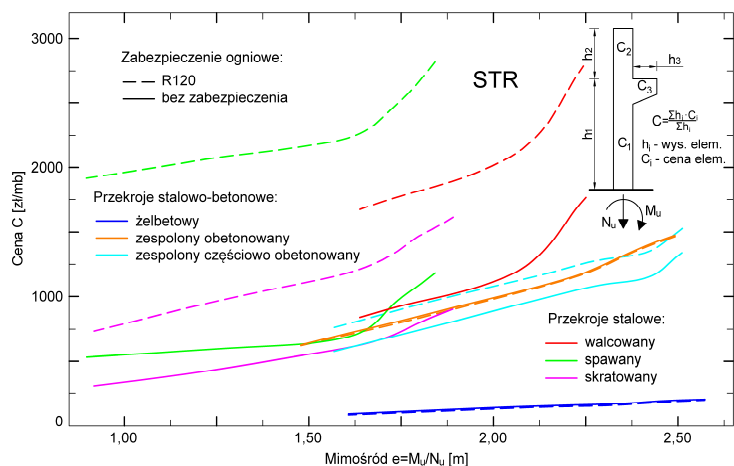
Na rys Rys.30 pokazano klasyczną konstrukcję płatwi o rozpiętości 9 i 12 m, przedstawioną już w 1976 roku przez [72].

3.6. Uwagi o stosowaniu słupów: stalowe, czy żelbetowe?

Analizy dotyczące rodzaju materiału słupów osiowo ściskanych dają jednoznaczne wyniki (np. przypadek 4 w pkt.3.2 oraz opracowanie [36]): słupy żelbetowe są ok. 4x tańsze od słupów stalowych. To potwierdza wielokrotnie powtarzane w środowisku inżynierskim pytanie: „co to jest w ogóle słup stalowy – czy taki istnieje?”



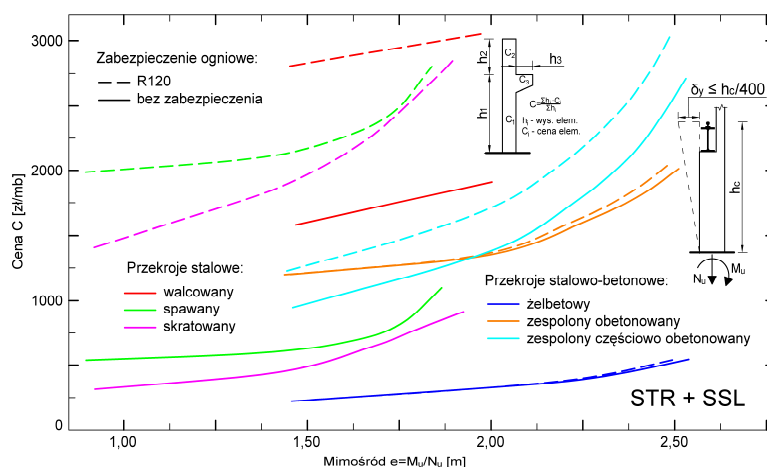
Rys.30. Klasyczne płatwie kratowe 9 i 12 m [72]



Rys.31. Analizy kosztów słupów zginanych bez zabezpieczeń z warunku stanu granicznego STR [45]

Podobny wniosek można sformułować również dla słupów mimośrodowo ściskanych i słupów podsuwnicowych.

Na Rys.31 przedstawiono analizy kosztów mimośrodowo ściskanych słupów stalowych, wykonanych z różnych materiałów w funkcji mimośrodu podporowego $e=M_u/N_u$ (stosunek maksymalnego momentu zginającego M_u i odpowiadającej siły osiowej N_u) bez i z zastosowaniem zabezpieczeń ogniowych z warunku stanu granicznego nośności (STR). Natomiast na Rys.3 przedstawiono podobne analizy, ale dodatkowo z uwzględnieniem stanu granicznego użyteczności (SLS) przy ograniczeniu $\delta_y \leq h_c/400$ przemieszczenia poziomego δ_y na poziomie połączenia części dolnej (podsuwnicowej) o długości h_c z częścią górną słupa.



Rys.32. Analiza kosztów słupów zginanych zabezpieczonych ogniowych z warunku stanów granicznych STR i SLS [45]

3.7. Uwagi o obliczeniach klasycznych przekryć hal

Klasyczne przekrycia złożone z płaskich układów poprzecznych są już powszechnie modelowane przestrzennie, ale obliczenia wytrzymałościowe są nadal prowadzone metodami zachowawczymi B,C i D (pkt 10.3), dostosowanymi do obliczeń liniowych i bez uwzględniania imperfekcji lokalnych w modelu obciążeń elementów konstrukcji.

Analizy stateczności i wytrzymałości przekryć hal i galerii należy prowadzić na modelach przestrzennych konstrukcji prętowych, obejmującej całościowe układy, to znaczy w przypadku analizy przekryć należy uwzględnić również słupy, wszystkie stężenia (połączeniowe, pionowe, w ścianach i inne). Włączanie w model konstrukcji elementów powierzchniowych (płyty i tarcze) może prowadzić do niepotrzebnego rozbudowania zadania, trudności obliczeniowych, szczególnie przy analizach iteracyjnych, a także trudności z interpretacją wyników. W tym przypadku zaleca się stosowanie analogii kratownicowej (pkt 3.3.5) lub bardzo stabilnych i wystarczająco zweryfikowanych programów komputerowych.

W ślad za argumentacją przedstawioną w pkt 10.2 we współczesnej z informatyzowanej społeczności inżynierów, analizy obliczeniowe należy prowadzić imperfekcyjną metodą A.

Obciążenia konstrukcji klasycznych hal należy przyjmować zgodnie z zasadami ogólnymi [PN-EN 1990](#) [N15] oraz normami serii [PN-EN-1991](#), które zreferowano w pracy [32].

4. Ruszty i struktury przestrzenne

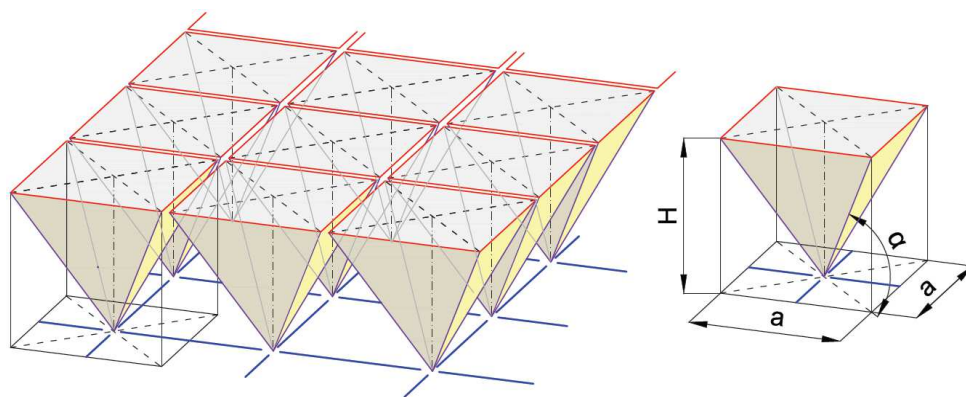
Przekrycie strukturalne jest prętowym systemem zadaszenia, w którym pręty pasów i krzyżulców tworzą przestrzenny wzór sieci (struktury) krystalograficznej, od której wywodzi się nazwa konstrukcji. W pracy [89] z podobieństwa konstrukcji do budowy molekularnej wywodzi o lekkości, dużej sile i prostej, powtarzalnej budowie, powielanej ze struktury cząsteczkowej wzorcowych molekuł.

Pierwszym systemem konstrukcji strukturalnych, produkowanych w skali przemysłowej był niemiecki system Mero, opatentowany już w 1943 roku [88]. Wynalazek Mengeringhausen zrewolucjonizował aspekty projektowania, technologii i architektury prętowych konstrukcji przestrzennych. Obecnie, okres rozwoju i ważnych realizacji przekryć strukturalnych jest już ograniczany – jesteśmy w okresie stosowania przekryć wielokrzywiznowych: siatkowych, cięgnowych i ogólnie konstrukcji organicznych, czerpiących wzorce z natury.

4.1. Definicja przekrycia strukturalnego

W literaturze zachodniej: [81], [20], [78] przekrycia strukturalne występują najczęściej pod nazwą „Konstrukcje przestrzenne” (ang. Space Structures) lub w pracach [47], [82] pod nazwą „Dwuwarstwowe struktury” (ang. Double Layer Grids).

W literaturze polskiej najczęściej stosuje się nazwę „Przekrycia strukturalne” np. w pracach [10], [11], lub „Struktury prętowe” w pracy [66], lub „Struktury przestrzenne” praca [75], lub „Przestrzenne przekrycia prętowe (struktury)”, lub „Ustroje strukturalne”, praca [73]. Spotyka się też nazwę „Przekrycie materacowe” [14] lub „Materace kratownicowe” [75]. Należy zwrócić uwagę, że w Polsce specyficznie klasyfikuje się warstwy przekrycia dwuwarstwowego i przyjmuje, że ma ono trzy warstwy: siatkę pasa górnego, warstwę krzyżulców, oraz siatkę pasa dolnego zgodnie z pracami [66], [68], [11]. Tymczasem w definicji klasycznej za warstwy struktur uważa się tylko pasy. W pracy skłoniono się do definicji przyjętej przez Kowala i przestrzenne siatki, nazywano przekryciami trójwarstwowymi.



Rys.33. Typowe przekrycie strukturalne jest zbudowane z podstawowych piramidek o wysokości H i module $M=a$

Tradycyjnie przyjmuje się, że przekrycie strukturalne jest przestrzenną kratownicą i w typowym przypadku jest przekryciem dwuwarstwowym. Współczesne przekrycia

strukturalne konstruuje się oraz analizuje, jako układ prętów sztywno połączonych w węzłach, to znaczy przekrycie strukturalne jest ramą przestrzenną, a nie kratownicą. Przekrycia strukturalne mogą mieć kilka warstw, a warstwy zewnętrzne (siatki pasów) mogą być wykonane z ciągłych płyt. Układ krzyżulców może być wzorowany na różnych układach naturalnych, w tym na plastrze miodu. Struktury mogą być wykonane z różnych materiałów: stali, aluminium, drewna, betonu, kompozytów, szkła, albo ich kombinacji.

Na Rys.33 pokazano fragment typowego przekrycia strukturalnego zestawionego z piramidki o podstawie kwadratowej, wysokości H oraz boku a , który stanowi moduł przekrycia M . Pasy górne narysowano linią czerwoną, pasy dolne linią niebieską, krzyżulce linią zieloną. Piramidki wyróżniono cieniowaniem: płaszczyznę górną kolorem szarym, a płaszczyzny boczne piramidki (ostroślupów) odcieniami koloru żółtego.

Wymiary piramidki należy tak przyjmować by kąt nachylenia krzyżulca α zawierał się między 30° a 60° . Dla piramidki o podstawie kwadratowej a , mamy $a = H\sqrt{2} \cdot \tan \alpha$, co daje:

$$M(a) = (1 + 3) \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot H, \quad (1)$$

przy czym optymalne siły w krzyżulcach uzyskuje się w przypadku, gdy kąt przestrzenny pomiędzy krzyżulcem, a podstawą piramidki $\alpha = 45^\circ$, tak jak pokazano na Rys.33, czyli $M = H\sqrt{2}$.

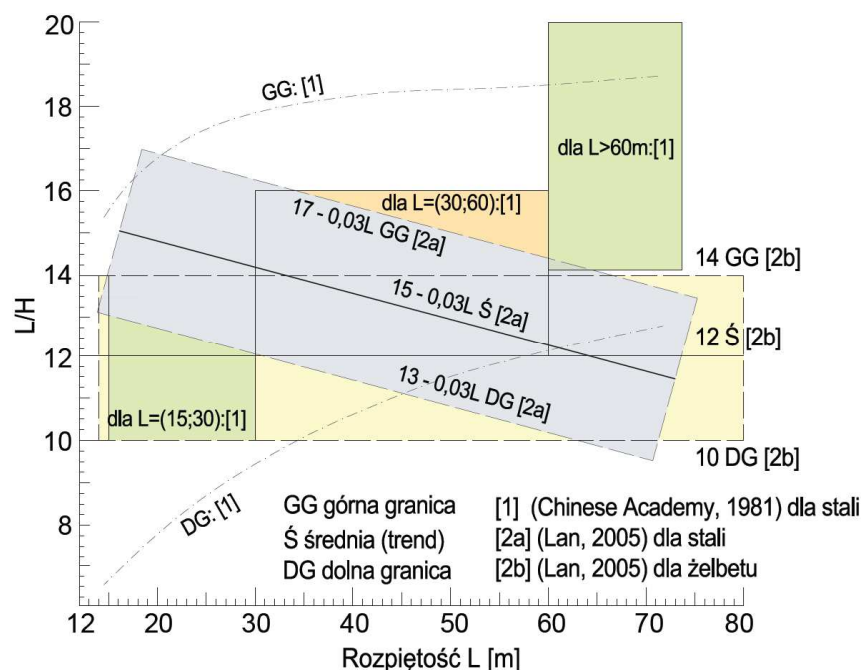
Podstawowym wymiarem piramidki jest wysokość H , a po jej przyjęciu można z tej zależności obliczyć optymalny moduł M . Następnie ten moduł należy skorygować z warunku umieszczenia całkowitej liczby piramidki na długości i szerokości przekrycia, ale tak by kąt nachylenia krzyżulców był bliski optymalnemu, a bezwzględnie nie wykroczył poza granice konstrukcyjnie dopuszczone.

W pracy [78] Lan podaje, że wysokość H wstępnie można wyznaczyć na podstawie rozpiętości przęsła struktury L w przedziale:

$$i = \frac{L}{H} = 12,5 \div 25. \quad (2)$$

W przypadku podparcia struktury na obwodzie – L jest krótszym z boków płyty przekrycia, a w innych przypadkach przyjmuje się, że L jest odległością pomiędzy podporami.

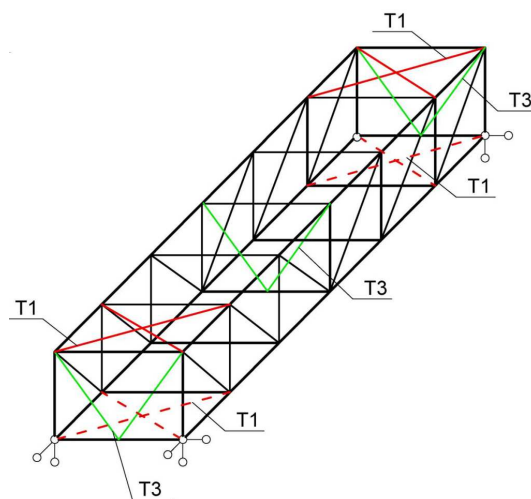
W różnych opracowaniach indeks $i = L/H$ jest wskazywany różnie i to z dużymi rozbieżnościami. Ogólną zasadą jest to, że wysokość przekrycia strukturalnego może być znacznie mniejsza (nawet dwukrotnie) od konwencjonalnych przekryć zbudowanych z wiązarów płaskich, ponieważ ugięcia płyty strukturalnej są znacznie mniejsze od standardowych wiązarów. Dodatkowo zmniejszenie wysokości przekrycia możemy uzyskać po wykorzystaniu efektu kopułowego (poprzez wyniesienie kalenicy przekrycia zakrzywionego lub płaskich płatów przekrycia) lub po nadaniu odwrotnej strzałki wygięcia. Należy jednak pamiętać o tym, że zbyt mała wysokość przekrycia może spowodować wzrost ciężaru zadaszania, a zwiększanie wysokości wcale nie musi prowadzić do zmniejszania ciężaru, bowiem istnieją pewne minimalne przekroje elementów i z różnych względów (konstrukcyjnych, technologicznych) nie możemy zastosować profilów mniejszych od uwarunkowanych konstrukcyjnie. W każdym przypadku zaleca się przeprowadzenie procedury optymalizacyjnej z warunku minimum masy całego przekrycia.



Rys.34. Wysokość H przekrycia strukturalnego w zależności od rozpiętości L

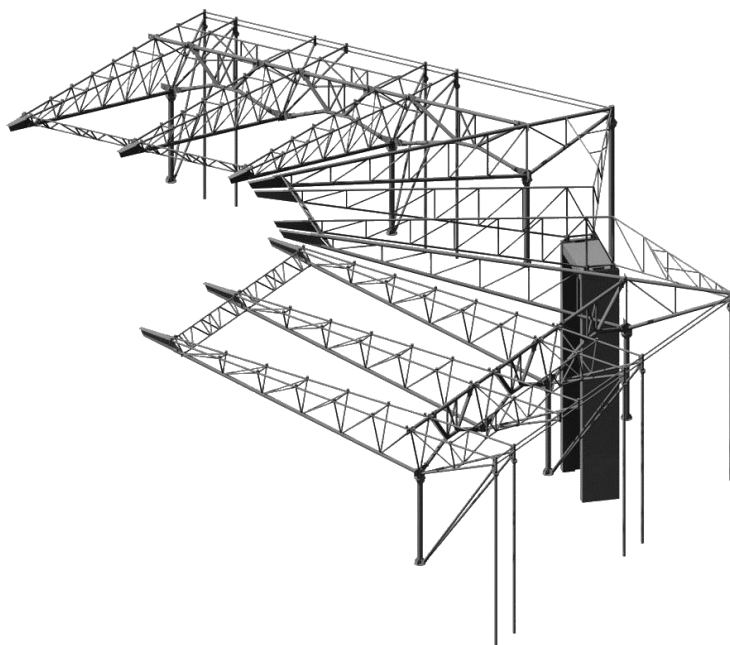
Na Rys.34 przedstawiono zależność $i=L/H$ w funkcji L . Wykres opracowano na podstawie najnowszych zaleceń, wynikających z analizy wielu zrealizowanych konstrukcji: [21] i [78].

W niniejszej pracy analizujemy struktury przestrzenne rozpięte na płaszczyźnie. Natomiast prętowe powłoki jedno- lub dwukrzywiznowe (ang. latticed structure) są najczęściej jednowarstwowe, ale bywają także dwuwarstwowe i są przedmiotem artykułu [43].

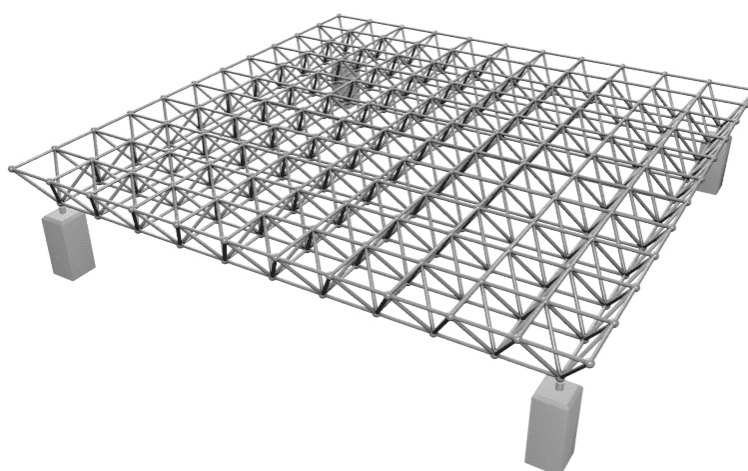


Rys.35. Płaskie dźwigary kratowe w układzie bikonstrukcyjnym

Najprostsze kratowe dźwigary przestrzenne powstają w wyniku połączenia dwóch równoległych kratownic płaskich uzupełnionych o skratowania w płaszczyznach pasów dolnych i górnych T1 oraz skratowania poprzeczne (przepony) T3. W rezultacie powstaje dźwigar czteropasowy, pokazany na Rys.35. Za najbliższego poprzednika oczek struktur przestrzennych należy wskazać piramidki prętowe utworzone w kratownicach trójpasowych. Na Rys.36 pokazano kratownice trójpasowe tworzące dźwigary przekrycia stadionu Korona w Kielcach.



Rys.36. Przekrycie stadionu KORONA w Kielcach. Naroże przekrycia wg projektu wykonawczego [25]

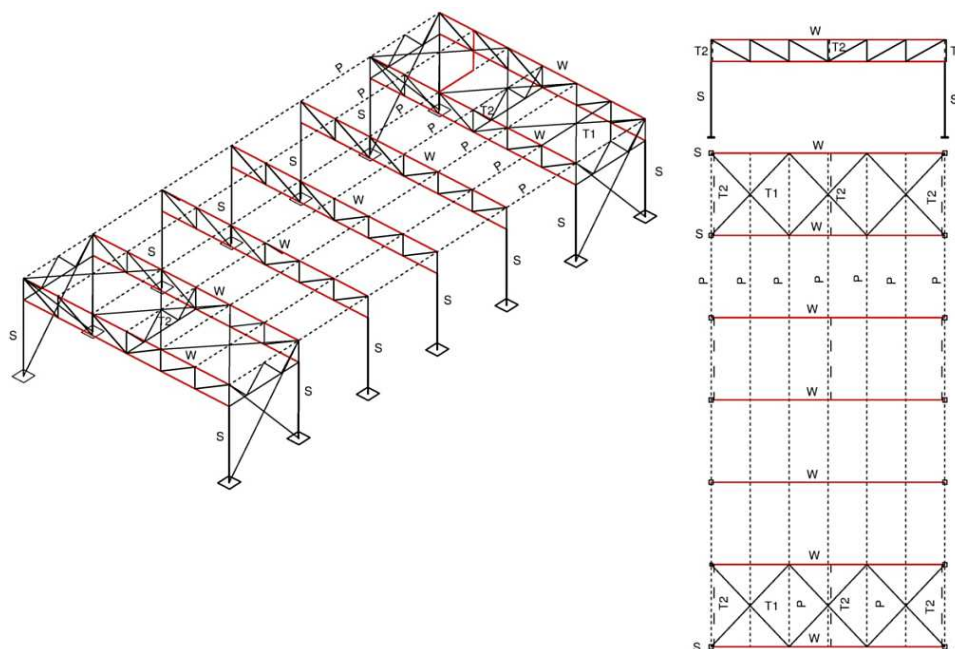


Rys.37. Trójwarstwowe przekrycie strukturalne [105]

Na Rys.37 pokazano najprostsze trójwarstwowe przekrycie strukturalne. Przekrycie rozpostarto nad kwadratową powierzchnią o bokach, stanowiących 11-to krotną wielokrotność modułu siatki strukturalnej i podparto w czterech narożach „materaca” w poziomie węzłów dolnych tworzących piramidki strukturalne.

4.2. Podstawowe idee

Koncepcję przekrycia strukturalnego najlepiej wyjaśnić na przykładzie ewolucji przekrycia od tradycyjnego układu wiązarowo-płatwiowego ze stężeniami poprzez ruszt kratowy ze szczątkowymi stężeniami, aż do przekrycia strukturalnego, w którym dodatkowo stężenia nie są wymagane. Na Rys.38 pokazano standardowe, klasyczne przekrycie płytowe P, z płaskimi układami poprzecznymi z ryglem kartowym W na słupach każdym module systemowym w linii ścian zewnętrznych. W układzie zastosowano minimalny system stężeń połączonych poprzecznych T1 oraz pionowych między wiązarami T2.

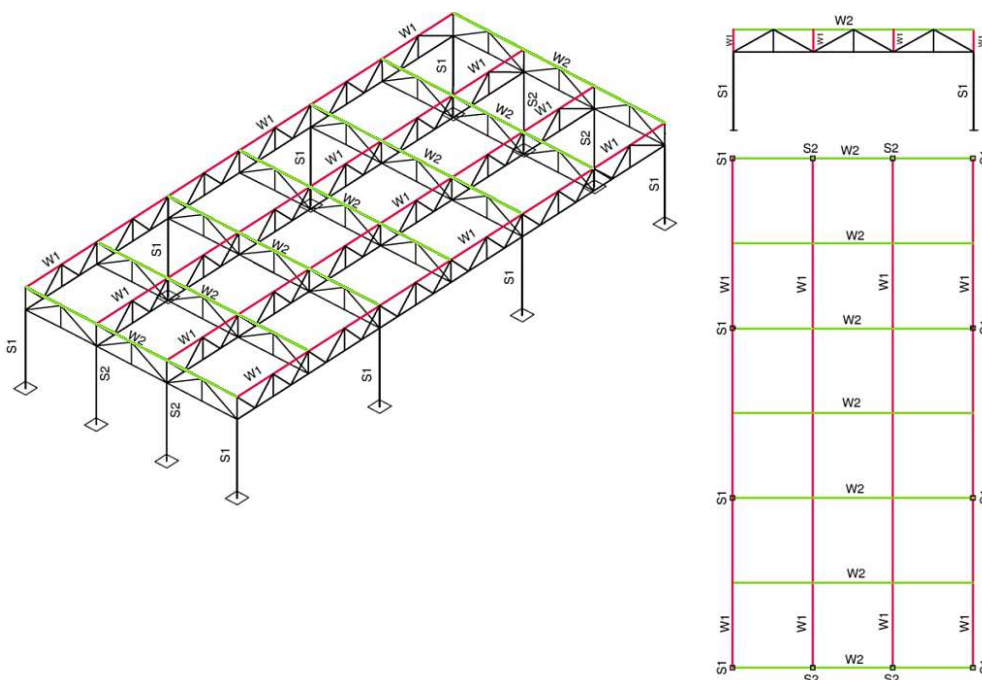


Rys.38. Przekrycie klasyczne płaskimi dźwigarami kratowymi

Ze względów funkcjonalnych bądź architektonicznych często nie można zastosować słupów S we wszystkich miejscach z Rys.38. Wówczas stosuje się podciąg W1 rozpięty na możliwych do zastosowania słupach S1, a wiązary W2 stawia się lub zawiesza na tych podciągach. W rezultacie powstaje ruszt kratowy pokazany na Rys.39, w którym nie ma potrzeby stosowania stężeń, a przede wszystkim stężeń pionowych między wiązarami, bo ich rolę pełnią wzajemnie przenikające się wiązary.

Przekrycia pokazane na Rys.38 i Rys.39 pokrywają taką samą powierzchnię, ale w układzie rusztowym zredukowano liczbę słupów prawie o połowę. Jednocześnie w ruszcie kratownicowym następuje wzajemna przestrzenna współpraca kratownic poprzecznych i podłużnych i w rezultacie tej współpracy (efektu przestrzennego) uzyskujemy

bardziej ekonomiczny projekt przekrycia. Kolejnym krokiem ewolucji przekryć hal jest zastąpienie wiązarów płaskich rusztu wiązarami trójpasowymi. W rezultacie otrzymamy właśnie przekrycie strukturalne, np. w kształcie pokazanym na Rys.37.



Rys.39. Przekrycie rusztem kratownicowym

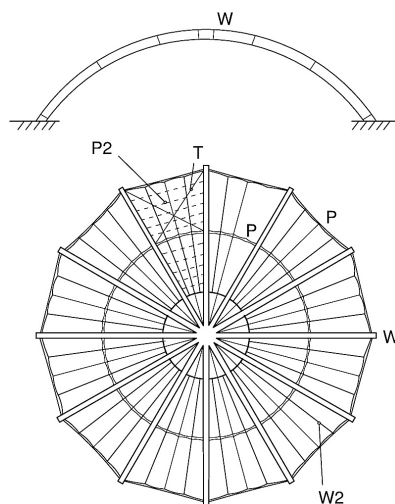
Podobne idee, które dotyczą konstrukcji płaskich, to znaczy ewolucja od systemu płaskich ram z płatwiami poprzez ruszt, aż do systemu strukturalnego, obserwuje się w przypadku przekryć zakrzywionych. Na Rys.40 i Rys.41 przedstawiono to na przykładzie kopuły sferycznej. Klasyczne prętowe przekrycie kopuły składa się z łuków nośnych (żebier) południkowych i opartych na nich płatwi w kierunku równoleżnikowym.

W przypadku układów klasycznych 2D (płaskich) (Rys.38 i Rys.40) występuje wyraźny podział na:

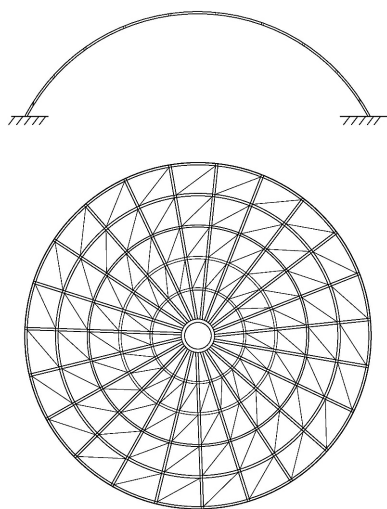
- główne elementy nośne: dźwigary lub łuki W, oraz W2;
- drugorzędne elementy nośne: płatwie lub pręty równoleżnikowe P oraz P2;
- pręty dodatkowe zapewniające stabilność płaskiego układu: stężenie lub wykratowania T.

Natomiast w przypadku układów 3D (przestrzennych), pokazanych na Rys.41 – elementy konstrukcyjne współpracują ze sobą i nie można wprost wskazać elementu głównego: nie ma też znaczenia stopień podparcia (lub utwierdzenia) jednego w drugim, a może drugiego w pierwszym – współcześnie analizy dokonywane są numerycznie i automatycznie uwzględniane są nawet skomplikowane powiązania pomiędzy elementami. Nie ma też znaczenia to, czy połączenia są przegubowe, czy też sztywne – paradoksalnie łatwiejsze są obliczenia komputerowe układów o węzłach sztywnych, bo połączenia przegubowe prowadzą do zwiększenia rozmiaru zadania. W kopule siatkowej (Rys.41) występuje współpraca prętów południkowych oraz równoleżnikowych z udziałem prętów przekątnych, leżących

na powierzchni zakrzywionej. W tym systemie integralnie wszystkie elementy są wymagane do stabilności układu.



Rys.40. Kopuła żebrowa z jasno wydzielonymi zadaniami elementów [78]



Rys.41. Przestrzenna kopuła prętowa (siatkowa) [78]

Różnicę między strukturami 2D a 3D można zrozumieć w drodze badania strumieni sił w prętach. W systemie 2D występuje wyraźna sekwencja przenoszenia sił z elementów drugorzędnych na elementy główne. Natomiast w systemie 3D takiej sekwencji nie można wskazać, bo wszystkie elementy przyczyniają się do przeniesienia obciążenia na fundamenty zależnie od swoich zdolności i mocy. Systemy 3D są bowiem najczęściej statycznie niewyznaczalne i zachowują się inteligentnie: elementy silniejsze i lepiej ustawione przejmują większe siły, a elementy słabsze lub odwrócone są odciażane i przejmują rodzaje sił stosownie do przygotowania.

4.3. Systemy przekryć rusztami kratownicowymi

Przekrycia rusztowe mają przewagę nad przekryciami strukturalnymi w prostocie konstruowania węzłów i montażu i dlatego zostały wdrożone w wielu systemach.

4.3.1. Systemu rusztowe francuskie

We Francji w latach siedemdziesiątych XX wieku opracowano i wdrożono wiele systemów rusztowych, zgodnie z [10]:

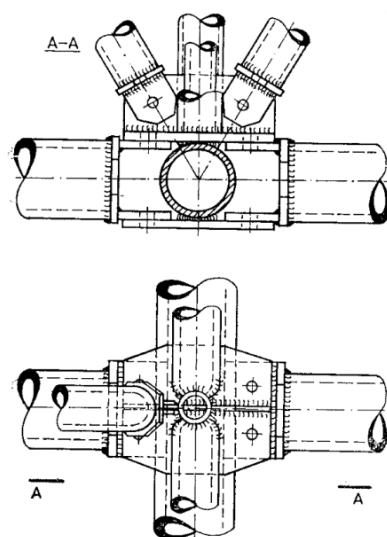
TOD (Treillis Orthogonal Dolléans). W systemie podstawowym elementem jest belka kratowa o stałej długości 2,40 m i wysokości 0,7 m. Pasy kratownic zaprojektowano z rur kwadratowych, a krzyżulce z rur kolistych o spłaszczonych końcówkach. W systemie wygenerowano technologiczne mimośrodowe połączenia czołowych między prefabrykatami.

MACE (Metropolitan Architectural Consortium for Education). Zastosowano system tylko z 36-sześciu różnych prefabrykatów z belek kratowych o wysokości 0,9 m. Pasy górne kratownic zaprojektowano z rur kwadratowych, pasy dolne z płaskowników, a krzyżulce z rur okrągłych.

CASH (Components et Assemblages Schwartz-Hautmont) przewidziano dla przekryć o niewielkich rozpiętościach. Kratownice składowe o długości 2,4 m i wysokości 0,5 m, w całości wykonane są z rur kwadratowych.

Petroff jest systemem rusztów o siatce ortogonalnej lub trójkątnej, wykorzystującym węzły podobne do systemu **Unibat**.

Tridimatec Jest jednym z pierwszych systemów rusztów do przekrywania średnich i dużych rozpiętości. System ten wiąże się z nazwiskiem Stefana Du Château, wielkiego polskiego Architekta, mieszkającego i tworzącego we Francji, pioniera w obszarze przestrzennych konstrukcji rurowych, który opatentował wiele węzłów: *Tridirectional SDC system* (1957), *Pyramitec* (1960), *Circotec* (1963), *Bacotec* (1965), *Tridimatec* (1965), *Unibat* (1968), *Spherobat* (1979), *Tridibalu i Flotalu* (1984), *Pyramibat* (1984), *Bamboutec* (1984), *Dodecavis* (1985).

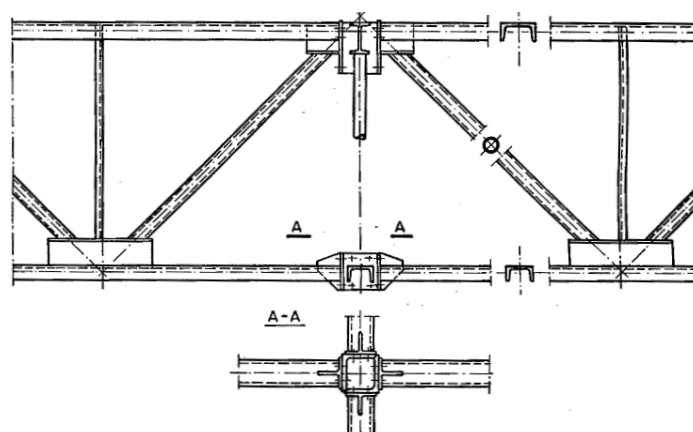


Rys.42. Detale rusztu ortogonalnego systemu Tridimatec [91]

Na Rys.42 pokazano cechy charakterystyczne rusztu ortogonalnego *Tridimatec* [91]: wszystkie pręty są wykonane z rur i łączone w węzłach w taki sposób, że pasy są w nich uciągane, a krzyżulce przyłączane nakładkowo.

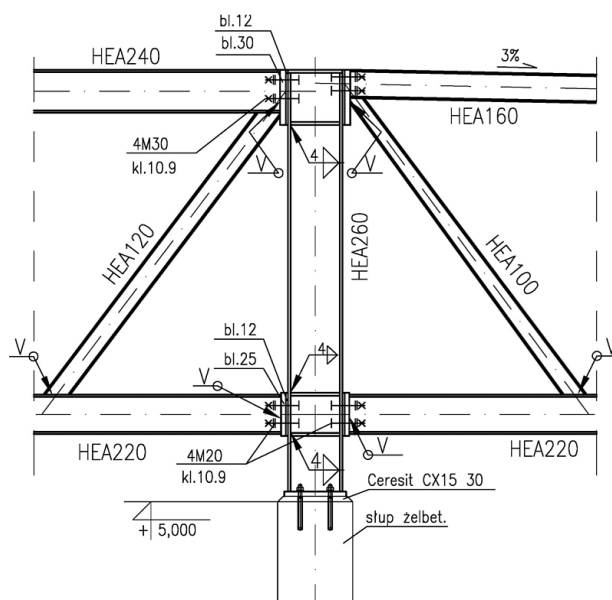
4.3.2. System „Mostostal”

System **Mostostal** został opracowany w Polsce w roku 1979. Na Rys.43 pokazano charakterystyczną konstrukcję kratownic i węzły rusztów systemu.



Rys.43. Kratownice rusztu Mostostal [11]

4.3.3. System Mitex

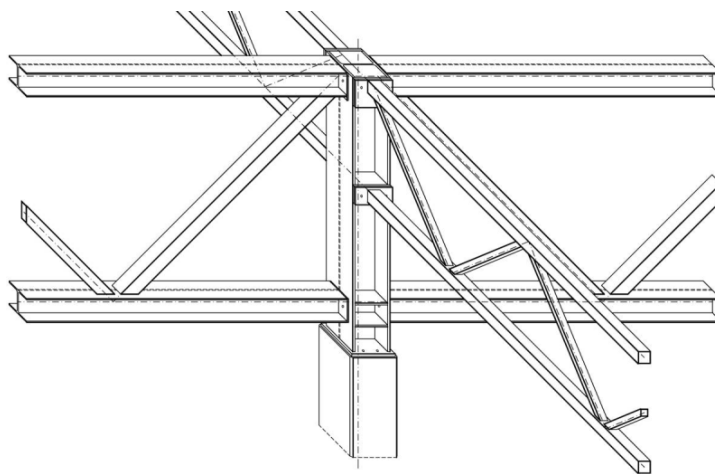


Rys.44. Detal podporowy S-P (Słup-Przekrycie) w systemie *Mitex* [22]

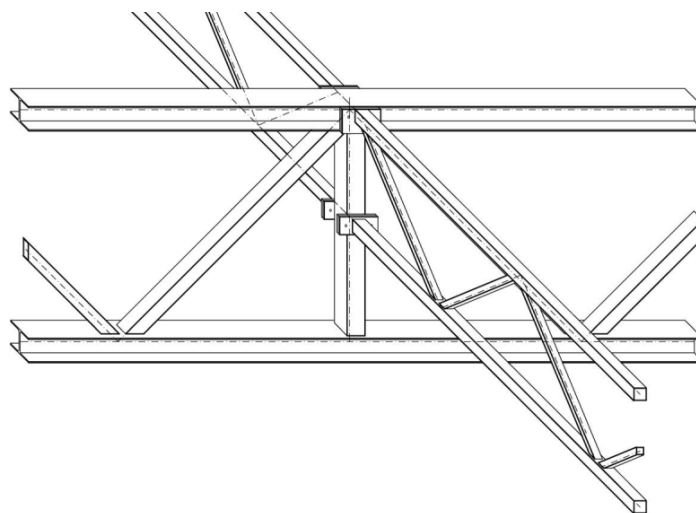
W pracy [22] opracowano system rusztów kratownicowych pod nazwą system **Mitex**. W tym systemie zrealizowano szereg przekryć hal wielkopowierzchniowych w Polsce. Realizacje w pierwszych latach stosowaniu systemu dotyczyły przekryć hal hipermarketów o powierzchni ponad 1 hektar każda w: Radomiu, Siemianowicach, Piotrkowie Trybunalskim, Jeleniej Górze, Świętochłowicach, Tarnowie, Płocku, Pile, Bełchatowie i Łomży.

Na Rys.44 pokazano sztandarowy detale systemu **Mitex**: węzeł podporowy na głowicy słupa żelbetowego. Jedną z podstawowych idei systemu jest zastosowanie słupów żelbetowych, a nie stalowych. Z analizy ekonomicznej wynika niezbicie, że słupy żelbetowe są prawie 5-krotnie bardziej ekonomiczne od słupów stalowych, a ponadto bardziej przyjazne ze względów funkcjonalnych.

Aksonometryczny widok węzła podporowego ze sposobem podłączania kratownic składowych przedstawia Rys.45 i Rys.46.

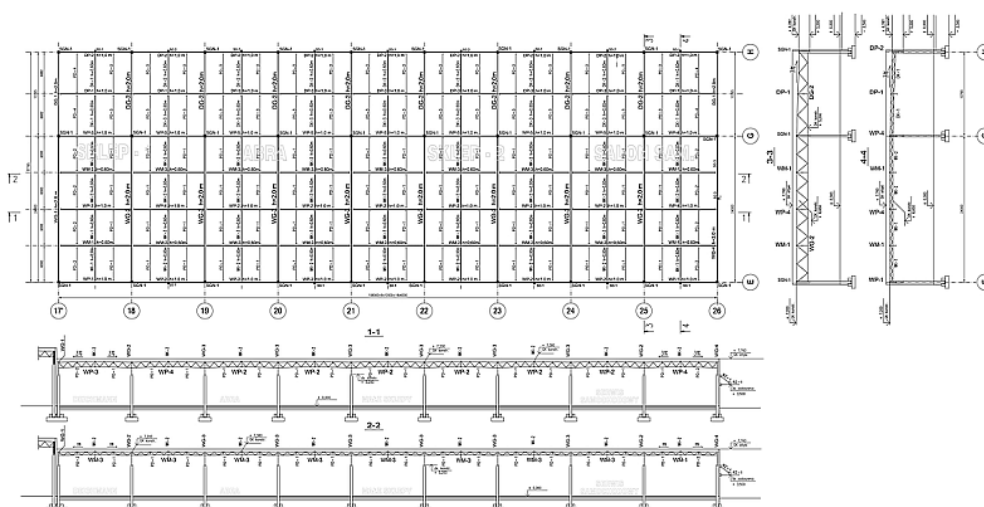


Rys.45. Aksonometria węzła podporowego systemu **Mitex** [22]



Rys.46. Aksonometryczny widok połączenia wiązarów P-P w systemie **Mitex** [22]

Na Rys.47 pokazano fragment rysunku zestawczego i zasadnicze przekroje przez przekrycie typu *Mitex* hali w Tarnowie. Pokazany fragment przekrycia ma wymiary 108×37,8 m. Przekrycie jest oparte na siatce słupów 12×24+12×13,8 m i złożone z przenikających się wiązarów o różnych wysokościach: h=2,0m (dla L=24 m); h=1,0 m (dla L=12 m); h=0,6 m (w polach o wymiarach 12x12m, objętych wiązarami głównymi). Pomędzy dźwigarami drugorzędowymi dano płatwie walcowane IPE (od IPE 140 do 220 zależnie od strefy obciążenia śniegiem i innych uwarunkowań), lub płatwiami z kształtowników giętych na zimno, co umożliwiło zastosowanie blachy dachowej o optymalnej wysokości fałdy dla jednej długości przeszła 6m.



Rys.47. Fragment przekrycia hali ECHO Tarnów w systemie *Mitex* [24]



Rys.48. Przekrycie rusztem w systemie *Mitex* kompleksu *CERSANIT* w Wałbrzychu [23]

Na Rys.48 pokazano fotografię fragmentu przekrycia dużego kompleksu przemysłowego CERSANIT w Wałbrzychu o powierzchni ok 2 hektarów, zrealizowanego w systemie Mitex. Projekt został opracowany w latach 1999/2000 [23], a fabryka wybudowana w roku 2001 i w kolejnych latach rozbudowywana o dalsze obiekty z przekryciami również w tym samym systemie.

4.3.4. Przekrycia strukturalne – efekt kopuły

Przekrycie strukturalne może być w ogólności utworzone na płaskiej lub zakrzywionej powierzchni. W przypadku przekryć na powierzchni płaskiej powinno ono przenosić przede wszystkim zginanie i dla tego typu przekryć właściwe jest zastosowanie wielowarstwowej konstrukcji, np. takiej, jaką pokazano na Rys.37, w której warstwy zewnętrzne (pasy górne i dolne) przenoszą siły pochodzące od zginania, a warstwa środkowa (krzyżulce) przenosi ścinanie. W przypadku przekryć rozpiętych na powierzchni zakrzywionej zaznacza się efekt kopuły (membrany), w której przeważają siły błonowe (a nie zgięciowe) i wówczas przekrycie przenosi przede wszystkim siły rozciągające i ściskające.

Systemy przekryć strukturalnych na zakrzywionej powierzchni mogą mieć mniejszą wysokość konstrukcyjną od opisanej w pkt.4.2 i na Rys.34. Można mianowicie wstępnie przyjąć, że wyznaczony, zgodnie z 34 wskaźnik $i(=L/H)$, dotyczy wysokości H , na którą składa się wysokość płaskiego przekrycia (odległość pomiędzy pasami kratownicy), powiększona o strzałkę wygięcia powierzchni pasów dolnych przekrycia na długości L . Tę zasadę nazywamy **efektem kopuły**.

4.4. Rozwiązanie systemowe przekryć strukturalnych

Pod koniec lat 40. i na początku lat 50. XX w. pojawiło się na świecie wiele pionierskich systemów struktur przestrzennych, takich jak niemiecki system **Mero** (1942), angielski system **Space Deck** (1954), kanadyjski system **Triodetic** (1955), amerykański system **Unistrut** (1955). W Tablica.2 zestawiono powszechnie używane systemowe rozwiązania, podlegające ochronie patentowej.

Tablica.2. Powszechnie używane systemowe rozwiązania podlegające ochronie patentowej

System	Kraj Wynalazca	Okres rozwoju	Materiał Łączniki
1	2	3	4
Mero	Niemcy	1940-1950	Stal Aluminium Śruby
Space Deck	Wielka Brytania	1950-1960	Stal Aluminium Śruby
Triodetic	Kanada	1950-1960	Stal Aluminium Zatrzaski: pręt wciskany w pierścień węzła
Unistrut (Moduspan)	USA	1950-1960	Stal Śruby
Oktaplatte	Niemcy	1950-1960	Stal Spawanie
Unibat	Francja	1960-1970	Stal Śruby

cd. Tablica.2 – Powszechnie używane systemowe rozwiązania podlegające ochronie patentowej

1	2	3	4
Nodus	Wielka Brytania	1960-1970	Stal Śruby i sworznie (szpilki)
NS	Japonia	1970-1980	Stal śruby
Zachód	Polska	1970-1980	Stal śruby
ZK	Polska Kowal Z.	1974	Stal Węzły tłoczone
Berlin	NRD (obecnie Niemcy)	1970	Stal śruby
ПСПК (Кисловодск)	Rosja	1969	Stal śruby

4.4.1. Topologia struktur trójwarstwowych

Ze względu na ułożenie pasów struktur wyróżnia się układy:

- dwudrożne – dwukierunkowe (**2K**), w których pasy są ułożone wzdłuż dwóch dominujących kierunków, najczęściej prostopadłych do siebie;
- trójdrożne – trójkierunkowe (**3K**), w których pasy są ułożone w trzech dominujących kierunkach, najczęściej wzdłuż boków trójkąta umiarowego;
- wielodrożne – wielokierunkowe (**XK**), w których pasy są ułożone w kilku (sześciu, ośmiu) kierunkach.

W konfiguracji **2K** występują dwie podstawowe siatki:

- ortogonalna (**O**),
- diagonalna (**D**).

W układach **3K** i **XK** spotyka się siatki:

- trójkątne (**T**),
- heksagonalne (**H**),
- złożone (**TH**).

W konfiguracji siatek prostokątnych wyróżnia się cztery układy: **O-O**, **O-D**, **D-O**, **D-D**, gdzie pierwsza litera oznacza warstwę górną, druga po kresce – warstwę dolną.

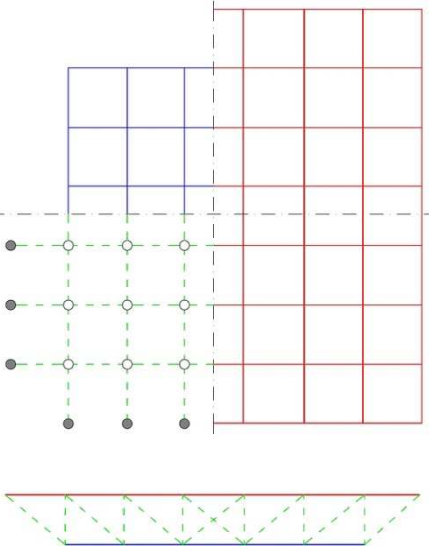
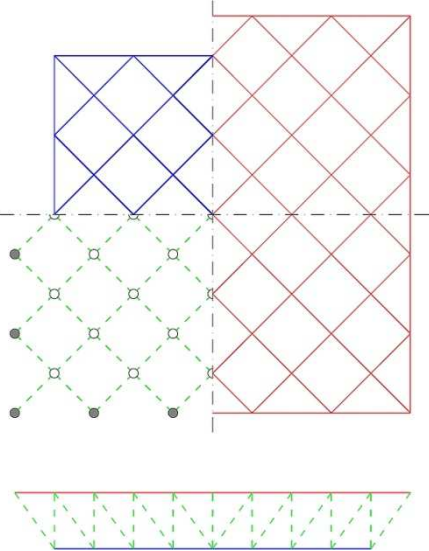
Na przykład **O-D** oznacza układ, w którym warstwa górna jest ortogonalna (pasy równoległe do boków przekrycia i wzajemnie prostopadłe), a warstwa dolna jest diagonalna (tzn. obrócona o kąt 45°) w stosunku do warstwy górnej.

Oprócz siatek podstawowych stosuje się także siatki pochodne, rozrzedzone (subsiatki), w których eliminuje się niektóre pręty warstwy dolnej, a także część krzyżulców.

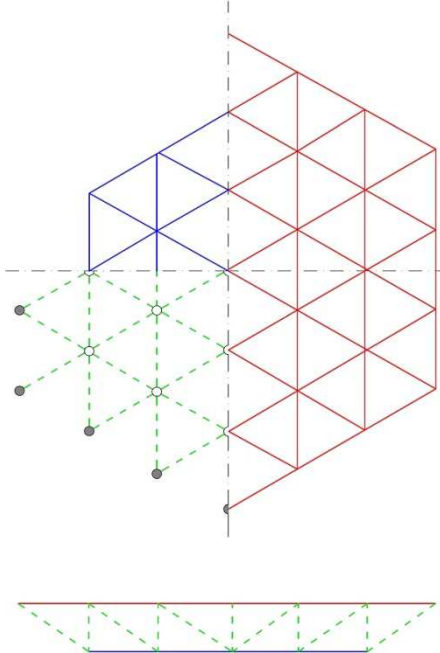
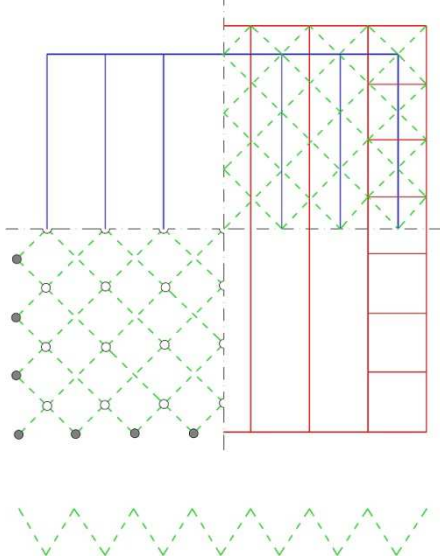
W konfiguracji siatek trójkątnych stosuje się układy: **T-T**, **H-T**, **TH-H** i inne kombinacje.

Typy siatek prętów struktur trójwarstwowych zestawiono w Tablica.3. Na szkicach zastosowano następujące oznaczenia: warstwa górna (pas górny) oznaczona jest liniami czerwonymi, warstwa środkowa (krzyżulce) oznaczona jest przerywanymi liniami zielonymi, warstwa dolna (pas dolny) oznaczona jest liniami niebieskimi. Zacienionymi kółkami oznaczono wybrane węzły górne, czarnymi okręgami – wybrane węzły dolne.

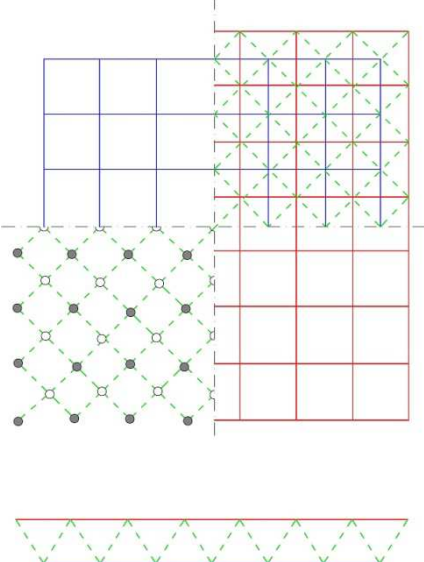
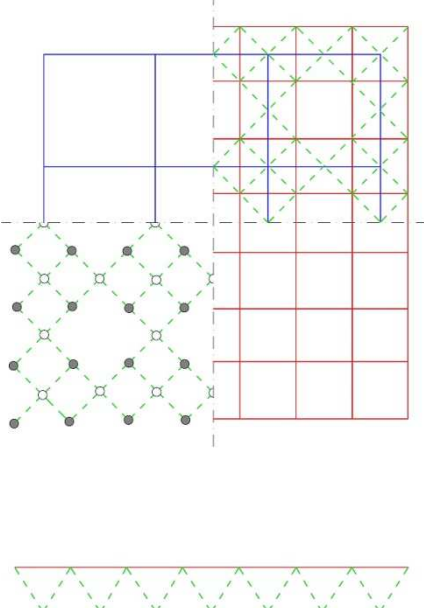
Tablica.3. Topologia (konfiguracja) struktur trójwarstwowych (opracowano na podstawie [78])

Nazwa	Opis	Szkic
1	2	3
Grupa 1: Złożone z kratownic (ruszty kratownicowe – pkt.4.3)		
ruszt 2K, O-O ruszt dwukierunkowy, ortogonalny	Ten typ rusztu kratowniczowego ma zaletę prostoty węzłów. Ze względu na niską odporność na skręcanie, zwykle stosuje się stężenia połaciowe.	
ruszt 2K, D-D ruszt dwukierunkowy, diagonalny	Układ sieci jest dokładnie taki sam jak wyżej, z tym, że jest obrócona o 45° w stosunku do krawędzi. Kratownice mają różne przęsła w dwóch kierunkach, ale uzyskuje się lepszą pracę przestrzenną.	

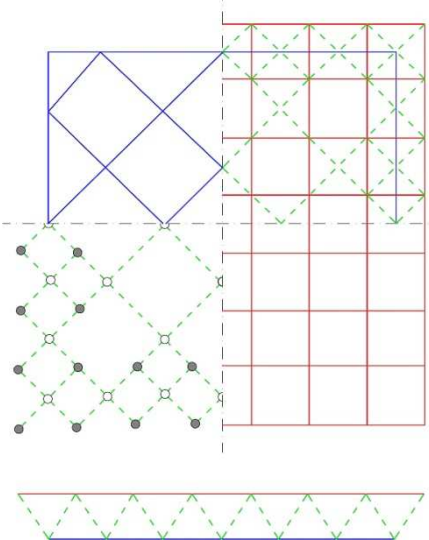
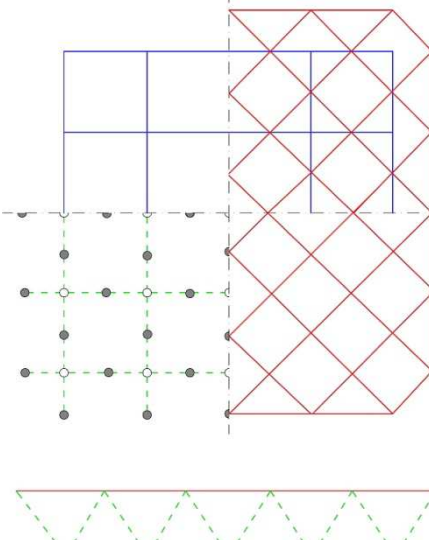
cd. Tablica.3 – Topologia (konfiguracja) struktur trójwarstwowych (opracowano na podstawie [78])

1	2	3
ruszt 3K ruszt trójkierunkowy	Pasy tworzą siatkę trójkątów równobocznych. Ruszt jest sztywny i można go dostosować do dziwnych kształtów w planie zarówno okręgu jak i sześciokąta. Węzły są dość skomplikowane ze względu na dużą liczbę prętów zbiegających się w jednym punkcie (do 13-tu prętów w skrajnych przypadkach).	
ruszt 1K ruszt jednokierunkowy	Składa się on z szeregu wzajemnie nachylonych kratownic, tworząc złożone kształty. Można wyznaczyć kierunek dominujący. Niezbędne są stężenia połączeniowe (poziome), zwiększające integralną sztywność.	

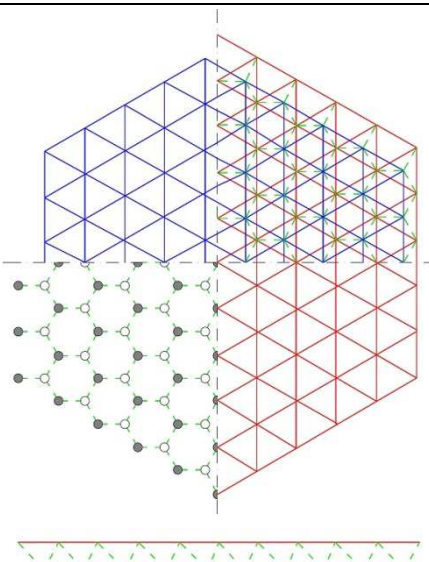
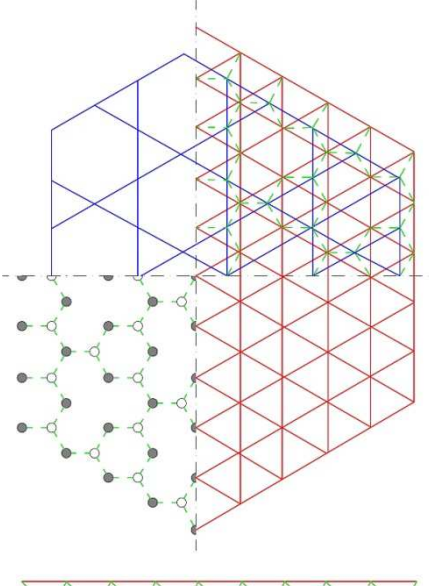
cd. Tablica.3 – Topologia (konfiguracja) struktur trójwarstwowych (opracowano na podstawie [78])

1	2	3
Grupa 2: Złożone z piramidek o podstawie kwadratowej (ośmiościanów, ang. octahedrons)		
piramidki 2K, O-O Ortogonalna siatka piramid; (Kwadrat przesunięty o kwadrat) [ang. square on square offset]	Jedna z najczęściej używanych konfiguracji struktur. Geometria górnej warstwy jest odwzorowana w dolną warstwę z przesunięciem o moduł. Długości prętów górnej i dolnej warstwy są jednakowe. Krzyżulce są najczęściej umieszczone pod kątem 45° do diagonali oczka, tej samej długości. Większość systemów "kwadrat przesunięty o kwadrat" jest objęta patentami. Struktura (K-K) jest montowana w bocznym systemie montażowym.	
piramidki 2K, O-P-O Ortogonalna siatka piramid z wewnętrzną pustką; (Kwadrat przesunięty o kwadrat z wewnętrzną pustką) [ang. square on square offset with internal openings; square on larger square]	Konfiguracja (K-P-K) jest podobna do (K-K), ale środkowe piramidy są usuwane, tworząc większe kraty dolnej warstwy. Modyfikacja ta zmniejsza całkowitą ilość elementów, a tym samym zmniejsza ciężar struktury. Konfiguracja (K-P-K) daje ciekawe efekty architektoniczne, a także umożliwia zamontowania świetlików w przekroju. Należy zwrócić uwagę, że bez dodatkowych nakładów, np. sztywnych belek obwodowych wokół segmentów przekrycia, system jest geometrycznie zmienny.	

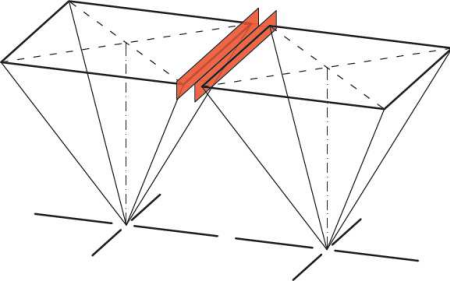
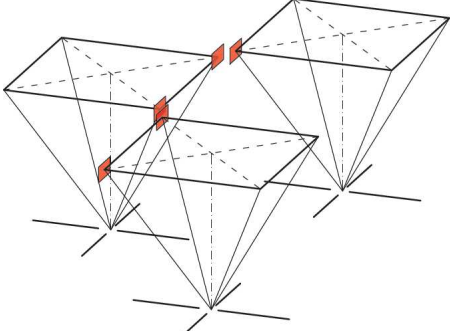
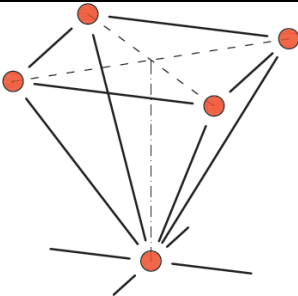
cd. Tablica.3 – Topologia (konfiguracja) struktur trójwarstwowych (opracowano na podstawie [78])

1	2	3
piramidki 2K, O-D Diagonalne piramidki (Kwadrat na diagonalu (przekątnej)) [ang. differential square pyramid; square on diagonal]	Konfiguracja K-D polega na obróceniu warstwy dolnej w stosunku do górnej o kąt 45°. Takie ułożenie skutecznie zwiększa sztywność skrętną struktury. Jest to jedna z najbardziej wydajnych konfiguracji z warunkiem przenoszenia sił ściskających przez krótsze pręty warstwy górnej i rozciągających przez dłuższe pręty warstwy dolnej. Nawet po usunięciu dużej liczby piramidek, układ pozostaje strukturalnie stabilny i jest przyjemny estetycznie (architektonicznie)	
piramidki 2K, D-P-O Diagonalne piramidki (Kwadrat na diagonalu (przekątnej)) [ang. Diagonal square pyramid; diagonal square on square with internal openings; diagonal on square]	Konfiguracja K-P-D jest odwrotną konfiguracją K-D. Składa się z piramidek z kwadratową podstawą połączonych w wierzchołkach, z mniejszą liczbą elementów przecinających się w krytycznych węzłach (maksymalnie sześć prętów w górnym węźle i osiem elementów w dolnym węźle).	

cd. Tablica.3 – Topologia (konfiguracja) struktur trójwarstwowych (opracowano na podstawie [78])

1	2	3
Grupa 3: Złożone z piramidek o podstawie trójkątnej (czworościanów, ang. tetrahedrons)		
piramidki 3K, T-T siatka piramid trójkątnych; (Trójkąt przesunięty o trójkąt) [ang. triangular pyramid; triangle on triangle offset]	T-T: Konfiguracja trójkątnych piramid, stosowana w montażowym systemie czołowym. Tworzy wzór na górnej warstwie i jest przesunięta na trójkątnej sieci warstwy dolnej. Jeśli głębokość siatek przestrzennych jest równa $(2/3)^{-1/2}$ przekątnej, to wszystkie krzyżulce mają taką samą długość.	
piramidki 3K, T-P-T siatka piramid trójkątnych z wewnętrzną pustką; [ang. triangular pyramid with openings; triangle on triangle offset with internal openings]	T-P-T: W konfiguracji T-T wybrane wewnętrzne piramidki są usunięte. Trójkątny wzór jest tworzony na górnej warstwie, a sześciokątny w dolnej warstwie. Wzór w dolnej warstwie może być zróżnicowany zależnie od sposobu usuwania piramidek. W tym typie konfiguracji można stworzyć wrażenie otwartej przestrzeni lub też kontrast wzorów.	

Tablica.4. Systemy montażowe struktur przestrzennych

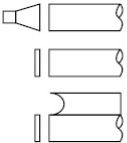
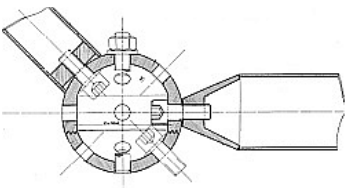
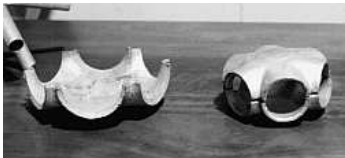
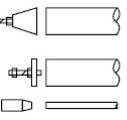
Nazwa	Opis	Szkic
1	2	3
Piramidowy boczny	Połączenia pomiędzy piramidkami realizuje się na bokach piramid (górnych pasach), uzyskując w rezultacie profil bliskogałęziowy. Taki system stosuje się w układzie ortogonalnym (O)	
Piramidowy czołowy	Połączenia pomiędzy piramidkami realizuje się w wierzchołkach.	
Prętowy	Stosowany w przypadku, gdy elementy wysłkowe piramidki są zbyt duże do transportu (wysokość lub szerokość przekracza skrajnie samochodową, najczęściej 2400 mm)	

4.4.2. Konstrukcja węzłów

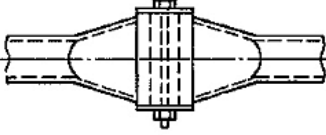
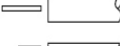
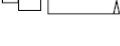
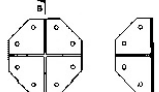
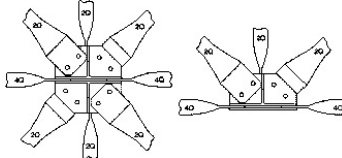
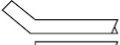
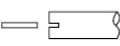
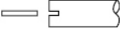
Rozwiązania systemowe znamienne są konstrukcją węzłów. W Tablica.5 zestawiono opatentowane węzły przekryć strukturalnych. Tabelę opracowano w drodze uzupełnienia wykazu podanego pracy [54] o systemy opracowane w Polsce. W tabeli podano szczegółową klasyfikację rozwiązań systemowych. Wybór „najlepszego” systemu jest uzależniony od szeregu parametrów przekrycia i ostatecznie powinien być pozostawiony do świadomego wyboru projektanta po uwzględnieniu przede wszystkim aspektów ekonomicznych i architektonicznych. W zasadzie nie jest możliwa budowa bazy danych przeznaczona do automatycznego wyboru systemu przez komputer. Charakterystyczne dla wszystkich systemów jest to, że końcówki prętów są obrobione i przystosowane (do spawania, spłaszczone, wygięte itd.), a większość systemów jest przystosowana do skręcania na budowie (z wyjątkiem SDC

i **Oktaplatte**). Ponadto w większości stosowane są węzły kulowe lub walcowe, a w celu oparcia płatwi lub przegród kurtynowych (podkonstrukcji) należy pasy wyposażać w stołki.

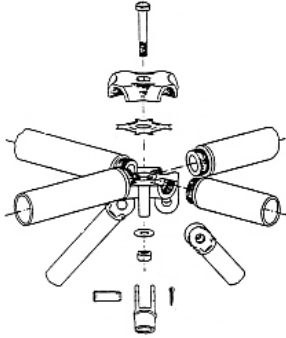
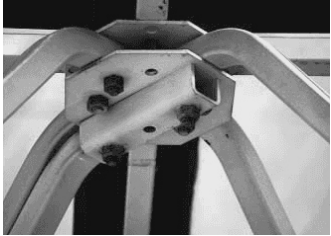
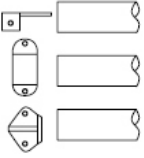
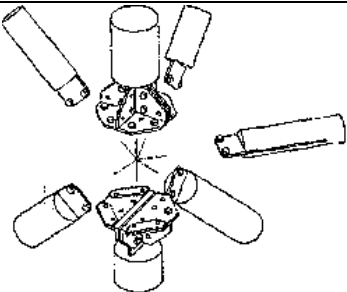
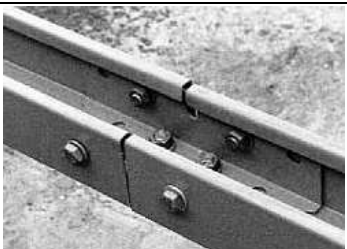
Tablica.5. Typy węzłów strukturalnych (na podstawie [54] – uzupełnione)

Typ węzła	Rodzaj w typie	Łącznik element przekrój	Systemy	Przykład systemu
1	2	3	4	5
Kula	 nacięta		Spherobot, Francja NS space trusses, Japonia; Tubal, Holandia; Orbik, Wielka Brytania NS space trusses, Japonia; Tubal Holandia, Orbik, Wielka Brytania	 Spherobot [Du Chateau(1979)]
Kula	 nacięta		SDC, Francja	 SDC [Du Chateau(1957)]
Kula	 nacięta		Vestrut, Włochy	 Vestrut [Ventrella E. (1980)]
Kula	 zwarta		Mero KK, Niemcy; Montal, Niemcy; Uzary, Wochy; Zublin, Niemcy Steve Baer, USA; • Van Tiel, Holandia; KT space truss, Japonia MeroMT, Niemcy	(U)  Mero KK [Mengerighausen (1942)]

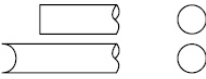
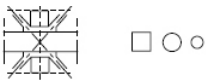
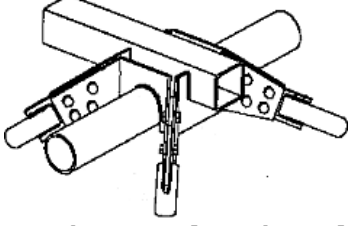
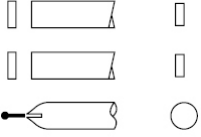
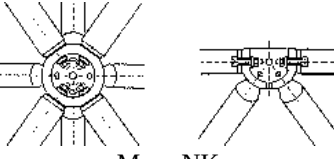
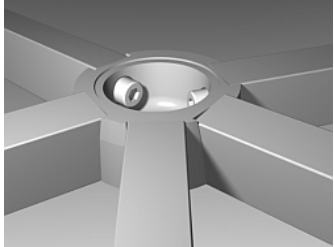
cd. Tablica.5 – Typy węzłów strukturalnych (na podstawie [54] – uzupełnione)

1	2	3	4	5
Cylinder			Triodetic, Kanada Nameless, Niemcy	  Triodetic [Fentiman A. (1964)]
Cylinder		  	Octatube Plus, Holandia; Nameless, Singapur Pieter Huybers, Holandia Nameless system, Wielka Brytania	   Octatube [Eekhout (1984)]
Dysk		 	Palc, Hiszpania Power strut, USA Pieter Huybers, Holandia	 Pieter Huybers, Dome Structures (1986)
Dysk		 	Boyd Auger, USA; Octatube, Holandia Piramodul large span, Holandia	 Gyrotron (Expo'67) [Boyd Auger (1967)]

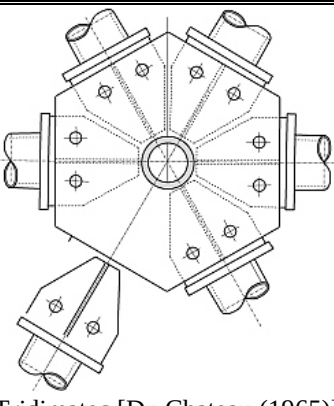
cd. Tablica.5 – Typy węzłów strukturalnych (na podstawie [54] – uzupełnione)

1	2	3	4	5
Dysk		 	Nodus, Wielka Brytania	 Nodusm [British Steel Corporation (1972)]
Dysk			Moduspan (Unistrut), USA; Space-frame system VI (Unistrut), USA	 Unistrut (1955)
Dysk	Końcówki elementu	   	Pieter Huybers, Holandia Pierce, USA Buckminster Fuller	 Observation Tower Apeldoorn [Pieter Huybers (1995)]
	Wyciąganie i wyginanie	  	Radial, Australia Harley, Australia	 Harley System 80 [Kennington Ford (1991)]

cd. Tablica.5 – Typy węzłów strukturalnych (na podstawie [54] – uzupełnione)

1	2	3	4	5
Forma	Formowanie		Buckminster Fuller Nonadome, Holandia	 (U) Tent-type geodesic dome [Buckminster Fuller, Vitra - Rhein, Germany (2006)]
	nacięta		Oktaplatte, Niemcy WHSJ, Chiny	 Oktaplatte [Fröhlich J. (1959)]
Dodatkowe	Płyty		Mai Sky, USA	 Mai Sky System [Mai Sky Inc.]
Dodatkowe			Mero BK i ZK, Niemcy Mero NK, Niemcy Satterwhite, USA	 Mero NK
Pryzma			Montal, Niemcy Mero BK, Niemcy	 Mero BK

cd. Tablica.5 – Typy węzłów strukturalnych (na podstawie [54] – uzupełnione)

1	2	3	4	5
Pryzma			Tridimatec, Francja	 Tridimatec [Du Chateau (1965)]

4.4.3. Wybrane węzły przekryć strukturalnych

4.4.3.1. Węzeł MERO

Wprowadzony ponad 70. lat temu przez dr Mengerlinghausen węzeł MERO (Rys.49) jest używany do dzisiaj. Jego zasadniczą częścią jest lita, stalowa kula tłoczona na gorąco z płaskimi ściankami i gwintowanymi otworami. Do otworów są mocowane rurowe pręty, zamknięte odkuwkami stalowymi spawanymi w kształcie stożka, w których umieszczono sześciokątne śruby łączące. W węźle może zbiegać się do 18 prętów bez mimośrodów. Produkowane są węzły o średnicy od 46,5 do 350 mm, a odpowiadające śruby mają rozmiar M12 do M64 z maksymalną nośnością 1413 KN.

Typowa piramidka systemu Mero jest pół ośmiościanem, w którym pasy i krzyżulce mają taką samą długość a . Wysokość piramidki wynosi $a\sqrt{2}$, a kąt pomiędzy pasem i krzyżulcem wynosi $54,7^\circ$. Węzeł Mero ma tę zaletę, że osie wszystkich prętów przechodzą przez środek węzła, co eliminuje siły od mimośrodów oraz momenty zginające pręty. Siły osiowe są przenoszone wzdłuż osi podłużnej śruby. Sworzeń blokujący (dowel pin) ma średnicę od 6 do 9 mm. Średnica węzła stali może być określona z formuły (oznaczenia wg Rys.49) i pracy [78]:

$$D \geq \sqrt{\left(\frac{d_2}{\sin \Theta} + d_1 \operatorname{ctg} \Theta + 2\zeta d_1\right)^2 + \eta d_1^2} \quad (3)$$

W celu spełnienia wymagań powierzchni łączącej tulei, średnica węzła powinna być sprawdzona następującym równaniem:

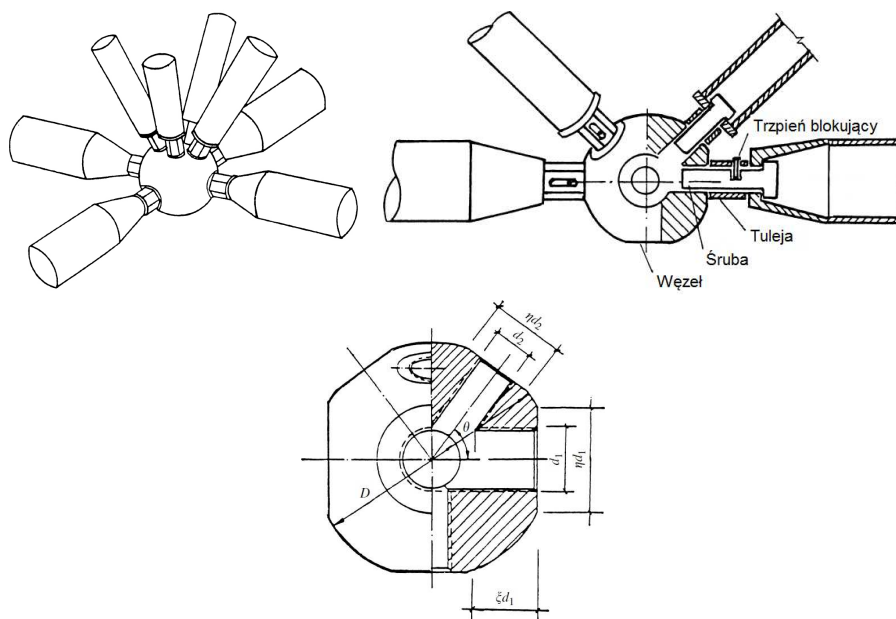
$$D \geq \sqrt{\left(\frac{\eta d_2}{\sin \Theta} + \eta d_1 \operatorname{ctg} \Theta\right)^2 + \eta d_1^2} \quad (4)$$

gdzie:

D - średnica kuli stalowej;

θ - mniejszy kąt przecięcia pomiędzy dwiema śrubami;
 d_1 i d_2 – średnice śrub;
 ξ - stosunek długości śruby wkręconej do węzła kulowego i średnicy śruby;
 η - stosunek odpowiadającej części węzła do średnicy śruby.
 Najczęściej: $\xi=1,1$, $\eta= 1.8$.

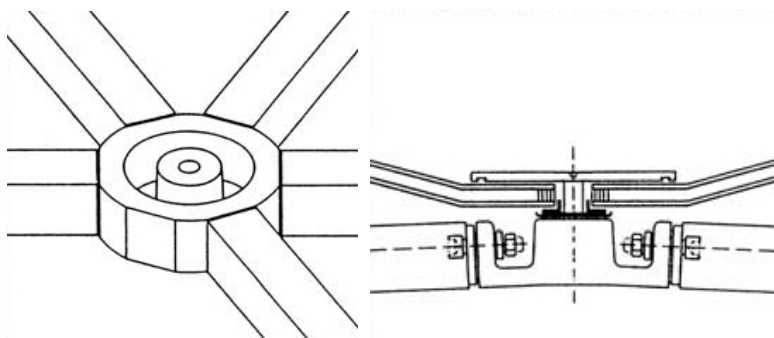
Średnica D jest większą z obliczonych wartości.



Rys.49. Węzeł MERO. Widok perspektywiczny, przekrój i wymiary węzła sferycznego [78]

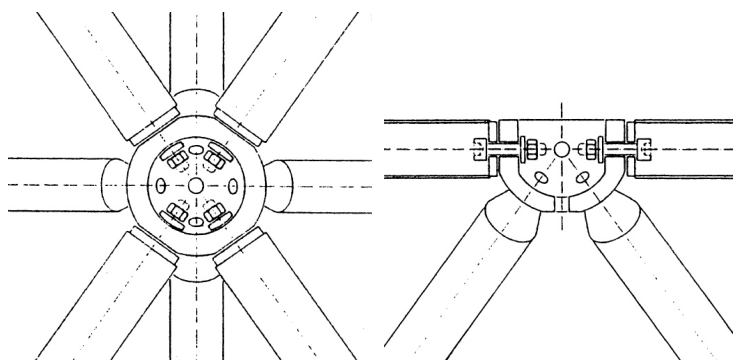
Złącze Mero zostało pierwotnie opracowane dla płaskich struktur trójwarstwowych, ale ze względu na rosnącą popularność pokryć, skonstruowano nowe systemy o nazwie Mero Plus. W tych systemach stosuje się pręty z rur okrągłych lub kwadratowych. Złącze przenosi siły tnące, skręcanie i w szczególnych przypadkach również zginanie. W systemie Mero Plus produkowane są cztery rodzaje węzłów, a mianowicie:

- Dysk (rodzaj TK) – Rys.50,
- Miska (rodzaj NK) – Rys.51;
- Cylinder Node (rodzaj ZK) - Rys.52;
- Blok (rodzaj BK) – Rys.53.



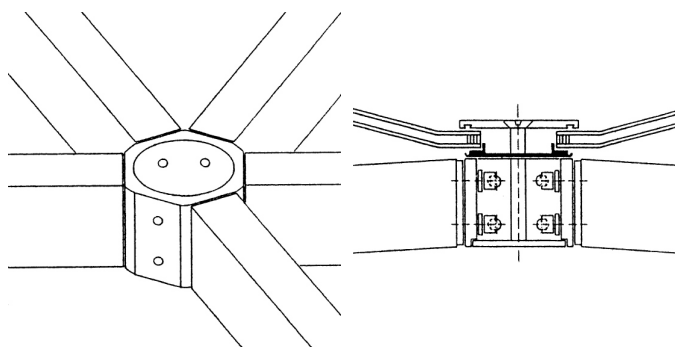
Rys.50. Węzeł Mero Plus – TK

Węzeł rodzaju TK ma kształt pierścienia, w którym za pomocą pojedynczych śrub można łączyć 5 do 10 prętów z rur okrągłych, kwadratowych lub prostokątnych.



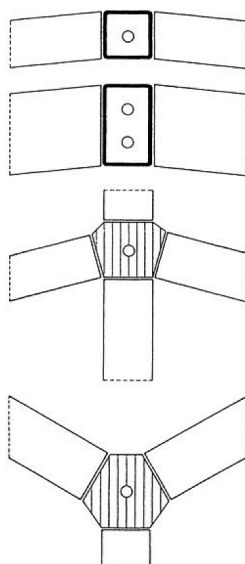
Rys.51. Węzeł Mero Plus – NK

Węzeł rodzaju NK jest półkolistą miską, w której łączą się pręty pasów i krzyżulców za pośrednictwem pojedynczych śrub. Węzeł może przenosić ścinanie. Węzły NK używane są do płaskich trójwarstwowych i zakrzywionych powierzchni, a w szczególności do budynków o nieregularnym planie lub w kształcie piramidy.



Rys.52. Węzeł Mero Plus – ZK

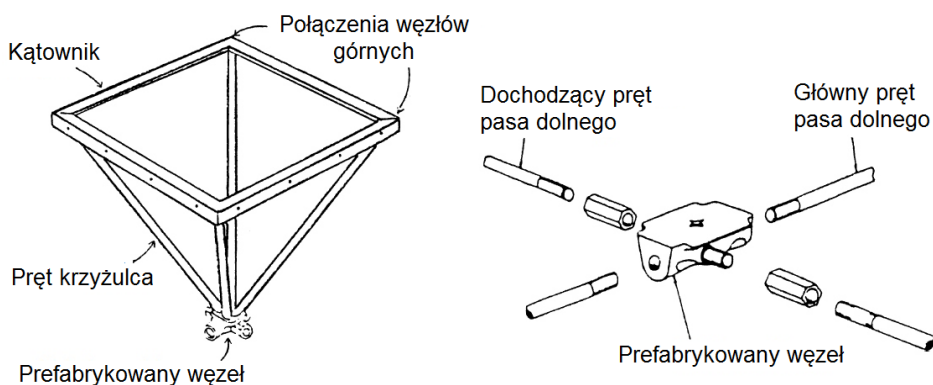
Węzeł rodzaju Mero ZK to cylindrowy węzeł do sztywnych połączeń (przenosi zginanie). Zazwyczaj węzeł może łączyć się od 5 do 10 kwadratowych lub prostokątnych prętów, które mogą przyjmować poprzeczne obciążenie. Węzły cylindrowe są wykorzystywane do powierzchni pojedynczo lub podwójnie zakrzywionych i wszędzie tam, gdzie wymagane są zginane połączenia sztywne.



Rys.53. Węzeł Mero Plus – BK

Węzeł rodzaju BK to blokowy albo w kształcie graniastosłupa węzeł do łączenia prętów pod kątem o przekrojach kwadratowych lub prostokątnych od 70 do 120°. Stosuje się do powierzchni jedno- lub dwu-krzywiznowych, do połączeń przegubowych lub sztywnych, o małej liczbie prętów prostej geometrii i małych wymiarach przekrycia.

4.4.3.2. System Space Deck

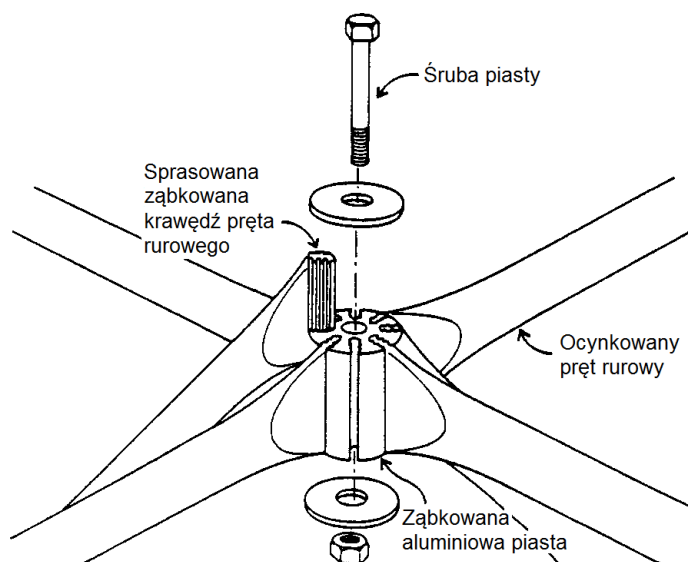


Rys.54. System Space Deck

Angielski system Space Deck pokazano na Rys.54. Wykorzystuje on prefabrykaty w postaci piramid, w których cztery krzyżulce są wspawane w naroża ramki utworzonej przez pasy przestrzeni. Piramidki są składane w piramidalnym systemie bocznym poprzez skręcenie pasów górnych. Pasy dolne są przykręcane do wierzchołków piramid. W systemie można osiągnąć niewielkie krzywizny pokrycia poprzez zmiany długości i sprężenie prętów dolnych. System Space Deck jest zazwyczaj używany dla budynków o rozpiętości do 40 m. Stosuje się standardowy moduł 1,2 m, a minimalna wysokość struktury wynosi 0,75 m. Dla większych obciążeń lub rozpiętości przekrycia stosuje się piramidki do 1,5 m i wysokości do 2,0 m.

4.4.3.3. Węzeł Triodetic

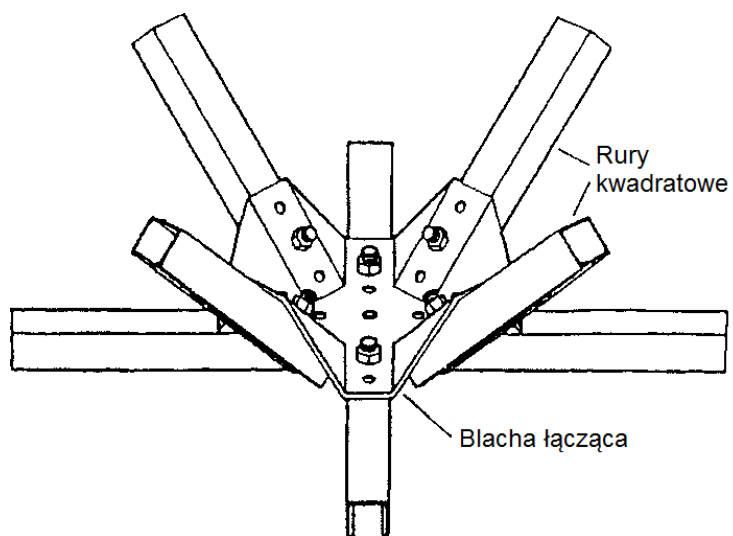
W kanadyjskim systemie Triodetic zastosowano tłoczony, ząbkowany węzeł aluminiowy (Rys.55). Końcówki prętów rurowych są sprasowane, tworząc wpusty wciskane do piasty węzła. Złącze jest zrealizowane po umieszczeniu końców prętów w piaście, umieszczeniu podkładek i skręceniu śrubą. System Triodetic jest stosowany do 33 m rozpiętości, a moduł podstawowy do 2,7 m. Wysokość przekrycia wynosi zwykle 70% modułu.



Rys.55. Węzeł systemu Triodetic

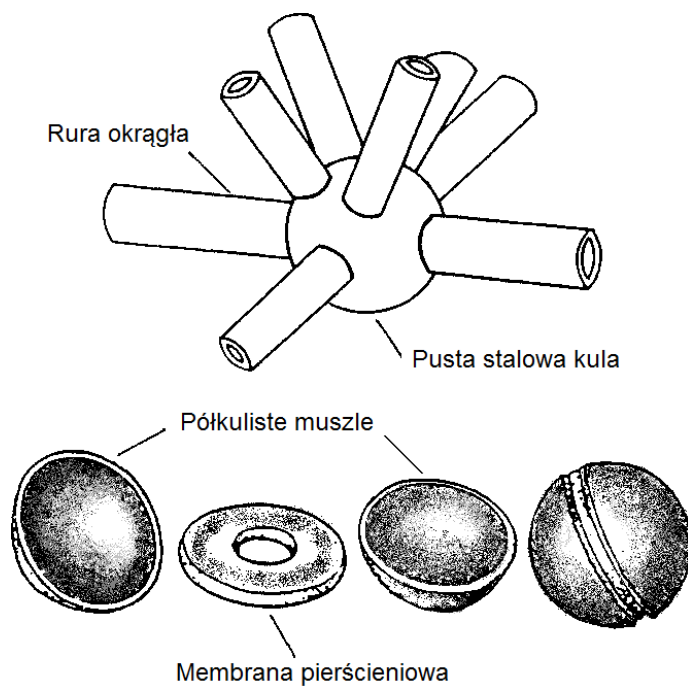
4.4.3.4. Węzeł Unistrut

Węzeł amerykańskiego systemu Unistrut wykonano z blachy tłoczonej do kształtu pokazanego na Rys.56. Pręty z rur kwadratowych umieszczane są w wytłoczonych kanałach i mocowane za pomocą jednej śruby. Węzły warstwy górnej i dolnej są identyczne. Maksymalna rozpiętość dla tego systemu wynosi około 40 m. Stosuje się moduły 1,2 lub 1,5 m. System można spotkać również po nazwę Moduspan.



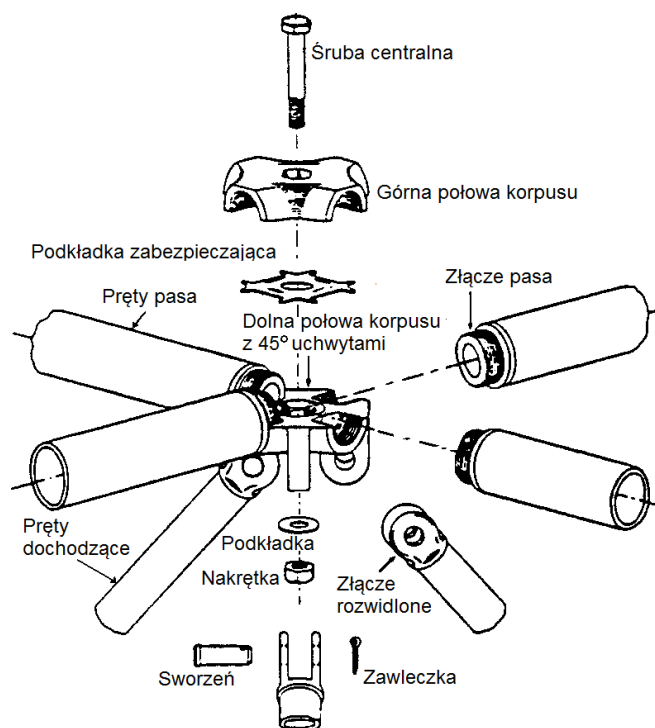
Rys.56. Węzeł systemu Unistrut

4.4.3.5. Węzeł Oktaplatte



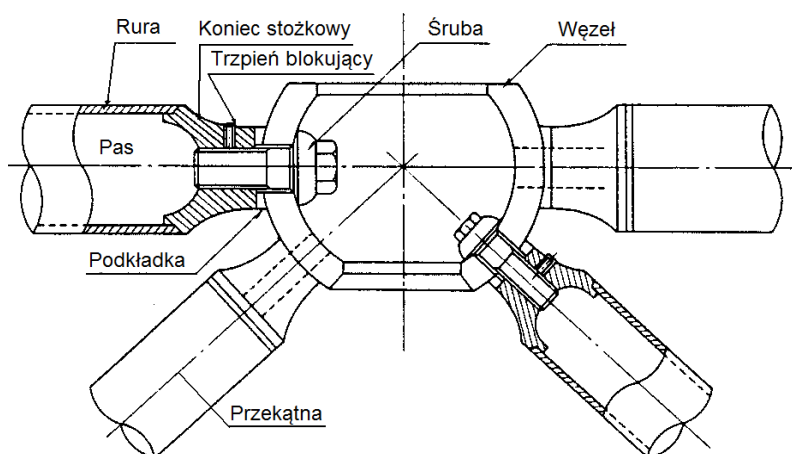
Rys.57. Węzeł systemu Okatplatte

4.4.3.6. Węzeł Nodus



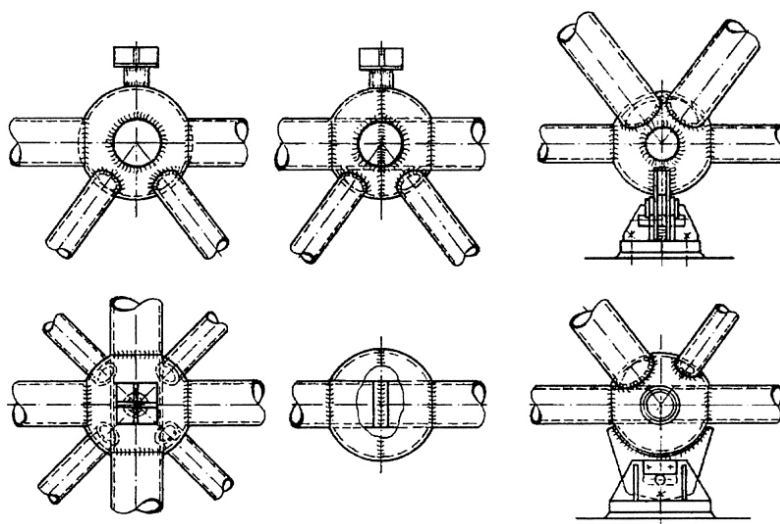
Rys.58. Węzeł systemu Nodus

4.4.3.7. Węzeł Space Truss



Rys.59. Węzeł NS Space Truss

4.4.3.8. Węzły Lederer



Rys.60. Węzły Lederer

4.4.4. Polskie systemy

W Polsce opracowano kilka systemów przekryć strukturalnych, z których najważniejsze opisano poniżej.

4.4.4.1. Węzeł ZK (Zbigniew Kowal)

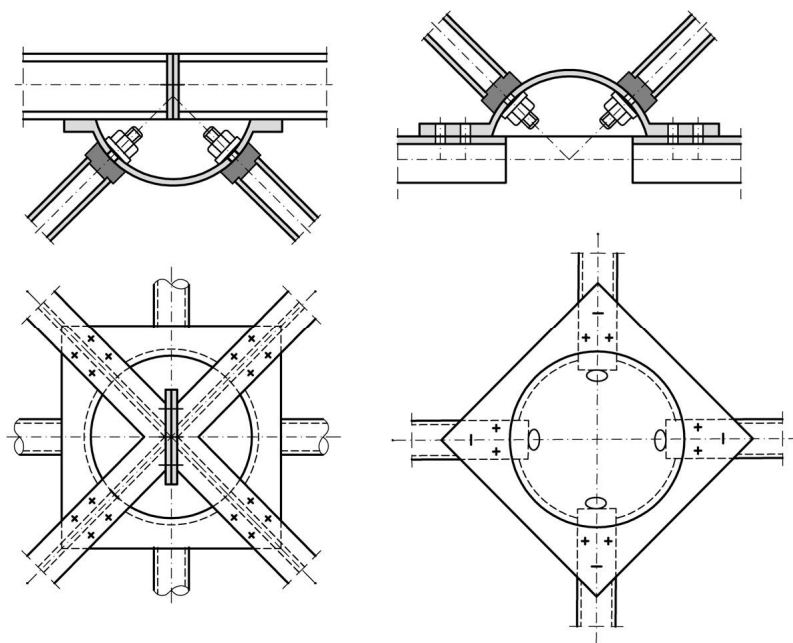
Na Rys.61 pokazano węzły tłoczone typu ZK, opracowane przez Profesora Zbigniewa Kowala [67]. Węzły ZK są podstawą systemu Zachód, opisanego w kolejnym pkt. pracy.

Węzeł ZK jest znamienity tym, że zastosowano w nim czaszę kulistą tłoczoną z blach, w której posłużono się korzystnym zjawiskiem znanym z technologii tłoczenia blach, polegającym na uzyskaniu grubszego dolnego pierścienia węzła, który można dostosować przyłączenia prętów warstwy górnej (węzeł górny) lub warstwy dolnej (węzeł dolny). Do czaszy kulistej podłączone są krzyżulce. Na Rys.61 pokazano wersję węzła z regulowanymi długościami krzyżulców, które w tym przypadku przykręcone są do węzła za pomocą nagwintowanych końcówek wciśniętych w zakończenie rurowych krzyżulców. W opisie do systemu Zachód pokażemy inne warianty węzła ZK.

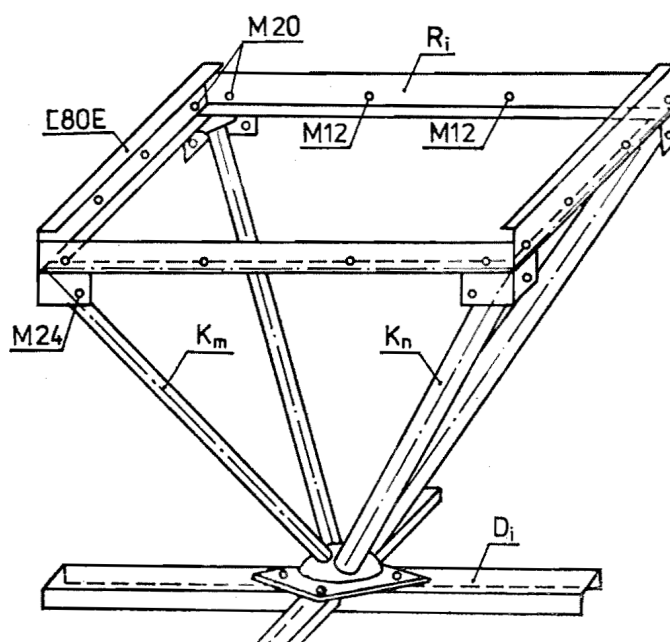
4.4.4.2. System Zachód

Na Rys.62 pokazano standardowy element wysyłkowy (piramidkę) systemu Zachód. Zastosowano w nim węzeł dolny typu ZK bez możliwości regulacji długości krzyżulców poprzez przyspawanie rur K_n i K_m bezpośrednio do wytłoczonej powierzchni czaszy. Od dołu do węzła są przykręcane pasy dolne D_i , wykonane na przykład z ceownika, ale najczęściej z litych prętów o przekroju okrągłym. Pasy górne R_i wykonane na przykład z ceowników C80E (ale najczęściej z kątowników), są skręcane z pasami sąsiednich piramidek w bocznym systemie montażowym za pomocą śrub M12, a w narożach M20. Ze względu

na znaczne siły w narożach wymagają one najczęściej wzmocnienia i zastosowania dodatkowych śrub, np. M24.

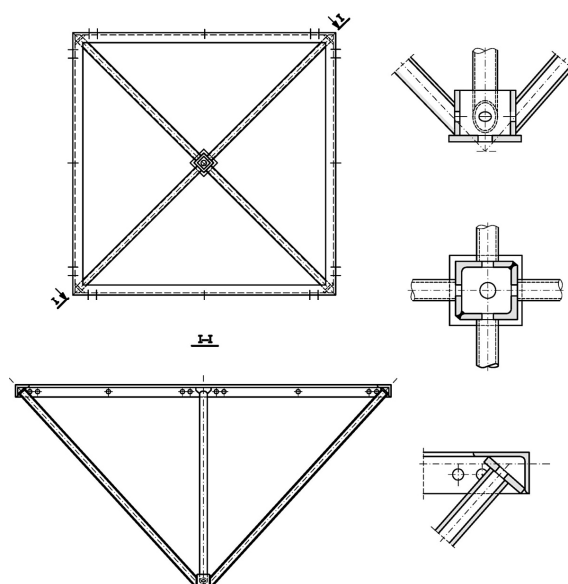


Rys.61. Węzeł typu ZK: górny (z prawej), typowy dolny (z lewej) [66]

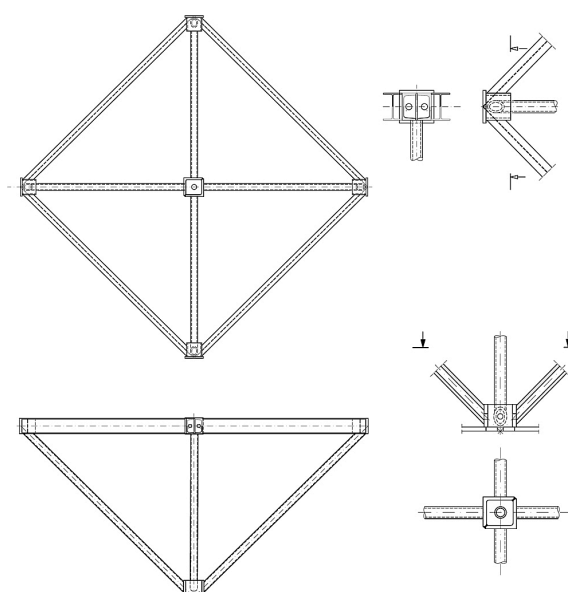


Rys.62. Piramidka systemu Zachód [11]

4.4.4.3. System Mostostal



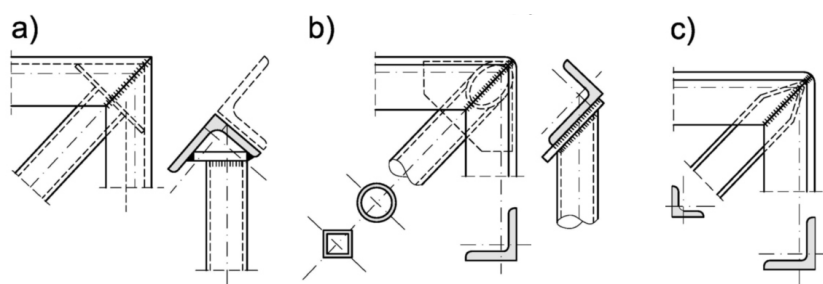
Rys.63. Piramidka systemu Mostostal w bocznym systemie montażowym [11]



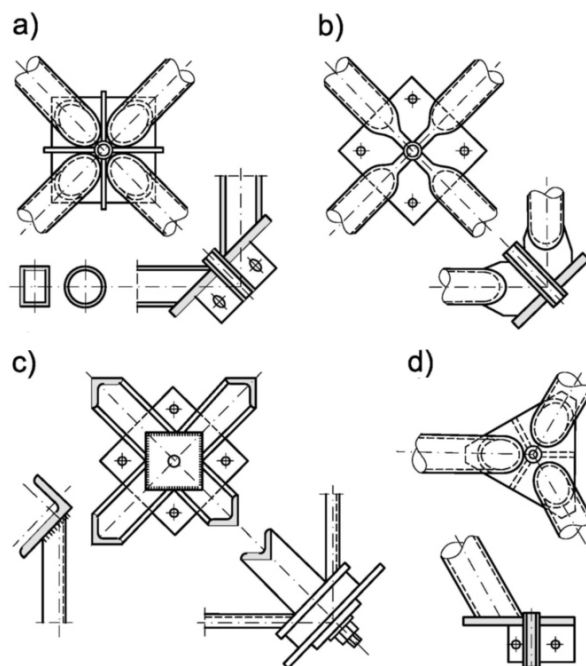
Rys.64. Piramidka systemu Mostostal w czołowym systemie montażowym [11]

System Mostostal wzorowany głównie na systemach Pyramitec i Unibat [11], stosowany jest do przekryć o wymiarach, stosowany jest do przekryć o wymiarach od 24×24 m do 36×36 i składany jest z segmentów 12×18 , 18×18 , 24×18 lub 24×24 m. Wysokość użytkowa hal wynosi 4,8; 6,0 lub 7,2 m.

Na Rys.63 pokazano piramidkę systemu Mostostal wraz z detalami węzłów, stosowaną w bocznym systemie montażowym, a na Rys.64 stosowaną w czołowym systemie montażowym. Należy zwrócić uwagę, że profile pasów górnych zależą od wybranego systemu montażowego: w systemie bocznym wykonane są z kątowników, a w systemie czołowym z dwuteowników. Istotnie różni się również konstrukcja węzłów górnych. W systemie bocznym w węźle górnym zastosowano trójkątną zaślepkę wewnętrznego narożnika kątowników, tak by pręt krzyżulca trafił prostopadłe w powierzchnię zaślepki. W systemie czołowym węzeł górny utworzono z dwóch ceowników, złożonych w kształt rury kwadratowej. Pasy dolne wykonano z litych prętów okrągłych, wstępnie sprężanych nakrętkami rzymskimi.



Rys.65. Węzeł górny w bocznym systemie montażowym Mostostal [11]



Rys.66. Warianty węzła dolnego w systemie Mostostal [11]

Na Rys.66 pokazano kilka wariantów wykonania węzła górnego w bocznym systemie montażowym Mostostal. Rys.66a) obrazuje typowy węzeł. Na Rys.66b) krzyżulec łączy się

z węzłem od dołu za pośrednictwem przekładki, a na Rys.66c) spłaszczony krzyżulec wspawany jest w naroże utworzone przez kątowniki pasów górnych.

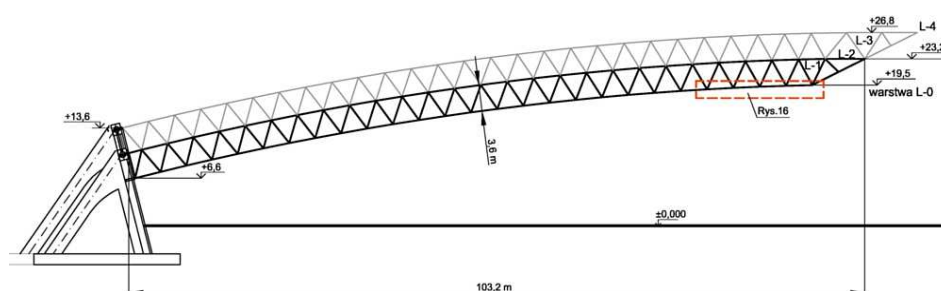
Zaprezentowane na Rys.66 warianty węzłów dolnych w systemie Mostostal to: połączenie pasów z rur okrągłych lub prostokątnych do poziomej blachy wzmocnionej od spodu żebrami (Rys.66a), do których można podłączyć pasy dolne; połączenie spłaszczonych końcówek rur krzyżulców z płytą z bolcem z rury (Rys.66b); połączenie krzyżulców z obróconych kątowników (Rys.66c), węzeł dolny piramidki trójkątnej i z trzema krzyżulcami (Rys.66d).

4.4.4.4. Przekrycie strukturalne typu LC

Chodor w [26] opracował projekt przekrycia hali widowiskowo-sportowej w Szczecinie, o bardzo dużej rozpiętości 103×89 m. Na Rys.67 pokazano wizualizację bryły hali z jedno-krzywiznowym przekryciem strukturalnym. Przekrój podłużny przez przekrycie pokazano na Rys.68.



Rys.67. Hala widowiskowo - sportowa w Szczecinie (wizualizacja [46])

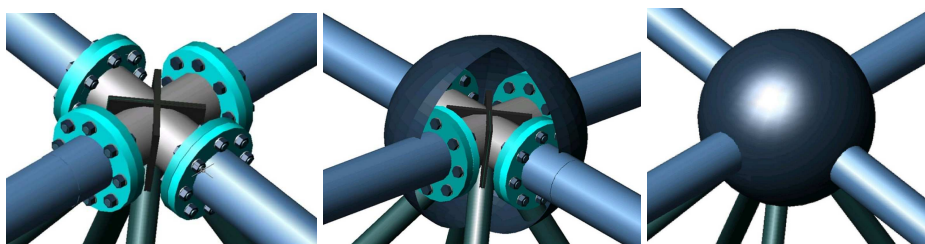


Rys.68. Hala widowiskowo - sportowa w Szczecinie [26]

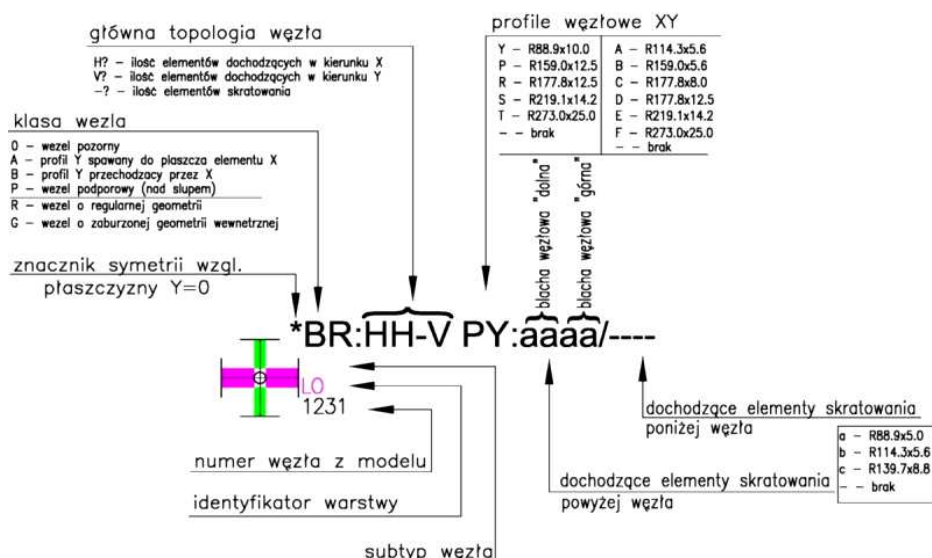
Stosunek wysokości konstrukcyjnej przekrycia do długości przęsła (podwojonego wyśięgu wspornika) wynosi $i = 2 \times 103,2 / 3,6 = 69$. Jednakże na skutek efektu kopułowego wysokość efektywna przekrycia wynosi $19,5 - 6,6 + 3,6 = 16,5$ m, czyli $i = 2 \times 103,2 / 16,5 = 12,5$.

W kierunku poprzecznym $i = 89/3,6 = 24,7$. Wykorzystanie efektu kopułowego umożliwiło istotne zredukowanie ugięć przekrycia i jego wysokości konstrukcyjnej.

Fragment przekrycia otoczony czerwoną linią przerywaną rozrysowano w rzucie na Rys.71. Liniami szarymi oznaczono konstrukcję przekrycia w części świetlikowej (centralnej na Rys.67).



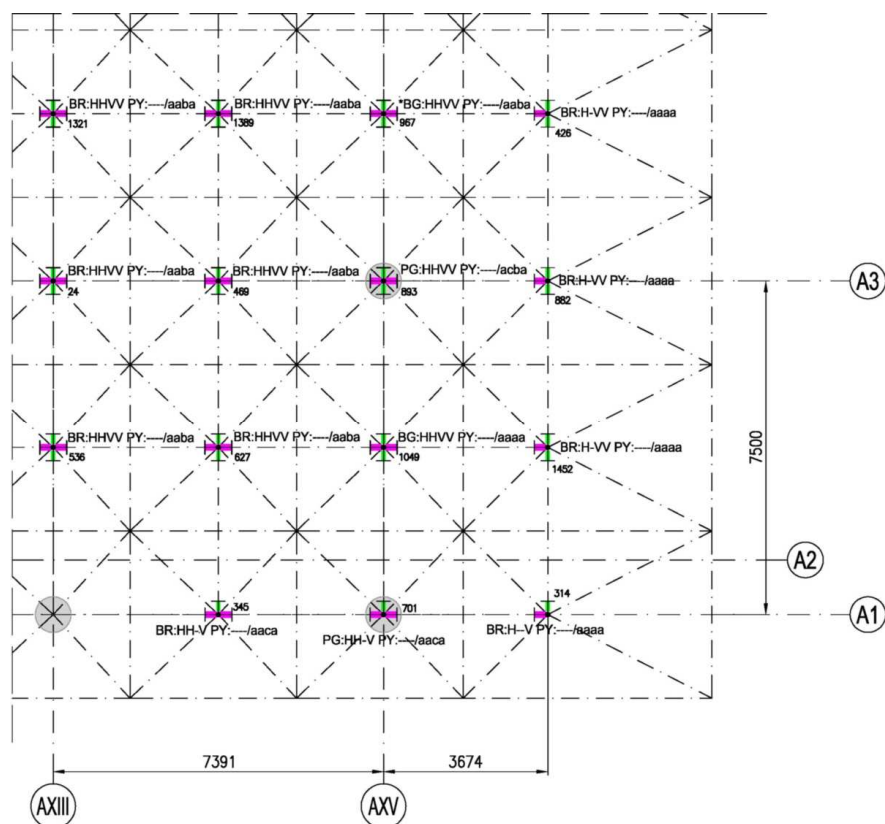
Rys.69. Węzeł struktury typu LC: przed nałożeniem maskownicy – w trakcie maskowania – kompletny [26]



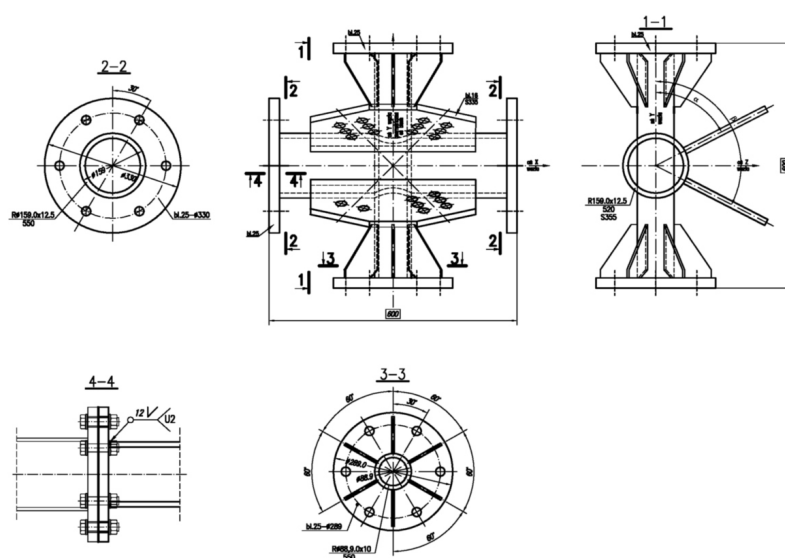
Rys.70. Typologia węzłów typu LC [26]

Ważnym zjawiskiem, które obserwowano podczas wielokrotnych prób doboru profili prętów, było to, że należało istotnie przewymiarować kilka prętów, ale tak by nastąpiło odciążenie dużej liczby innych prętów, co w bilansie doprowadziło do obniżenia masy całego przekrycia o ok. 16%.

W przekryciu zastosowano oryginalne rozwiązanie węzłów. Węzły kulowe uzyskano poprzez nałożenie maskownic na konstrukcje typu **LC** (**L**eszek **C**hodor) pokazane na Rys.69. Konstrukcję węzłów przystosowano do przenoszenia bardzo dużych sił i zaprojektowano z dwóch przenikających się rur grubościennych, wyposażonych w pionowe przepony, do których zakładkowo mocowane są krzyżulce. Rurowe pasy połączone są do węzła za pośrednictwem sprężanych połączeń kołnierzowych.



Rys.71. Fragment warstwy dolnej L-0 przekrycia hali w Szczecinie [26]



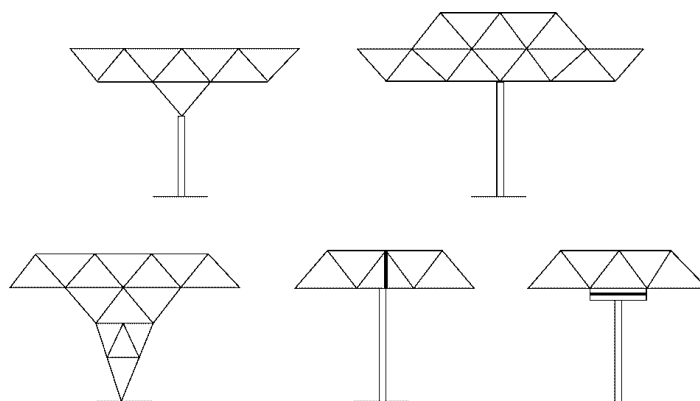
Rys.72. Węzeł LC rodzaju „BG_HHVV PY_----lacc [26]

Węzły typu LC obejmują rozmaite konfiguracje, opisywane w sposób pokazany na Rys.70. Na Rys.71 pokazano fragment warstwy dolnej przekrycia hali w Szczecinie ze wskazanymi typami węzłów LC, a na Rys.72 rozrysowano przykładowo węzeł rodzaju ----lacc.

W pracy [62] pokazano przykłady zastosowań przekryć strukturalnych na hali wystawowej.

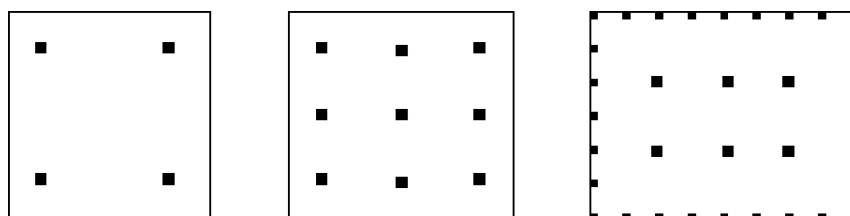
4.5. Podparcie struktur

Zasadą podstawową przy konstruowaniu podparć struktur przestrzennych jest podpieranie struktur bezpośrednio w węzłach, tak jak pokazano na Rys.73. Można podpierać w węzłach dolnych lub górnych.



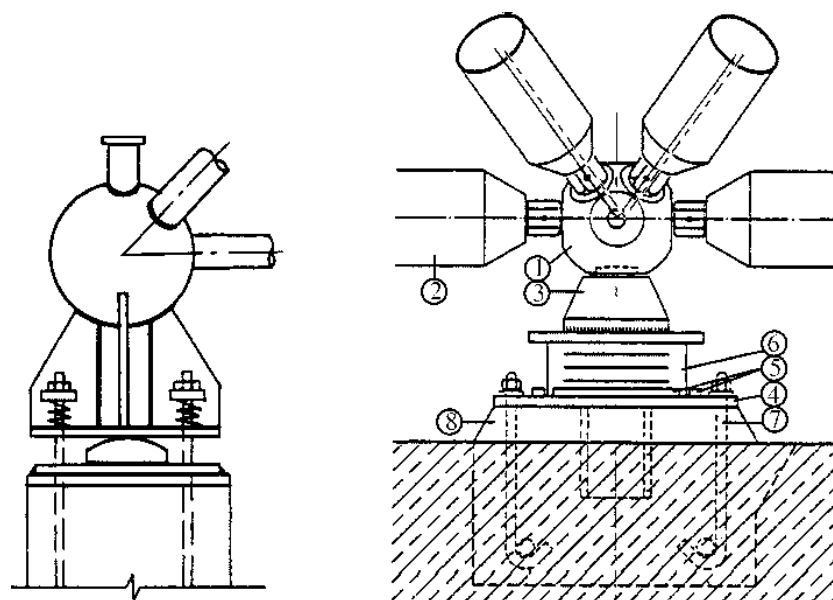
Rys.73. Podparcie przekryć: w węzłach dolnych za pośrednictwem rozwidlonych prętów; w węzle dolnym; w węzłach dolnych za pośrednictwem słupa strukturalnego, w węzle górnym; w węzłach dolnych za pośrednictwem podpory ramowej

Rozmieszczenie podpór na powierzchni przekrycia zależy przede wszystkim od możliwości funkcjonalnych obiektu, to znaczy od tego, czy funkcja (architektura, produkcja) dopuszcza stosowanie podpór wewnątrz obiektu. Z zasady zwiększanie liczby słupów zmniejsza elastyczność funkcjonalną obiektu, ale wpływa korzystnie na konstrukcję. Minimum słupów, które można zastosować, to w praktyce cztery słupy w narożach „materaca”. Zwykle słupy można rozmieścić na obwodzie obiektu, integrując funkcję słupków obudowy ze słupami nośnymi. Należy pamiętać, że wraz ze zmniejszaniem liczby słupów rośnie wysokość konstrukcyjna przekrycia, co może być niekorzystne w przypadku planistycznego ograniczenia wysokości obiektu.



Rys.74. Przykłady rozmieszczenia podpór przekryć strukturalnych

Węzły podporowe przekryć strukturalnych coraz częściej konstruuje się z użyciem nowoczesnego materiału, jakim jest elastomer. Przykład takiego węzła pokazano na rys. Rys.75.



Rys.75. Węzeł podporowy systemu Mero (1) węzeł Mero, (2) pręt, (3) przegubowe łożysko podporowe, (4) płyta podporowa, (5) ogranicznik poziomy, (6) elastomer zbrojony, (7) śruby fundamentowe, (8) podlewka z zaprawy montażowej [78]

4.6. Metody obliczania struktur

W przeszłości obliczanie struktur przestrzennych często prowadzono za pomocą metod analogowych: analogii belkowej, płytowej lub rusztowej. Obecnie metody te straciły na znaczeniu i nie są już stosowane i z tego powodu pomijamy ich omówienie w niniejszym opracowaniu. Współcześnie siły w prętach struktur wyznacza się metodami numerycznymi w przestrzennym modelu prętowym, co przedstawiono w pkt. 0.

5. Konstrukcje łukowe

Konstrukcje łukowe od czasów starożytnych są jednym z ważniejszych elementów architektury. Pierwszą łukową konstrukcją z żelaza był pokazany Rys.76, most Coalbrookdale wybudowany w latach 1777 -1781 r. w Shropshire, Anglia.

W roku 1929 wybudowano najwyższy łukowy most stalowy High Steel Bridge liczący 130 m wysokości, nad rzeką Skokomish w stanie Washington w USA [125].

Prezentacja Crystal Palace w roku 1851 (Rys.4) zapoczątkowała erę żelaza w budownictwie i stosowanie żelaznych, a następnie stalowych łuków do przekryć hal.

Największym na świecie samonośnym łukiem jest Gateway Arch w Saint Louis, USA otwarty w 1965 roku (Rys.77), Łuk został zaprojektowany już w 1947 r. przez fińskiego architekta Eero Saarinen'a. Monument ma wysokość 192 m i formę odwróconej krzywej łańcuchowej, praca [33]. Jest 62 piętrowym budynkiem wysokim, jednym z najwyższych w Saint Louis. Rozpiętość łuku przy podstawie wynosi 192 metry (tyle samo, co jego wyso-

kość). Elementy konstrukcyjne, z których jest zbudowany łuk, to trójkąty równoboczne o boku 16,5 m przy podłożu, do 5,2 m w najwyższym położonym punkcie. Konstrukcja wykonana jest z dwupłaszczyznowych modułów stalowych o przekroju trójkątnym. Wewnętrzny płaszcz ze stali węglowej grubości 10 mm tworzy powłokową konstrukcję, natomiast zewnętrzny płaszcz ze stali nierdzewnej jest wykończeniem łuku. Nowatorska konstrukcja nie posiada wewnętrznego szkieletu nośnego; moduły są samonośne.



Rys.76. Pierwsza na świecie konstrukcja z żelaza (Shropshire 1778) [128]

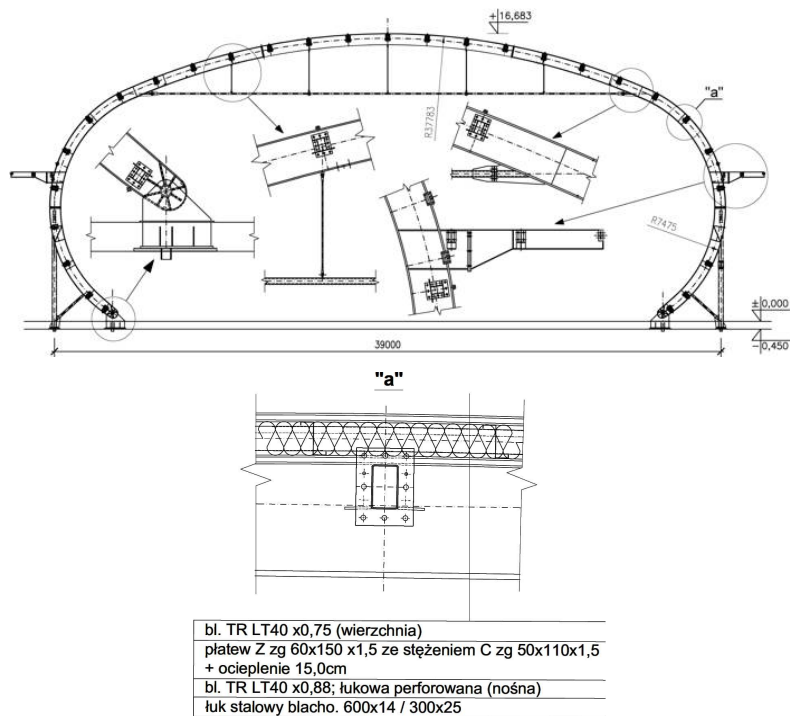


Rys.77. Największy stalowy łuk GateWay Arch, Saint Louis (1965) [131]

Najwięcej innowacji do konstruowania (kształtowania) i obliczania łuków wniosły rozwiązania stosowane w mostach łukowych. Informacje o największych mostach łukowych świata zawiera opracowanie [126].

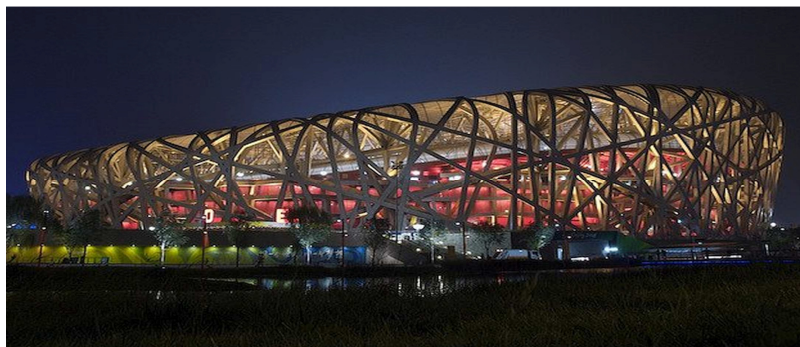
5.1. Konstrukcje łukowe w obiektach kubaturowych

Za największą obecnie konstrukcją stalową uważany jest Stadion Narodowy „Ptasie Gniazdo” w Pekinie, który został zbudowany na Igrzyska Olimpijskie w 2008 roku (Rys.79). Konstrukcja stalowa stadionu zawiera wiele przenikających się łuków stalowych (Rys.80).



Rys.78. Wybrany łuk stalowy i jego detale konstrukcyjne [28]

Na Rys.78 przedstawiono konstrukcję łukową, stanowiącą szkielet dla powłokowego przekrycia z blach fałdowych hali głównej Targów Kielce. Projekt łuku przedstawiono w opracowaniu [61].



Rys.79. Narodowy Stadion w Pekinie [129]



Rys.80. Przenikające się łuki Stadion Narodowy w Pekinie [130]

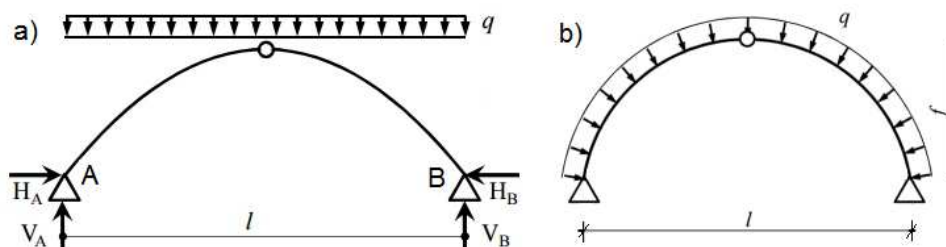
5.2. Specyfika pracy łuku

Jeżeli podpory nie mogą się względem siebie poruszać, to przy obciążeniu wyłącznie pionowym, w łuku występuje znaczna redukcja momentów. Ta właściwość powoduje, że w przeciwieństwie do belek i ram, łuki nawet o dużej rozpiętości mogą być wykonywane z materiałów kruchych (np. cegły, kamienie, beton niezbrojony, oraz żeliwo), co z kolei uzasadnia fakt, że w początkach stosowania żelaza w postaci żeliwa lub żelaza kutego, ale przed wynalezieniem stali - łuki i słupy (a nie belki i ramy), były podstawową formą konstrukcyjną przekryć żelaznych.

Zastosowanie elementów krzywoliniowych (łuków, sklepień, kopuł) prowadzi do lepszych konstrukcji od użycia elementów prostych (belek, płyt), szczególnie obecnie, gdy trudności w wykonawstwie tracą na znaczeniu wobec rozwoju technologii, urządzeń i techniki produkcji oraz montażu konstrukcji.

Jeśli dla danej konfiguracji obciążenia oraz podpór łuku dobierzemy tak geometrię pręta, że momenty zginające znikają we wszystkich jego przekrojach, to taki kształt nazywa się racjonalną osią łuku. W takim przypadku uzyskamy minimalne wymiary przekroju poprzecznego pręta łuku.

W przypadku łuku trójprzegubowego mamy dwa główne przypadki pokazane Rys.81.



Rys.81. Podstawowe kształty łuków, na przykładzie łuku trójprzegubowego: a) łuk paraboliczny, b) łuk kołowy

Dla pionowego obciążenia równomiernie rozłożonego na rzut łuku (ciężewę) racjonalnym kształtem jest parabola (Rys.81a). Odpowiada to obciążeniu śniegiem. Dla obciążenia radialnego równomiernie rozłożonego na długości łuku racjonalnym kształtem jest koło (Rys.81b). Odpowiada to zastępczemu obciążeniu wiatrem.

Cechą charakterystyczną pracy łuku jest występowanie rozporu (poziomych reakcji podporowych), które zwykle stanowią własność niekorzystną, wymuszają stosowanie specjalnych elementów konstrukcyjno-architektonicznych w postaci bardziej sztywnych podpór, ściąągów, przypór itp.

W przypadku łuku obciążonego pionowo (Rys.81a) siły rozporu wynoszą:

$$H_A = H_B = \frac{g \cdot l^2}{8 \cdot f} \quad (5)$$

W przypadku Rys.81b) rozpor jest zerowy.

5.3. Wyboczenie, a imperfekcje łuku

Siłę krytyczną przy wyboczeniu w płaszczyźnie łuku należy szacować ze wzoru:

PN-EN 1993-2 (D.3)

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{\beta s} \right)^2 EI_y \quad (6)$$

gdzie:

β – współczynnik długości wyboczeniowej,
 s – połowa długości łuku (mierzona po osi łuku),
 EI_z – sztywność giętna łuku w płaszczyźnie,

a z płaszczyzny łuku ze wzoru:

PN-EN 1993-2 (D.4)

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{\beta \cdot l} \right)^2 EI_z \quad (7)$$

gdzie:

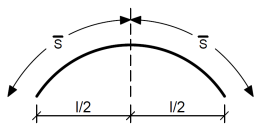
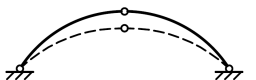
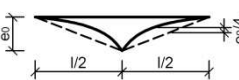
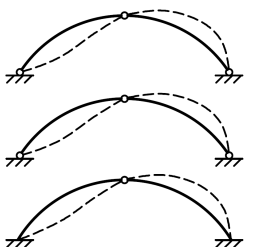
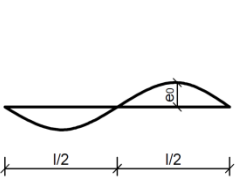
l – rzut długości łuku,
 EI_y – sztywność giętna przekroju z płaszczyzny łuku.

Wartości współczynników β podano na wykresach w [Tabl.D.4](#), [Tabl.D.6](#) i [Tabl.D.7](#) **PN-EN 1993-2** [N25].

Współcześnie wyznaczanie długości wyboczeniowych łuków z zależności normowych nie jest zalecane. Długości te należy wyznaczać numerycznie w analizie wyboczeniowej. W niniejszej pracy stosujemy metodę realną, w której takie podejście nie jest wymagane, ale łuk należy obciążać siłami równoważnymi od imperfekcji, które podano w Tablica.6 i Tablica.7

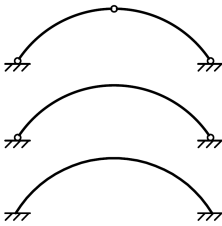
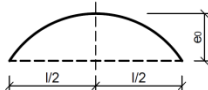
Tablica.6. Kształt i amplitudy imperfekcji dla wyboczenia w płaszczyźnie łuków

Tabl. D.8 PN-EN 1993-2 [N25]

	1	2	3			
		kształt imperfekcji (sinusoida lub parabola)	e ₀ zgodnie z klasyfikacją przekrojów z uwagi na krzywą wyboczenia			
			a	b	c	d
1			$\frac{s}{300}$	$\frac{s}{250}$	$\frac{s}{200}$	$\frac{s}{150}$
2			$\frac{l}{600}$	$\frac{l}{500}$	$\frac{l}{400}$	$\frac{l}{300}$

Tablica.7. Kształt i amplitudy imperfekcji dla wyboczenia z płaszczyzny łuków

Tabl. D.9 PN-EN 1993-2 [N25]

	kształt imperfekcji (sinusoida lub parabola)	e ₀ zgodnie z klasyfikacją przekrojów z uwagi na krzywą wyboczenia				
		a	a	b	c	d
		$l \leq 20 \text{ m}$	$\frac{l}{300}$	$\frac{l}{250}$	$\frac{l}{200}$	$\frac{l}{150}$
		$l > 20 \text{ m}$ $l_1 = \sqrt{20l} [m]$	$\frac{l_1}{300}$	$\frac{l_1}{250}$	$\frac{l_1}{200}$	$\frac{l_1}{150}$

Wyboczenie z płaszczyzny łuku lub zwichrzenie płaskiej postaci zginania coraz częściej zabezpiecza się zabiegami konstrukcyjnymi, na przykład poprzez sprzężenie dwóch łuków w kierunku bocznym w sposób pokazany na Rys.82 lub Rys.83.



Rys.82. Przykład sprężenia łuków przeciw wyboczeniu z płaszczyzny (Kładka Humbe Bay Arch Bridge, Toronto) [M1]



Rys.83. Przykład sprężenia łuków przeciw wyboczeniu z płaszczyzny (Moses Mabhida Stadium) [119]

5.4. Uwagi o obliczeniach łuków

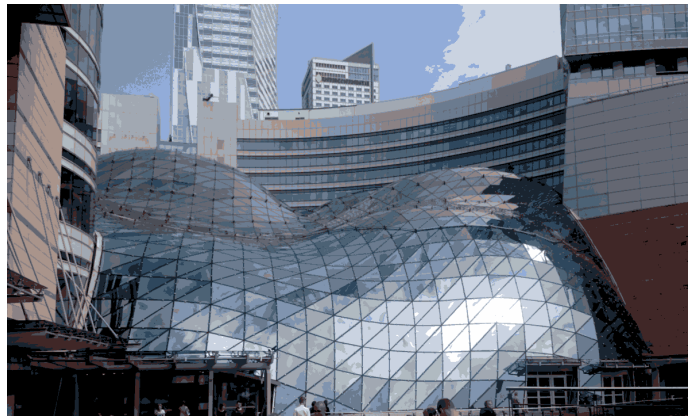
Sformułowanie imperfekcyjne (pkt 10.3.1 – metoda **A** wymiarowania) w połączeniu z zastosowaniem przestrzennego uogólnionego elementu belkowego (elementu Własowa) przy korzystaniu ze współczesnych programów obliczeniowych np. [M15][M6], umożliwia analizy statyczno-wytrzymałościowe dowolnych łuków z uwzględnieniem wszystkich typów niestateczności: wyboczenia w płaszczyźnie, wyboczenia giętnego z płaszczyzny, wyboczenia skrętnego i innych. Nie trzeba korzystać z tablic współczynników wyboczeniowych lub innych metod, będących przedmiotem wielu prac, również z ostatnich lat np. [18]. Przykład sprawdzenia wytrzymałościowego łuku pełnościennego o osi skleionej z trzech okręgów (pokazanego na Rys.78) pokazano w pracy [44]. Rozważono tam różny stopień aproksymacji osi łuku za pomocą linii łamanych oraz za pomocą elementów izoparametrycznych, a także sposób uwzględnienia dodatkowego wyężenia, wynikającego z silnego zakrzywienia osi pręta, np. praca [101]. Również metoda B, [pkt. 6.3.4. PN-EN-1993-1-1](#) [N19] dopuszcza wymiarowanie prętów zakrzywionych.

6. Sklepienia i kopuły

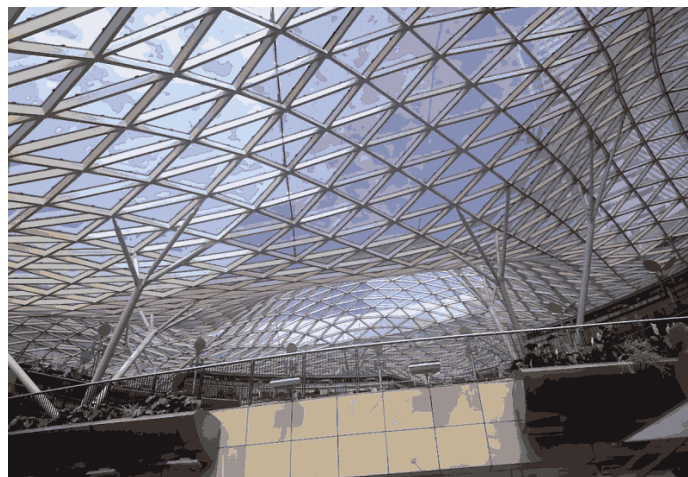
Przekrycia jednokrzywiznowe (sklepienia) i dwukrzywiznowe (kopuły) są ważnymi i chętnie stosowanymi od czasów antycznych typami przekryć budowli.

Kopuła siatkowa (inaczej kopuła prętowa) jest efektownym przekryciem dwukrzywiznowym, aproksymowanym siatką prętów. Taka kopuła składa się z węzłów oraz „reszty kopuły”. Najczęściej wykonana jest ze stali, a jej rozpiętość dochodzi do kilkuset metrów. Po opatentowaniu w roku 1947 przez Fullera sposobów podziału sfery na trójkąty sferyczne – kopuły siatkowe w typie geodezyjnym, prawie zupełnie wyparły stosowanie innych typów kopuł, a w szczególności zwartych kopuł powierzchniowych, w tym żebrowych, ale współcześnie największe rozpiętości kopuł siatkowych uzyskuje się dla innego niż geodezyjny układu siatki.

Na Rys.84 i Rys.85 pokazano jedną z najbardziej znanych i złożonych kopuł siatkowych – przekrycie obiektu „Złote Tarasy” w Warszawie.



Rys.84. Przekrycie „Złote Tarasy” – jedna z najbardziej efektownych realizacji kopuł siatkowych. Widok z zewnątrz obiektu (foto własne)



Rys.85. Przekrycie „Złote Tarasy”. Widok z wewnątrz obiektu (foto własne)

6.1. Wprowadzenie

6.1.1. Definicja kopuł siatkowych. Powierzchnie bazowe, a siatka prętów

Przyjmujemy definicję, że kopuła siatkowa jest to **dowolna** siatka spójnych linii, ułożonych na **dowolnie** zakrzywionej powierzchni klasy przynajmniej C^1 (tzn. gładkiej i spójnej). Nieograniczona jest różnorodność zarówno rodzajów zakrzywionych, bazowych powierzchni, jak i rodzajów siatek linii (krawędzi, prętów), tym bardziej, że powierzchnie można składać poprzez klejenie kopuł prostych, czego wynikiem może być powierzchnia z Rys.84 i Rys.85. Nazwa „siatkowe” (przekrycia, w tym kopuły), pochodzi od siatki prętów oplatających aproksymowaną powierzchnię.

Stosujemy rozszerzoną- nowoczesną definicję kopuł siatkowych w stosunku do definicji historycznej zawartej w pracach: [15] i [51], zgodnie, z którą miały to być przestrzenne konstrukcje prętowe powstałe przez przekręcenia pasa dolnego w stosunku do węzłów górnych i koniecznie o nieparzystej liczbie boków podstawy (dla parzystej otrzymywano kopułę chwiejną).

Geometria powierzchni bazowych ma decydujący wpływ na niemal wszystkich cechy struktury: jej nośność i sztywność, technologiczność (prostotę wykonania), a także estetykę, czyli generalnie, na jakość konstrukcji i architektury.

Optymalne powierzchnie zakrzywione wykształciła sama natura. Są wśród nich krople wody – sfery lub napięte błony ułożone na powierzchni, pancerze żółwi i pancerników, muszle morskie, spiralne muszle ślimaków, praca [98] lub liście i kwiaty roślin, praca [97]. Z bogactwa kształtów powierzchni natury oraz z wszechobecnego w naturze, złotego podziału – od wieków czerpie architektura: nurt historyczny architektury organicznej- modernizm organiczny, ale przede wszystkim nurty współczesne: biomitektura, architektura bioekstensywna i blobitektura, praca [106].

W każdym przypadku kształtowania powłok siatkowych należy rozpocząć od poprawnego, matematycznego zdefiniowania powierzchni, na której powłoka ma być rozpięta. Powierzchnie naturalne najczęściej da się opisać prostymi wyrażeniami matematycznymi. Postać funkcji bazowych najlepiej dobrać na podstawie doświadczenia, tak by w konfiguracji zadanych ograniczeń geometrycznych i dla dominujących obciążeń, zachowywała dobrą sztywność i stateczność (małą wrażliwość na lokalne przeskoki – przenicowanie). Na przykład sfera kulista jest optymalna do przejścia równomiernego ciśnienia; sfera paraboloidalna do obciążeń grawitacyjnych. Kształt optymalny powierzchni bazowej odpowiada stanowi błonowemu, to znaczy takiemu, w którym w powłoce wstępują wyłącznie siły rozciągające bez udziału zginania i z niewielkim udziałem ściskania. Często w celu doboru kształtu powierzchni prostych przeprowadza się doświadczenia lub symulacje numeryczne poprzez badanie zachowania łańcucha (liny sznurka), lub gumowej membrany, lub bańki mydlanej. Jeśli w podobnych warunkach brzegowych (kształcie brzegu, podporach i obciążeniu) łańcuch lub membrana układa się w określony kształt, to jest to właśnie kształt optymalny i stosownie do tego dobiera się bazowe powierzchnie aproksymacyjne. Zestawienie najczęściej stosowanych bazowych powierzchni aproksymacyjnych podano w Tablica.8.

Prawidłowy dobór powierzchni bazowych (prostych) jest warunkiem koniecznym do tego, by można było zastosować powłokę prętową w jednej warstwie. W przypadku znaczącego zginania, w tym zaburzeń brzegowych należy stosować sztywne dźwigary brzegowe lub siatkę dwuwarstwową. Pomimo tego, że powierzchnie zakrzywione, na których rozpięte są siatki jedno- lub dwu-warstwowe są takie same, to analiza konstrukcyjna i detale połączeń są zupełnie inne. Jednowarstwową powłokę konstruuje się zwykle ze sztywnymi węzłami, a w dwuwarstwowej powłoce stosuje się przegubowe połączenia węzłów. Połączenia

szttywne prętów powłoki jednowarstwowej zapobiegają przeskokowi węzłów i drastycznie zwiększają sztywność powłoki, co jest szczególnie ważne w przypadku obciążeń dynamicznych, np. obciążenia wiatrem. W przypadku wystarczającego zbadania zjawiska przeskoku (stateczności globalnej), częstotliwości drgań własnych oraz odporności na skręcanie powłoki siatkowej – można zastosować przegubowe połączenia prętów również w powłoce jednowarstwowej.

Generalnie, rozpięta na powłoce siatka linii (prętów, krawędzi) powinna zapewnić geometryczną niezmiennosć systemu, charakteryzować się małą wrażliwością na przeskoki węzłów, a także posiadać optymalne własności technologiczno-ekonomiczne: składać się z jak najmniejszej liczby różnych elementów (prętów i węzłów) i zużywać mało materiału (stali, drewna lub betonu).

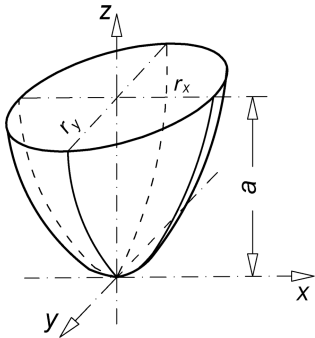
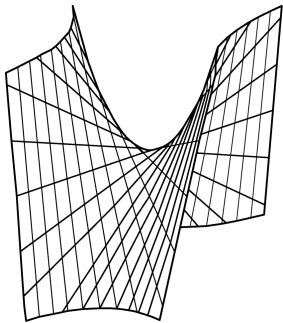
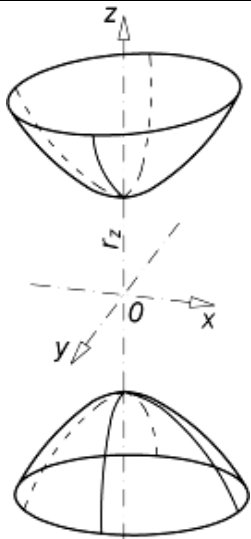
6.1.2. Podstawowe, bazowe powierzchnie aproksymacyjne

Podstawowe powierzchnie bazowe, na których można rozpiąć siatkę prętów, zestawiono w Tablica.8.

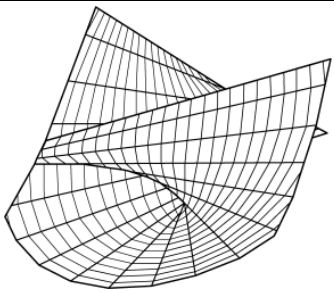
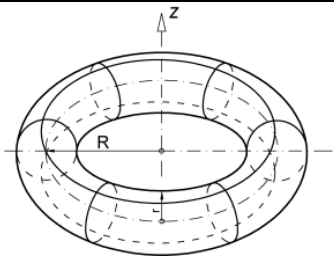
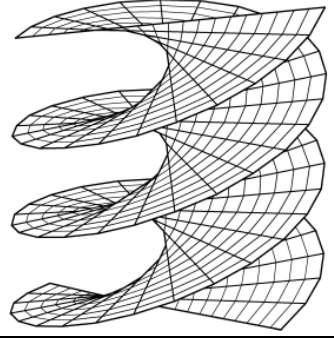
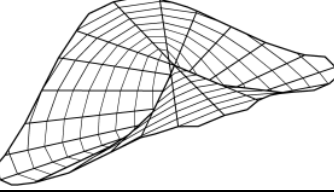
Tablica.8. Podstawowe powierzchnie bazowe sklepień i kopuł [oprac. własne]

Nazwa	Rysunek	Formuła	Uwagi
1	2	3	4
Powierzchnie II stopnia (kwadryki)			
Elipsoida		$\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} + \frac{z^2}{r_z^2} = 1$ postać parametryczna, gdzie: $x = r_x \sin \varphi \cos \lambda$ $y = r_y \sin \varphi \sin \lambda$ $z = r_z \cos \varphi$	jeśli $r_x = r_y < r_z$, to elipsoida obrotowa wydłużona; jeśli $r_x = r_y > r_z$, to elipsoida obrotowa spłaszczona; powierzchnia nierozwijalna na płaszczyznę
Sfera		promienie: r_x po osi x, r_y po osi y, r_z po osi z, wsp. geograficzne: φ szerokość λ długość	jeśli $r_x = r_y = r_z = r$, to sfera o promieniu r; linie geodezyjne: okręgi (koła wielkie)

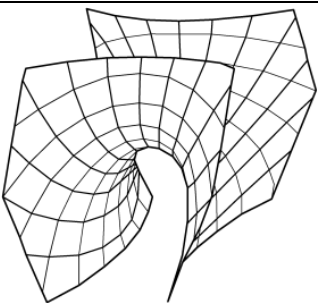
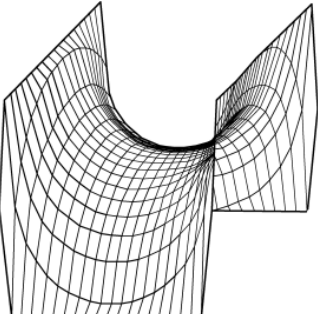
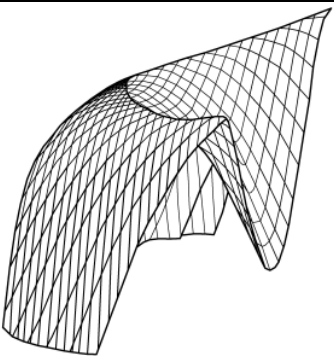
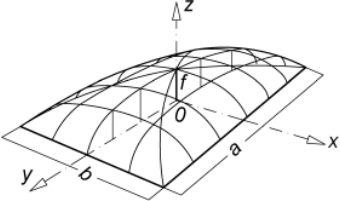
cd. Tablica.8 – Podstawowe powierzchnie bazowe sklepień i kopuł [oprac. własne]

1	2	3	4
Paraboloida eliptyczna		$\frac{x^2}{r_x^2} + \frac{y^2}{r_y^2} = 4z$ postać parametryczna $x = r_x \lambda \cos \varphi$ $y = r_y \lambda \sin \varphi$ $z = \lambda^2$	inna postać $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ $p, q > 0$ $r_x = \sqrt{2p}$ $r_y = \sqrt{2q}$ powierzchnia translacyjna
Powierzchnie II stopnia (kwadryki)			
Paraboloida hiperboliczna		$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z$ $p \cdot q < 0$	inna postać $z = a \cdot xy$ lub $z = axy$ lub $x = a(u + v)$ $y = b(v - u)$ $z = 2uv$ powierzchnia translacyjna i prostokreślna
Hiperboloida dwupowłokowa		$\frac{x^2}{r_x^2} - \frac{y^2}{r_y^2} - \frac{z^2}{r_z^2} = 1$ postać parametryczna $x = r_x \sinh \lambda \cos \varphi$ $y = r_y \sinh \lambda \sin \varphi$ $z = r_z \cosh \lambda$	dla $r_x = r_y$, hiperboloida dwupowłokowa obrotowa; wierzchołki $(0, 0, \pm r_z)$

cd. Tablica.8 – Podstawowe powierzchnie bazowe sklepień i kopuł [oprac. własne]

1	2	3	4
Powierzchnie prostokątne			
Cykloid powierzchnia Catalana		$x = \xi(u) + v \cos u$ $y = \eta(u) + v \sin u$ $z = \zeta(u)$	
Inne bardziej znane powierzchnie			
Torus		$(\sqrt{x^2 + y^2} - R)^2 + z^2 = r^2$	
Helikoida		$z = r \arctan \frac{x}{y}$	
Konoid Plückera		$z = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$	

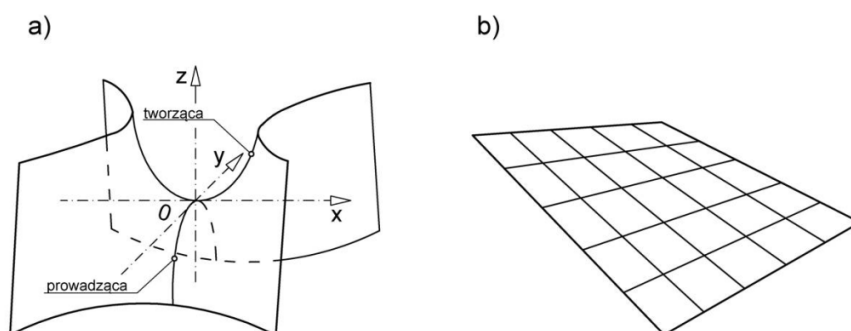
cd. Tablica.8 – Podstawowe powierzchnie bazowe sklepień i kopuł [oprac. własne]

1	2	3	4
Kuboida Ennepera		$x = 3u + 3uv^2 - u^3$ $y = v^3 - 3v - 3u^2v$ $z = 3(u^2 - v^2)$	
Powierzchnia Scherka		$z = \ln \frac{\cos x}{\cos y}$	
Powierzchnia Peano		$z = (2x^2 - y)(y - x^2)$	
Powierzchnia Kopic		$\frac{z^2}{f^2} = (1 - \frac{x^2}{a^2})(1 - \frac{y^2}{b^2})$	

6.1.3. Paraboloida hiperboliczna

Ważną kwadryką wymienioną w Tablica.8 jest paraboloida hiperboliczna, której płat jest często nazywany hyparem. Hypar jest powierzchnią translacyjną powstałą przez równoległy ruch paraboli wklęsłej (tworzącej) po grzbiecie innej paraboli (prowadzącej), zwanej kierownicą, która jest prostopadła do tworzącej (Rys.86a).

Przekroje pionowe hypara są parabolami, a poziome hiperbolami. Taka powierzchnia może być również utworzona przy przesuwaniu linii prostej wzdłuż dwóch innych prostych ustawionych skośnie do siebie i tworzącej, tak jak pokazano na Rys.86b. Jedną z głównych zalet hyparu jest właśnie to, że podwójna krzywizna może być zbudowana wyłącznie za pomocą liniowych elementów konstrukcyjnych (prętów), które tworzą w planie projekcję siatek z rombów. W ten sposób jednowarstwowe hypary mogą być wykonane z prostych prętów, a dwuwarstwowe z kratownic o prostej osi. Pojedyncze, rombowe oczko hyparu nadaje się do zastosowania do budowy powłok w planie prostokątnym lub eliptycznym. W praktyce istnieje nieskończenie wiele sposobów łączenia elementów hyparów w złożone kopuły.



Rys.86. Hypar jest powierzchnią: a) translacyjną, b) prostokreślną

6.2. Siatkowe sklepienia beczkowe (ang. barrel vaults)

Początki kopuł siatkowych sięgają starożytności, gdy zaczęto stosować sklepienia beczkowe (inaczej kolebkowe ang. barrel vaults). Rzymianie rozwinęli sklepienia beczkowe do konstrukcji sklepień krzyżowych, a właśnie żebra w tych sklepieniach są prototypem prętów siatki sklepień oraz kopuł (powłok) siatkowych.

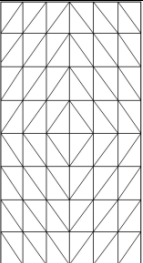
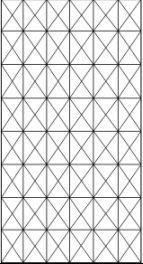
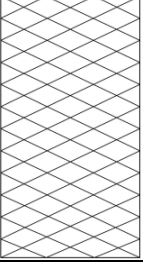
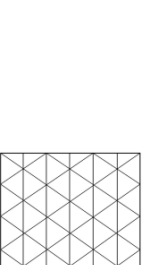
Sklepienia beczkowe są rozpięte na jednokrzywiznowej powierzchni cylindrycznej. Krzywa poprzeczna jest najczęściej wycinkiem okręgu, choć stosuje się również parabole, elipsy lub krzywe łańcuchowe.

Typowe konstrukcje sklepień beczkowych zestawiono w Tablica.10, a w Tablica.9 pokazano najczęściej stosowane typy siatek w sklepieniach.

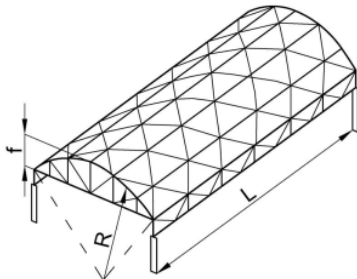
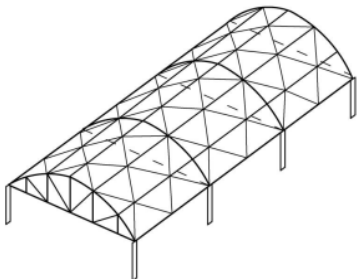
Tablica.9. Typy siatek sklepień beczkowych [opracowano na podstawie [78]]

Nazwa	Rysunek	Uwagi
1	2	3
Ortogonalna typ Warren		Pierwsze trzy rodzaje siatkowych sklepień (ortogonalne) powstawały poprzez różnicowanie ułożenia krzyżulców. Dopiero w roku 1892 Föppl dokonał istotnej modyfikacji, proponując siatkę trójdrożną. Typ Warren nazwę zawdzięcza inżynierowi, który go opatentował w roku 1848 i jest znamieny tym, że krzyżulce są nachylone naprzemiennie i tak by największe siły wywoływały rozciąganie, a nie ściskanie.

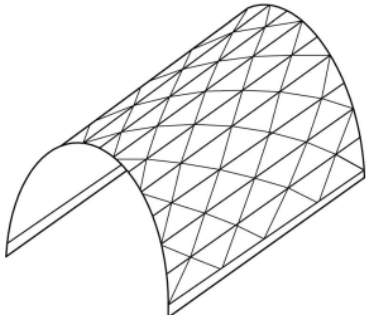
cd. Tablica.9 – Typy siatek sklepień beczkowych [opracowano na podstawie [78]]

1	2	3
Ortogonalna typ Pratt		Typ Pratt nazwę zawdzięcza inżynierowi, który go opatentował w roku 1844 i jest znamienny tym, że krzyżulce są nachylone w tą samą stronę,
Ortogonalna typ X		W wykratowaniu typu X jeden z krzyżulców jest rozciągany, a drugi ściskany. Najczęściej dopuszcza się do wyboczenia krzyżulca ściskanego i przejścia wszystkich sił przez krzyżulce rozciągane. Taki typ wykratowania jest inteligentny, ale kratownica jest statycznie niewyznaczalna z nieliniowością strukturalną i wymaga bardziej złożonych analiz mechanicznych.
Lamella		Popularne gwiazdźiste sklepienie tworzy siatkę w kształcie rombu.. Sklepienia lamella początkowo były wykonywane z drewna, lecz wraz ze wzrostem rozpiętości, stosowano bardziej wytrzymałą stal. W celu zwiększenia stabilności sklepienia i zmniejszenia ugięcia od niesymetrycznych obciążeń zastosowano płatwie (podłużne kratownice). Stworzyło to bardzo popularny trójdrożny typ siatki.
Trójdrożna (trójkierunkowa) Föppl		Siatka Föppla składa się z prętów równoległych do osi sklepienia rozpiętych pomiędzy przeponami szczytowymi. Pręty te podparte są boczenie przez krzyżulce, które łączą sąsiednie pręty podłużne, tworząc sklepienie siatkowe. Trójdrożny typ siatki sklepienia zapewnia równomierny rozkład naprężeń i znacznie mniejsze ugięcia w przypadku niesymetrycznego obciążenia w stosunku do ugięć obserwowanych przy innych typach siatki. Przy dużych rozpiętościach siatkowe sklepienia jednowarstwowe mają skłonność do niestabilności węzłów, zwłaszcza pod działaniem dużych niesymetrycznych obciążeń i dlatego należy stosować sztywne, a nie przegubowe węzły siatki. Trójdrożny typ siatki umożliwia budowę sklepienia przy wykorzystaniu równobocznych trójkątów złożonych z jednostek modułowych o identycznej długości krawędzi i ze stosunkowo prostymi węzłami, co jest szczególnie chętnie wykorzystywane w przekryciach prefabrykowanych.

Tablica.10. Konstrukcja sklepień beczkowych [opracowano na podstawie [78]]

Nazwa	Rysunek	Uwagi
1	2	3
Sklepienia długie $L/f > 5$		L- długość sklepienia f- strzałka wyniesienia (wysokość) sklepienia Dla sklepień długich ($L/f > 5$), a nawet średnio długich ($L/f > 3$) można stosować analogię belkową i traktować sklepienie, jako belkę o długości L i zakrzywionym przekroju poprzecznym. Najczęściej jednak wprowadza się dźwigary brzegowe wzdłuż linii podporowych sklepienia, które odgrywają pierwszorzędą rolę w przenoszeniu obciążeń. Dźwigary brzegowe są kratownicami o długości L, które obciąża się reakcjami pionowymi ze sklepienia, które jest traktowane, jako krótkie, czyli kształtowane w analogii łukowej. Reakcje poziome łuków (rozpór) należy przenieść przez sztywne słupy, posadzkę lub przypory, albo też zastosować ściągi bądź przepony sklepienia. W przypadku stosowania analogii belkowej należy też zwrócić, uwagę czy zachowane są warunki: zakres liniowo sprężystej pracy powłoki oraz symetryczne obciążenia poprzeczne i stały przekrój poprzeczny powłoki po długości belki- sklepienia.
Sklepienia średnie $5/3 > L/f > 1$		Dla sklepień średnich zachowanie konstrukcji jest skomplikowane: oba kierunki (podłużny - liniowy i poprzeczny - łukowy) są równie ważne. W takim przypadku zaleca się stosowanie analiz dokładnych (za pomocą przestrzennych modeli komputerowych). Wprowadzanie brzegowych belek podłużnych najczęściej jest w tym przypadku nieoptymalne, a analogia belkowa w kierunku podłużnym lub łukowa w kierunku poprzecznym nie daje zadowalających rezultatów

cd. Tablica.10 – Konstrukcja sklepień beczkowych [opracowano na podstawie [78]]

1	2	3
Sklepienia krótkie $\frac{1}{4} > L/f$ $< \frac{5}{3}$		Krótkie sklepienia mogą być traktowane jak łuk, który w tym przypadku przejmuje pierwszorzędą rolę w przenoszeniu obciążeń. Zachowanie się łuków zależy od ich geometrycznych proporcji i objawia się przede wszystkim siłą rozporową, która powinna być przejęta przez przypory, ściągi lub posadzkę. Ciąg krótkich sklepień można uzyskać poprzez zagęszczenie przepon opartych na słupach (tak jak pokazano na szkicu wyżej), lub poprzez zwiększenie wyniesienia klucza łuku, czyli zwiększenie wysokości sklepienia f (tak jak pokazano na szkicu obok).

W pracy [84], Makowski przedstawił współczesny stan teorii i praktyki sklepień beczkowych w zastosowaniu do nowoczesnych konstrukcji siatkowych.

6.3. Kopuła siatkowa

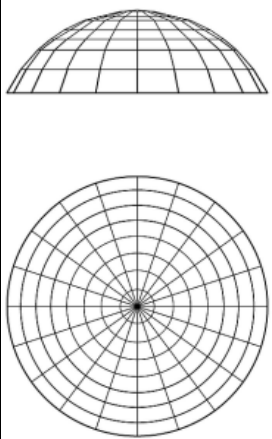
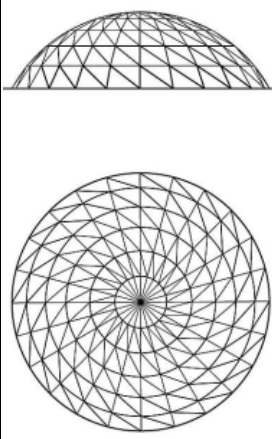
6.3.1. Rodzaje siatek i kopuł

Uogólnieniem sklepień beczkowych na drugi wymiar są kopuły, które były stosowane od najdawniejszych czasów. Kopuły są obiektem zainteresowania architektów i inżynierów, bo umożliwiają osiągnięcie dużych rozpiętości przekrycia przy małym zużyciu materiału. Taka optymalizacja jest możliwa poprzez przeważający udział naprężeń błonowych, co świadczy o tym, że są wynikiem ewolucji natury.

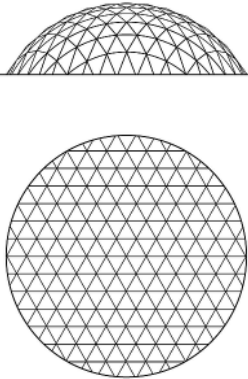
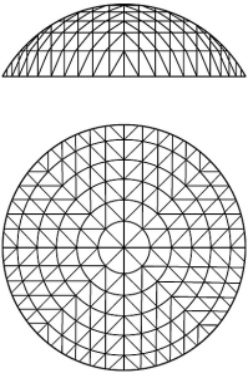
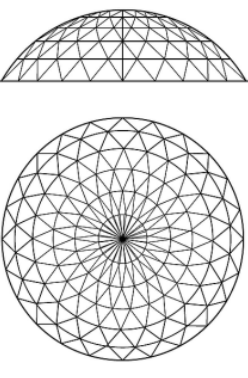
Stosowane są dwie formy powierzchniowe: lokalnie wypukłe (synklastyczne) oraz lokalnie siodłowe (antyklastyczne). Kształty synklastyczne mają powłoki: kuliste, paraboliczne lub eliptyczne. Kształty antyklastyczne mają powłoki hiperboloidalne.

Siatki prętów rozpięte na kopułach mogą mieć rozmaite układy, ale w praktyce stosuje się sześć typów, pokazanych w Tablica.11, a mianowicie: kopuły żebrowane, Schwedlera, trójdrożne, lamella (równoległe i krzywoliniowe) oraz geodezyjne.

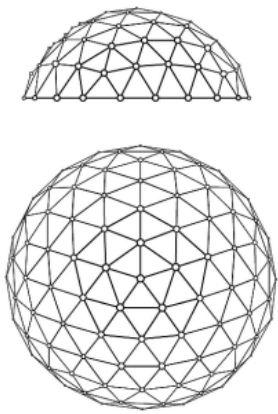
Tablica.11. Rodzaje siatek kopuł [opracowano na podstawie [78]]

Nazwa	Rysunek	Opis	Zalety
1	2	3	4
Żebrowe		Najwcześniejszy typ usztywnionej kopuły. Składa się z wielu identycznych południkowych sztywnych łuków pełnościennych lub kratownicowych, połączonych w wierzchołku pierścieniem zaciskowym. Równoleżniki są elementami drugorzędnymi ukształtowanymi w formie koncentrycznych pierścieni. W rezultacie kształt sieci jest trapezowy.	Może być wykonana ze stali, drewna lub żelbetu. Chętnie i często stosowana w historii architektury i konstrukcji ze względu na czysty układ - podział na łuki nośne i stężające pręty równoleżnikowe.
Schwedlera		Popularny typ sieci, wprowadzony przez Schwedlera już w 1863 roku. Składa się z prętów południkowych połączonych równoleżnikami, jak w kopułach żebrowych, ale z dodatkowym, ukośnym wykratowaniem każdego trapezu na trójkąty powłokowe. Stosuje się również wykratowanie krzyżowe trapezów powłokowych. W tym przypadku siatka prętów jest statycznie niewyznaczalna. Stosowane obecnie numeryczne metody analiz umożliwiają prostą analizę takich sieci, jak również sieci z węzłami sztywnymi, czyli systemu prętowego, w którym pręty przenoszą nie tylko siły osiowe, ale również zginanie i skręcanie.	Dodatkowe wykratowanie prowadzi do dużej odporności na działanie obciążeń niesymetrycznych. W przypadku wykratowania krzyżowego istotnie zwiększamy niezawodności kopuły oraz zmniejszamy wrażliwość na przeskok węzłów.

cd. Tablica.11 – Rodzaje siatek kopuł [opracowano na podstawie [78]]

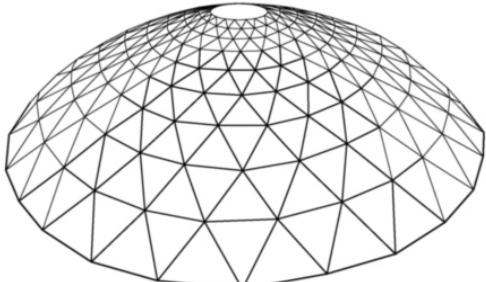
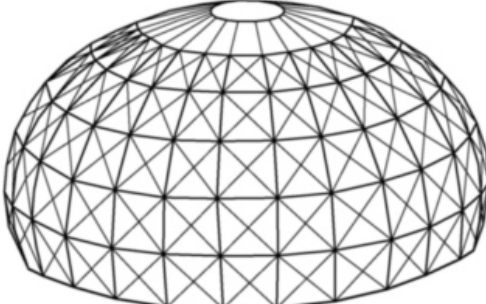
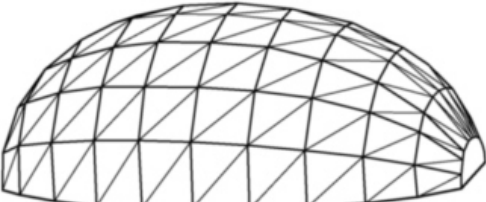
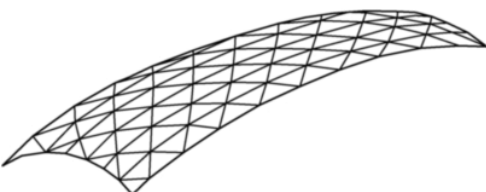
1	2	3	4
Trójdrożne		Sieć trójdrożna w kopułach jest uogólnieniem siatki trójkierunkowej w sklepieniach. Jest stosowana zarówno w kopułach jednowarstwowych jak i dwuwarstwowych. System trójdrożny został rozwinięty i opatentowany przez japońską firmę Tomoe Gumi Iron Works pod nazwą „Diamond Dome” („Diamantowa kopułka”)	Chętnie stosowane ze względu na równomierny rozkład sił (i materiału) w przypadku niesymetrycznego obciążenia. Wdrożono kilka praktycznych systemów kopuł trójdrożnych.
Lamella równoległe		Sieć lamella tworzy przecinające się dwukierunkowo pręty ukośne, tworząc siatkę w kształcie rombu, podobnie jak w siatce lamella w sklepieniach kolebkowych (pkt.6.2). Każdy element rombowy ma dwa boki, z których jeden jest dwa razy dłuższy od drugiego. Siatki lamella mogą być równoległe lub zakrzywione. Siatka równoległa jest konstruowana na planie kołowym, podzielonym jest na kilka sektorów (zwykle sześć lub osiem), a każdy sektor jest podzielony równoległe do żeber siatki rombu o tej samej wielkości.	Elementy tworzą diamentowy wzór, zastosowany w dwóch pierwszych wielkich stadionach sportowych USA: Houston Astrodome (1962/64), o rozpiętości 196 m i Superdome w Nowym Orleanie (1973), o średnicy 207 m. Typ kopuł Lamella bardzo popularny w USA i nazywany Kiewitt.
Lamella zakrzywione		W zakrzywionej sieci lamella zastosowano sieć rombów o różnych rozmiarach, stopniowo wzrastających od środka kopuły. Oczka rombów są tworzone przez ukośne żebra wzdłuż linii promieniowych. Czasami poprzez wprowadzanie pław opartych na koncentrycznych pierścieniach są tworzone oczka trójkątne.	Ponieważ pręty w każdym pierścieniu równoleżnikowym są równe, więc czas wytwarzania jest krótki, a montaż łatwy. Powszechnie uważa się, że ze względu na swoje piękno - nie są dostatecznie docenione w architekturze i niesłusznie wyparte przez kopuły geodezyjne.

cd. Tablica.11 – Rodzaje siatek kopuł [opracowano na podstawie [78]]

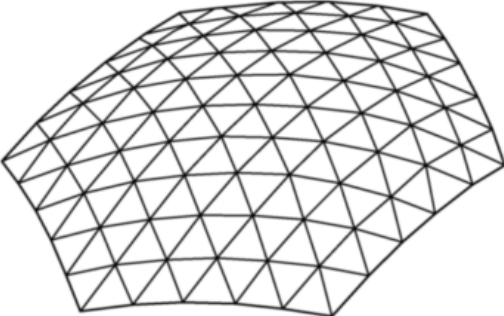
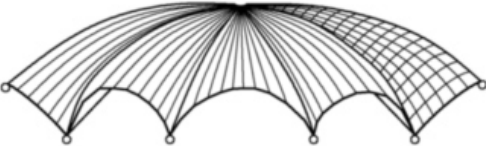
1	2	3	4
Geodezyjne		Siatki geodezyjne zostały opracowane przez B. Fullera, który uwypuklił zalety kopuł siatkowych, w których elementy główne leżą na dużym okręgu sfery i wprowadził <u>nazwę geodezyjne</u>. Powierzchnią bazową jest sfera, na której rozpięto siatkę trójdrozną złożoną z trójkątów sferycznych. Oryginalne kopuły Fullera były tworzone z dwudziestościanu, jako bryły wyjściowej do aproksymacji sfery. Fuller opracował kilka metod podziału sfery na trójkąty sferyczne, które krótko omówiono w kolejnym rozdziale pracy. Praktyka pokazuje, że układ sieci uzyskany z podziału geodezyjnego nie jest wystarczający, ponieważ prowadzi do przenicowania elementów i są wymagane pręty dodatkowe. W wyniku wprowadzenia dodatkowych prętów powstałe trójkąty nie są już równoboczne. Wraz ze wzrostem stopnia aproksymacji sfery i zmniejszaniem boków krawędzi, zwiększa się liczba różnych prętów i węzłów, co wpływa na wzrost kosztów kopuły.	Kopuły geodezyjne są bardzo ekonomiczne dla mniejszych rozpiętości z powodu małej liczby różnych prętów i węzłów. Dla dużych rozpiętości często stosuje się inne typy.

Kopuły buduje się na planie koła, elipsy, prostokąta lub wielokąta. W Tablica.12 pokazano kilka często stosowanych układów.

Tablica.12. Plan kopuł (opracowano na podstawie [68])

Nazwa	Rysunek	Uwagi
1	2	3
Plan koła Kopuła średnio-wyniosła		Najczęściej stosowany plan kopuł. Przy planie centralnym wykonstruowany jest otwór pod latarnię.
Plan koła Kopuła wyniosła		Kopuła wyniosła zachowuje się lepiej od małowyniosłej, ze względu na lepsze wykorzystanie "efektu kopuły" i małą wrażliwość na przeskok węzłów.
Plan elipsy Kopuła porcelankowa		Plan kopuł chętnie stosowany wspólnie wraz z nadaniem dynamicznego kształtu kopule.
Plan prostokąta Kopuła płaska		Plan dostosowany do kształtu przekrywanego obszaru. Wrażliwa na przeskok węzłów i praktycznie nie jest stosowana, jako jednopowłokowa, a jeśli to, jako ruszt z zakrzywionych belek (łuków).

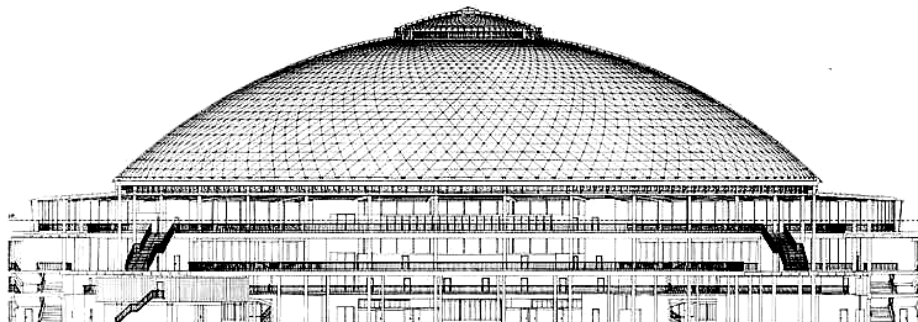
cd. Tablica.12 – Plan kopuł (opracowano na podstawie [68])

1	2	3
Plan sześciokąta Kopuła płaska		Konstrukcja umożliwiająca zmianę planu z kołowego na wielokątny; w przykładzie na sześciokątny.
Plan wielokąta Kopuła cykloidalna		Kopuła cykloidalna, jako wynik sklejenia kopuł żagielkowych lub jako wynik przejścia z planu kołowego na wielokątny.

Ważną realizacją kopuły siatkowej jest kopuła pawilonu na pierwsze Międzynarodowe Targi Maszynowe w Brnie, zrealizowana w 1959 roku (konstrukcja: Lederer F.) [28]. Na Rys.87 pokazano fotografię obiektu, na Rys.88 oryginalny projekt. Kopuła jest rozpięta na czaszy kulistej o średnicy zewnętrznej 122 m i wysokości (poziom świetlika) 46 m. Kopułę wieńczy okulis o średnicy 18 m.



Rys.87. Kopuła Lederera Brno (1958) [124]



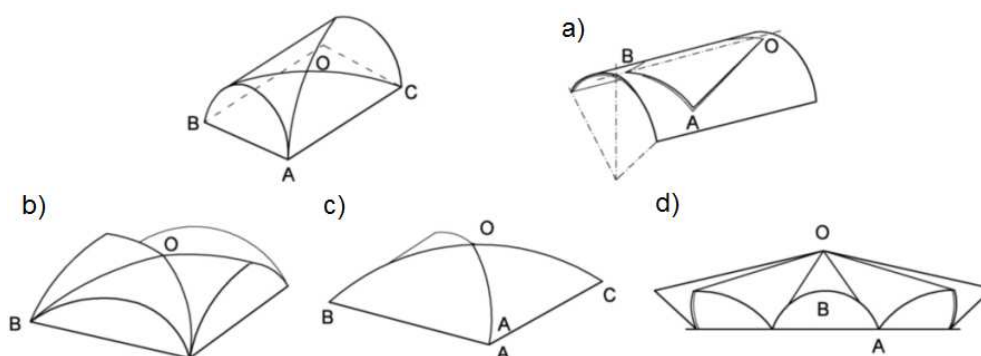
Rys.88. Kopuła pawilonu Z w Brnie (Lederer, 1958)

Kopuły siatkowe w odmianie kopuł geodezyjnych omówiono w pkt 6.4.

6.3.2. Przecięcia i sklejanie kopuł

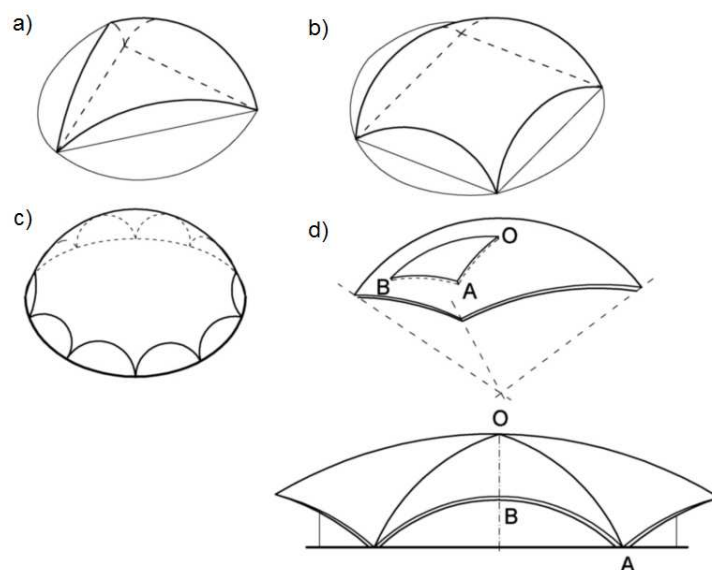
Podstawowymi formami siatkowych kopuł są powłoki jednokrzywiznowe (sklepienia) oraz powłoki dwukrzywiznowe najczęściej o krzywiznie sfery lub paraboloidy hiperbolicznej (pkt. 6.1.3). Ciekawe, nowe kształty można uzyskać poprzez łączenia tych podstawowych form. Umiejętność kombinacji kopuł w celu uzyskania założonych kształtów architektonicznych lub funkcjonalnych jest jednym z najważniejszych narzędzi w projektowaniu kopuł siatkowych. Należy przy tym brać pod uwagę wytrzymałość i stabilność konstrukcji, jako całości.

Cylindryczne sklepienia (łupiny) mogą być łączone po liniach ukośnych BOC i AOD (Rys.89a), a uzyskane wycinki można sklejać w kopuły na planie kwadratu (Rys.89b i Rys.89c) lub wielokąta (Rys.89d)



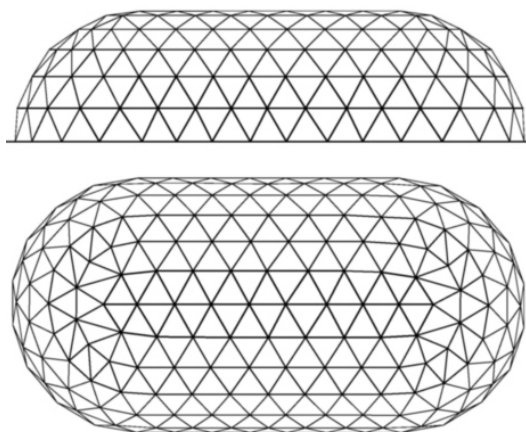
Rys.89. Przekroje i sklejenia sklepień cylindrycznych [78]

Sklejane kopuły dają jeszcze większe możliwości pod względem różnorodności przekrywanych rzutów od możliwości kopuł prostych (Tablica.12), co pokazano na kilku przykładach planów: trójkąta (Rys.90a), prostokąta (Rys.90b) oraz wielokąta (Rys.90c, d).



Rys.90. Pokrycie planu wielokątnego kopułami sklejanymi [78]

Na Rys.91 pokazano chętnie stosowane przekrycie pól torowych oraz lodowisk, ukształtowane z przekrycia siatkowego sklejanego ze sklepienia walcowego z czaszami kulistymi w ścianach szczytowych.



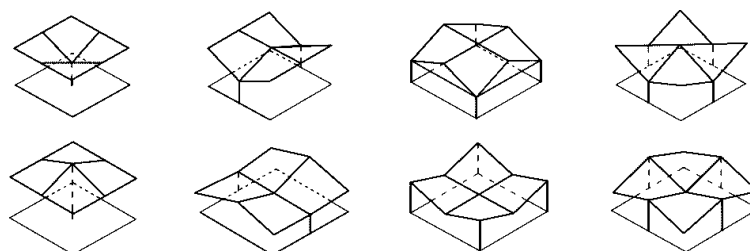
Rys.91. Przykład sklejenia sklepienia i kopuł siatkowych [78]

Warianty sklejenia hypar w celu przekrycia planu kwadratowego pokazano na Rys.92. Kombinacja czterech jednakowych elementów hypar prowadzi do różnych rodzajów bloków przekrycia ze słupami centralnymi lub dwoma lub czterema wokół zewnętrznego obwodu. Te podstawowe bloki można z kolei łączyć w superbloki w sposób ograniczony tylko możliwościami terenowymi.

Generacja złożonych powierzchni prowadzona jest najczęściej poprzez dobór sklejaney powierzchni złożonej z wielomianu dostatecznie wysokiego stopnia powierzchni bazowych.

Współczynniki aproksymacji dobiera się metodami regresji średniokwadratowej zgodnie z [63], z warunku najlepszego dopasowania matematycznej powierzchni regresji do znanego kształtu granicy i znanego położenia niektórych punktów we wnętrzu powłoki, wymaganych ze względów funkcjonalnych i architektonicznych.

W pracy [83] Makowski wyczerpująco przedstawił zagadnienia kształtowania i obliczania kopuł siatkowych.



Rys.92. Warianty sklejenia hypar na planie kwadratu [78]

6.4. Kopuła geodezyjna



Rys.93. Pierwsza kopuła geodezyjna Carl Zeiss Jena (Bauersfeld, 1923)

Kopuła geodezyjna jest współcześnie najbardziej znanym typem kopuł siatkowych. Pierwszą kopułę tego typu wybudowano już w 1923 r. jako kopułę planetarium w Carl Zeiss Jena (Rys.93). Autorem idei kopuł geodezyjnych był inżynier Walther Bauersfeld [18]. Dzięki patentom i realizacjom Buckmister'a Fullera, wynalazcy, który nie ukończył studiów wyższych, ale który za zasługi na polu kopuł geodezyjnych został uznany architektem, inżynierem i doktorem honoris causa prestiżowych Uczelni – kopuły geodezyjne stały się kanonem współczesnej architektury. Najbardziej znana kopuła Fullera została wzniesiona w 1967 roku, na Expo w Montrealu (Rys.94). Już pobieżne porównanie wskazuje na uderzające podobieństwo kopuły Bauersfelda i Fullera. Zróznicowane są co prawda

rozmiary kopuł: pierwsza ma 16, a druga 76 m średnicy. Potrzeba było aż 44 lat, by wybudować 5-krotnie większą kopułę geodezyjną.



Rys.94. Kopuła geodezyjna Montreal Expo o średnicy 76 m, pokryta akrylem (Fuller, 1967)

Na Rys.95 i Rys.96 pokazano jedne z pierwszych kopuł geodezyjnych zrealizowanych w połowie XX wieku po spopularyzowaniu idei ich stosowania przez R. B. Fullera [116], a mianowicie:

- 1) Climatron, gigantyczny klimatyzowany ogród botaniczny w St. Louis w stanie Missouri, wybudowany w konstrukcji stalowej w roku 1960,
- 2) Sports Arena Astrodome w Houston w Teksasie, wybudowany w roku 1965.



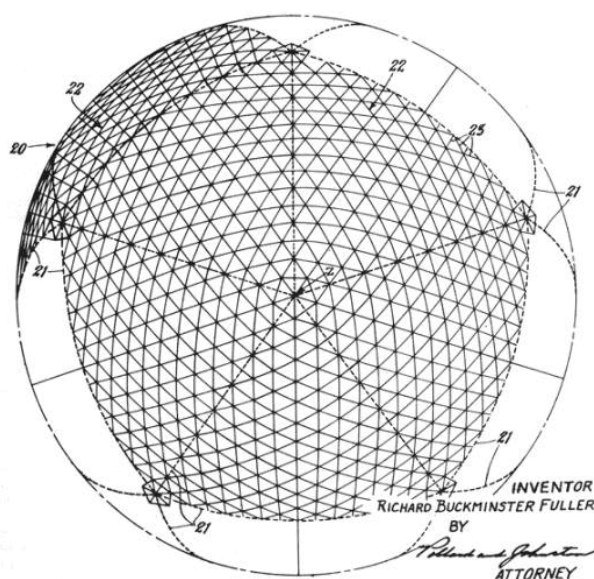
Rys.95. Pierwsza kopuła geodezyjna. Botaniczny ogród Climatron, St. Louis USA (1960) [118]



Rys.96. Sports Arena Astrodome Houston USA (1965) [120]

6.4.1. Wprowadzenie

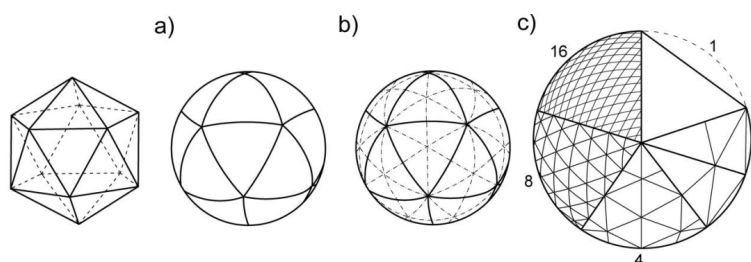
Istotą sukcesu kopuł geodezyjnych i zasługą Fullera jest opracowanie procedur podziału sfery na trójkąty sferyczne. Opis tej procedury na przykładzie dwudziestościanu jako bryły wyjściowej zawiera amerykański patent 2682235 z dnia 29 czerwca 1954 [52], [118] (Rys.97).



Rys.97. Patent R. Fullera nr USA 2682235 z dnia 1954-06-29

Po rozwiązaniu zadania „kwadratury sfery”, zbudowano procedury numeryczne, umożliwiając budowę ekonomicznych, bardzo lekkich przekryć. Ekonomiczność wynika z możliwości aproksymacji najlepszego kształtu natury - „bąbelka” za pomocą prostoliniowych prętów i prostych płaszczyzn o niewielkim zróżnicowaniu długości krawędzi, czyli łatwych

do prefabrykacji. W sposób ścisły wykazano przy tym, że w ogólnym przypadku nie jest możliwa aproksymacja sfery prętami o jednakowej długości lub takimi samymi trójkątami – liczba różnych elementów (prętów, trójkątów, węzłów kątów między krawędziami) zwiększa się wraz ze stopniem aproksymacji sfery.



Rys.98. Podział geodezyjny Fullera [78]

Fuller proponował rozpoczęcie aproksymacji sfery, wychodząc od dwudziestościanu (Rys.98a). W takim dwudziestościanie występuje 20 równobocznych trójkątów i jest to maksymalna liczba identycznych równobocznych trójkątów, które można rozpiąć na sferze. Dalsza procedura polega na podzieleniu każdego trójkąta na sześć (Rys.98b) poprzez podział każdego boku na dwie części i poprowadzenie „prostej” sferycznej do przeciwległego wierzchołka. W ten sposób na powierzchni kuli tworzy się 15-naście pełnych wielkich kół. Taki podział jest ściśle geodezyjny i od niego zawdzięczamy nazwę „kopuły geodezyjne”. Niestety ten podział nie jest w praktyce wystarczający, ponieważ generuje mechanizm przenicowania (przeskoku węzłów). Potrzebne są dodatkowe usztywnienia. Można to przeprowadzić poprzez różne rodzaje podziałów modułowych w zależności od docelowej wielkości kopuły. Warianty podziału pokazano na Rys.98c. Należy podkreślić, że w wyniku takich podziałów trójkąty w ogólności nie są już równoboczne - długości boków utworzonej siatki nie są już jednakowe, co oczywiście wpływa na wzrost ceny prefabrykacji elementów zgodnie z pracą [78].

Zwiększanie zróżnicowania elementów wraz ze wzrostem stopnia podziału jest jednym z powodów tego że, kopuły geodezyjne (pomimo ich niewątpliwych zalet) stosuje się chętnie dla mniejszych rozpiętości i są nieco mniej ekonomiczne od innych typów siatek dla większej rozpiętości kopuł. Wyniosłość kopuł siatkowych zawiera się zwykle w przedziale od 1/7 średnicy (płaskie kopuły) do 3/4 średnicy (wyniosłe kopuły). Dla kopuł o średnicy większej od 60 m zaleca się powłoki dwuwarstwowe, o grubości (odległości między warstwami) 1/30 do 1/60 rozpiętości, a dla dużych rozpiętości mogą dochodzić do 1/100 średnicy zgodnie z [78].

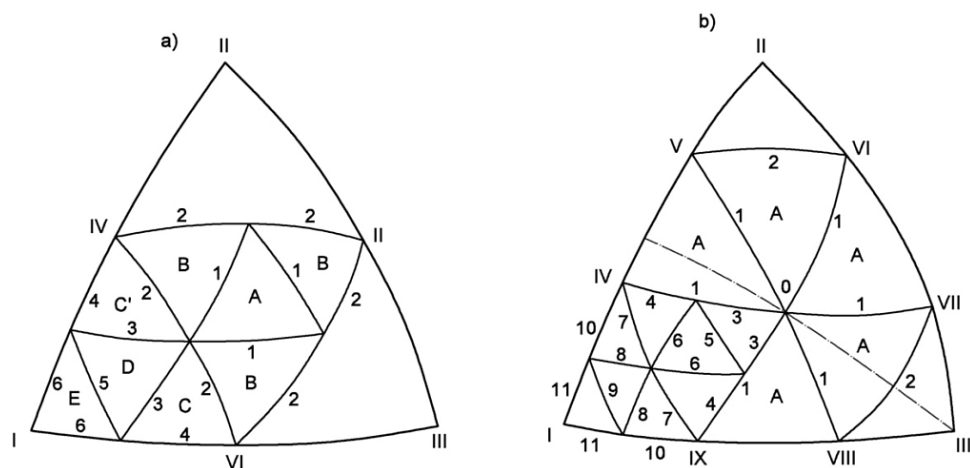
Podział powierzchni siatkowej kopuły może być w ogólności przeprowadzany kilkoma metodami wymienionymi w Tablica.11: 1) Schwedlera, 2) trójdrożne (trójkierunkowe), 3) lamella prostoliniowe, 4) lamella zakrzywione i wreszcie metodą geodezyjną, którą przedstawimy w pkt.6.4.2

6.4.2. Geodezyjny podział trójkąta sferycznego

6.4.2.1. Podział równobocznego trójkąta sferycznego

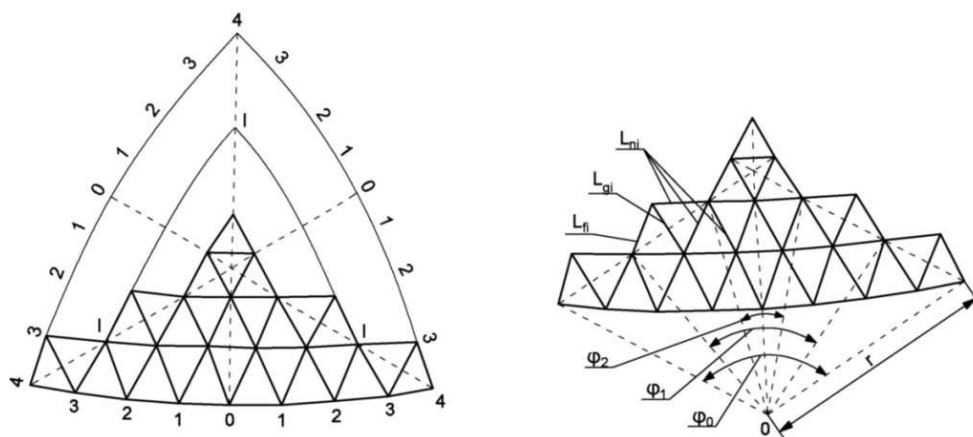
Fuller w opisie do swojego patentu, praca [53] podał dwa sposoby podziału równobocznego trójkąta sferycznego, tzn. trójkątów o wszystkich bokach równych.

Sposób 1 Fullera (wg środka boków) – Rys.99a: Trójkąt I,II,II dzieli się w ten sposób, że punkty środków boków IV, V, VI łączy się łukami wielkich kół. W wyniku podziału powstają: trójkąt równoboczny IV,V, VI oraz równoramienne trójkąty sferyczne I,IV,VI; II,V,IV; II,VI,V, które można dalej dzielić metodami opisanymi w pkt. 6.4.2.1. lub pkt.6.4.2.2, zależnie od rodzaju trójkąta.



Rys.99. Podział trójkątów równobocznych metodą Fullera [68]

Sposób 2 Fullera (wg środka trójkąta) – Rys.99b: Trójkąt I,II,II, dzieli się w ten sposób, że przez jego środek O prowadzi się łuki wielkich kół, prostopadłe do osi symetrii trójkąta (linia kreska-kropka). Daje to w wyniku sześć punktów podziału: IV, V, VI, VII, VIII, IX. Następnie łukami wielkich kół łączy się ze sobą punkty IV i IX, V i VI, VII i VIII i otrzymuje wewnątrz trójkąta wyjściowego regularny sześciokąt sferyczny IV,V, VI, VII, VIII, IX. Sześciokąt ten składa się z 6-ciu nowych trójkątów równobocznych, które można dalej dzielić 1 lub 2. sposobem Fullera.



Rys.100. Podział trójkąta sferycznego metodą Tarnaia [68]

Liczba różnych krawędzi pochodnych otrzymanych w podziale metodą Fullera zależy od stopnia podziału n , czyli liczby odcinków na który został podzielony bok podstawowego trójkąta sferycznego i wynosi:

$$\begin{array}{ll} n/2(n/2+1) & \text{dla } n=6k-1 \text{ i } n=6k-2 \text{ (} k=1,2,3,\dots \text{),} \\ (n+1)^2/4 & \text{dla } n=6k-3 \text{ i } n=6k-4 \text{ (} k=1,2,3,\dots \text{),} \\ n(n+3)/6 & \text{dla } n=3k \text{ (} k=1,2,3,\dots \text{).} \end{array}$$

Na przykład dla $n=6=3*2$, różnych krawędzi będzie $9=6(6+3)/6$.

W pracy [110] Tarnai przedstawił metodę podziału trójkąta sferycznego, pokazaną na Rys.100.

Trzy boki 4-4-4 dzieli się na n odcinków (na Rys.100 przykładowo na osiem). Łączy się ze sobą jednoimienne punkty podziału (3-3, 2-2 itd.) kołami wielkimi prostopadłymi do symetralnej 4-0 i do przecięcia z tą osią. Procedurę nazywamy podziałem stopnia n -tego. Z podziału metodą Tarnaia otrzymuje się: dla n podzielnego przez 3, same trójkąty równoramienne, a dla n niepodzielnego przez 3, otrzymujemy trójkąty równoramienne i jeden centralny trójkąt równoboczny. Liczba trójkątów pochodnych w podziale stopnia n , wynosi n^2 , zaś różnych krawędzi wielościanu jest n , a ich długości wynoszą:

$$l_{fi} = \frac{\varphi_i}{2(n-3)} \quad (8)$$

$$\sqrt{\frac{4l_{fi}^2 - l_{fi}^4}{1 + \tan^2 54^\circ}} \quad (9)$$

$$l_{ni} = 2r \sin(\chi_i / 2) \quad (10)$$

gdzie:

r - promień sfery,

φ_i - kąt utworzony między wierzchołkami równobocznego trójkąta sferycznego,

χ_i - kąt środkowy pręta l_{ni} , wyznaczony wzorami geometrii sferycznej.

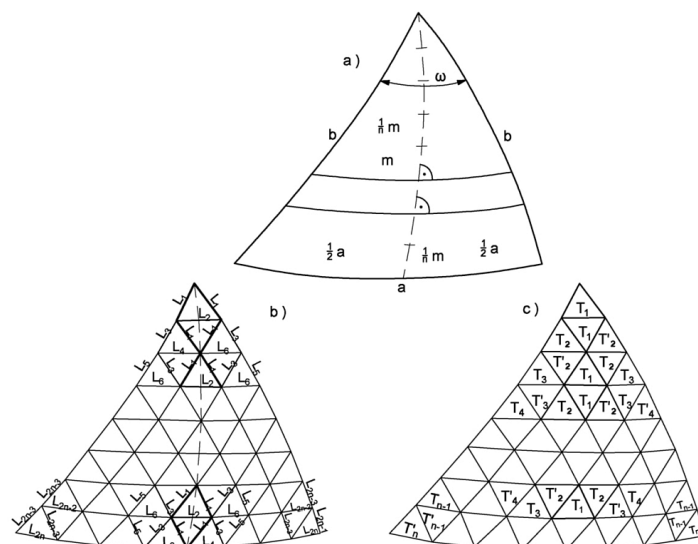
6.4.2.2. Podział równoramiennego trójkąta sferycznego

Fuller w patencie [53] podał też metodę podziału równoramiennego trójkąta sferycznego. Istotę metody przedstawia Rys.101.

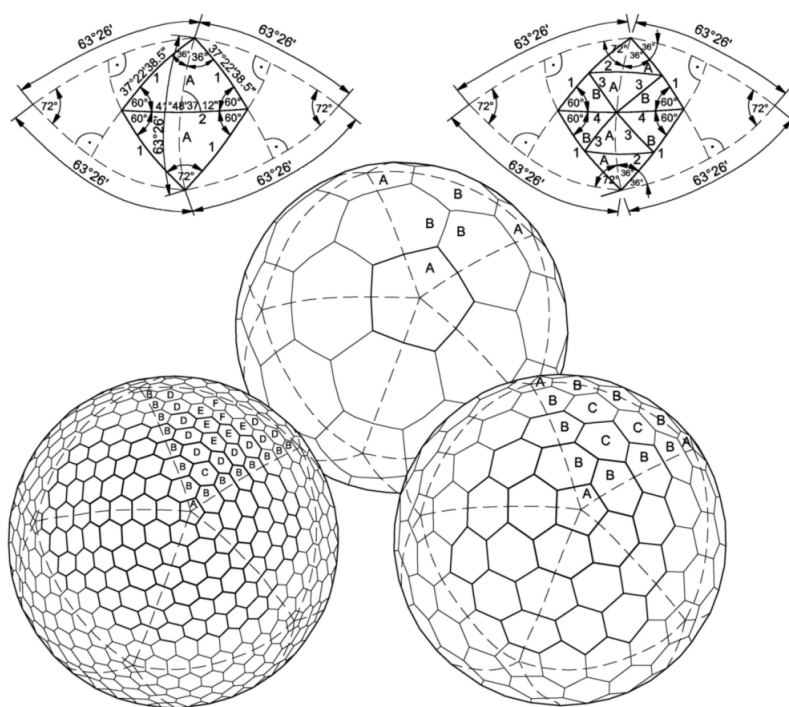
Symetralną ω , zawartą pomiędzy dwoma równymi ramionami trójkąta o długości m , dzieli się na n równych odcinków (Rys.101a). Przez punkty podziału prowadzi się łuki wielkich kół, prostopadłe do symetralnej i do przecięcia z ramionami trójkąta. Z miejsc przecięć prowadzi się równoległe do ramion łuki wielkich kół przez wyznaczone w kroku poprzednim punkty podziału symetralnej. Uzyskaliśmy podział trójkąta sferycznego na n^2 trójkątów sferycznych o różnych długościach boków l_i , rozmieszczonych zgodnie z Rys.101b. Podstawa trójkąta jest podzielona na $n/2$ różnych odcinków dla parzystego n lub na $(n+1)/2$ odcinków dla nieparzystych n .

Symetralną ω , zawartą pomiędzy dwoma równymi ramionami trójkąta o długości m , dzieli się na n równych odcinków (Rys.101a). Przez punkty podziału prowadzi się łuki wielkich kół, prostopadłe do symetralnej i do przecięcia z ramionami trójkąta. Z miejsc przecięć prowadzi się równoległe do ramion łuki wielkich kół przez wyznaczone w kroku poprzednim punkty podziału symetralnej. Uzyskaliśmy podział trójkąta sferycznego na n^2 trójkątów sferycznych o różnych długościach boków l_i , rozmieszczonych zgodnie

z Rys.101b. Podstawa trójkąta jest podzielona na $n/2$ różnych odcinków dla parzystego n lub na $(n+1)/2$ odcinków dla nieparzystych n .



Rys.101.Podział trójkąta równoramiennego metodą Fullera [68]



Rys.102.Podział dwudziestościanu sferycznego na sześciokąty sferyczne dla $n=2$, i $n=4$, oraz sferyczne siatki o oczkach sześciokątnych dla $n=4, 8, 16$ [68]

Najbardziej optymalną siatkę z warunku największej liczby jednakowych trójkątnych oczek w siatce otrzymuje się przy podziale bryły typu (5,5,5)g metodą Fullera. Bryła typu (5,5,5)g, to wielościan, w każdym wierzchołku którego zbiegają się krawędzie trzech ścian pięciokątnych. Litera g oznacza, że ściany zostały uzupełnione regularnymi piramidami o ścianach trójkątnych i wierzchołku leżącym na powierzchni sfery opisującej wielościan. Optymalny podział sfery na oczka sześciokątne.

Optymalny podział sfery na oczka sześciokątne to znaczy taki podział, w którym otrzymuje się dużą liczbę jednakowych oczek sześciokątnych zaproponowano w pracach [9] i [110]. Na Rys.102 zobrazowano wynik podziału rzędu $n=4,6$ lub 8, a także podano kąty sferyczne oraz długości boków sferycznych (też mierzonych w mierze kątowej), potrzebne do obliczeń podziału wg zasad trygonometrii sferycznej. Typy różnych sześciokątów oznaczono literami A,B,C,D. Widoczny jest wzrost liczby typów wraz ze wzrostem stopnia aproksymacji. Dla $n=2$ mamy dwa różne typy sześciokątów, a dla $n=6$, sześć różnych typów na pokazanym fragmencie kopuły.

6.4.3. Zalety i wady kopuł geodezyjnych

6.4.3.1. Zalety kopuł geodezyjnych

Z punktu widzenia inwestycyjnego kopuły geodezyjne charakteryzują się bardzo małym zużyciem stali na jednostkę przekrywanej powierzchni. We wprowadzeniu do swojego wynalazku Fuller podał, że w konwencjonalnych przekryciach zużywa się często 22 kg/m^2 , a On odkrył, że wystarcza tylko $0,35 \text{ kg/m}^2$, jeśli tylko przekrycie będzie rozpięte na sferze kulistej, a główne elementy konstrukcyjne będą połączone na wzór geodezyjny poprzez przybliżenie kół wielkich i utworzenie siatki trójdrożnej (trójkierunkowej). Z dzisiejszej perspektywy tak małe zużycie materiału konstrukcyjnego jest często określane hasłem: „konstrukcja jest lżejsza od powietrza” i jest traktowane jako figura retoryczna. Faktyczne zużycie stali w zrealizowanych kopułach osiąga kilka kg/m^2 , ale i tak jest kilka razy mniejsze niż w standardowych przekryciach stalowych.

Kopuły geodezyjne wykonywane z innych materiałów (drewna, a nawet żelbetu) charakteryzują się również bardzo małym zużyciem materiału, praktycznie nieosiągalnym przy innych typach przekryć. Konkurencyjne mogą być tylko przekrycia cięgnowe, ale w przypadku tych przekryć oszczędności w samym przekryciu praktycznie są zużyte na potężne bloki fundamentowe.

Kolejną zaletą kopuł geodezyjnych jest mała liczba różnych elementów, szczególnie w przypadku małych rozpiętości (pkt.6.4.2), co ułatwia prefabrykację i montaż.

Sfera kuli jest powierzchnią minimalną, co w praktyce oznacza, że kopuła geodezyjna zawiera co najmniej 30 % mniej pola powierzchni, niż w konstrukcji konwencjonalnej.

6.4.3.2. Praktyka i ... wady kopuł geodezyjnych

Opisane w pkt. 6.4.3.1 zalety kopuł geodezyjnych, w praktyce niestety nie ziszczają się. Cięcie trójkątów lub sześciokątów geodezyjnych z arkusza materiału jest bardzo nieekonomiczne i w rezultacie teoretyczny zysk na powierzchni (30%) jest praktycznie zniwelowany stratami technologicznymi. Jeśli chcemy tego uniknąć, to należy robić staranne i precyzyjne wykroje, oraz utylizować skrawki odpadów.

Montaż standardowych drzwi i okien w strukturze kopuły jest dużo większym wyzwaniem niż w płaskich ścianach klasycznych budynków, tu po prostu nie pasują proste pro-

stokąty wewnątrz trójkątów, chyba że zastosujemy indywidualnie pasowane okna i drzwi w kształcie dostosowanych do siatki geodezyjnej. Kopuły są zasadniczo różne od tradycyjnych budynków i wymagają innych technik budowlanych. Kopuły geodezyjne nie są zalecane do budowy domów lub budynków konwencjonalnych, ale raczej na: szklarnie, szopy, magazyny, altany, obiekty małej architektury, baseny, oranżerie, itp.

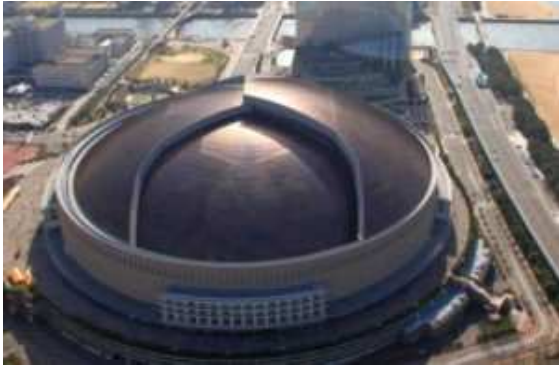
Wnętrze kopuły geodezyjnej należy w sposób niestandardowy wentylować, ogrzewać, w szczególności górne partie kopuły, gdzie zbiera się ciepłe i wilgotne powietrze, co prowadzi do problemów z kondensacją wilgoci i drastycznym pogorszeniem komfortu cieplno-wilgotnościowego wraz z narastaniem procesów gnilnych.

Jeśli ze względów funkcjonalnych należy zmodyfikować optymalny kształt kopuły geodezyjnej, najpewniej zostanie utracona większość korzyści z zastosowania rozwiązań geodezyjnych.

6.4.4. Największe kopuły geodezyjne

Największe kopuły geodezyjne zrealizowane do sierpnia 2015 r. zestawiono w Tablica.13

Tablica.13. Największe kopuły geodezyjne [134]

Pozycja Wielkość	Nazwa, Lokalizacja	Ilustracja
1 216 m	Fukuoka Dome, Fukuoka, Japonia	
2 187 m	Nagoya Dome, Nagoya, Japonia	

cd. Tablica.13 – Największe kopuły geodezyjne

1	2	3
3 180 m	Louvre Abu Dhabi, Emiraty Arabskie	
4 161 m	Tacoma Dome, Tacoma, Washington, USA	
5 160 m	Superior Dome, Northern Michigan University. Marquette, Michi- gan, USA, [18]	

6.4.5. Perspektywy stosowania kopuł geodezyjnych

Kopuły geodezyjne mają szereg zalet, opisanych wyżej, które wyczerpują się jednak wraz ze zwiększaniem się rozmiarów przekryć. Budowane obecnie bardzo duże kopuły mają z reguły inną konstrukcję niż geodezyjną. Przykładowo największa na świecie (na dzień 10-08-2015) kopuła Singapore National Stadium ma 310 m średnicy, a jej konstrukcja jest rusztem złożonym z trójpasowych łuków o krzywiznach dostosowanych do powierzchni kopuły (Rys.103).



Rys.103.Konstrukcja kopuły Singapore National Stadium [123].

6.5. Uwagi o obliczeniach kopuł

Kopuły prętowe są bardzo wrażliwe na imperfekcje systemowe, które objawiają się odchyleniami położenia węzłów w przestrzeni od położenia projektowanego, co jest związane ze szczególną formą niestateczności globalnej systemu, zdefiniowanej w pracy [93] jako przeskok węzła.

Mimo, że takie imperfekcje nie wynikają wprost z natury wskazanej w [PN-EN 1993-1-1](#) [N19], to znaczy imperfekcji przechyłowych, to jednak zasady wskazane w normie można stosować przez analogię do wyznaczenia równoważnych poziomych sił imperfekcji H_{Ed} odpowiadających odchyłkom poziomym węzła od idealnej powierzchni kopuły wg formuły (11) analogicznej do (56):

$$H_{Ed} = \Phi \cdot V_{Ed} \quad (11)$$

gdzie:

V_{Ed} – obliczeniowa siła pionowa oddziałująca na węzeł od obciążeń zewnętrznych

$\Phi = \Phi_0 = \Delta/L$ – niezamierzona pozioma, odchyłka węzła Δ , liczona względem długości sprawczej L , która powinna być wybrana w zależności od typu kopuły, a najczęściej jako odległość pionowa węzła od cięciwy łączącej węzły podporowe kopuły

Niezamierzona pozioma odchyłka węzła Δ powinna być ustalona przez Projektanta na podstawie statystycznych pomiarów zrealizowanych kopuł lub na podstawie granicznych tolerancji wg [PN-EN 1090-2](#) [N5] przez analogię do procedury opisanej w pkt. 11.2.3.

Przyjmując za właściwą dla kopuł tolerancję wykonania węzłów kratownic, dla których mamy $\Delta/L=500$ i stosując współczynnik obliczeniowy $\gamma=2,5$ jak dla słupów otrzymamy:

$$\Phi_0 = \frac{1}{500} \cdot 2,5 = \frac{1}{200} \quad (12)$$

Ze względu na to, że kopuły w ogólności są szczególnie wrażliwe na imperfekcje systemowe, więc nie zaleca się redukowania sił imperfekcji (11) analogicznie do (53), to znaczy dla kopuł można i zaleca się przyjmować $\Phi = \Phi_0$.

Uwzględnienie imperfekcji pionowego położenia węzłów kopuł jest zadaniem jakościowo innym: w zasadzie nie da się wyznaczyć równoważnych sił imperfekcji bez badania numerycznego układu z nieliniowościami strukturalnymi, w którym pręty ściskane przechodzą w stan rozciągania i pracują w stanie nadkrytycznym jak ciągną. Stosowna do tego jest więc analiza III, a co najmniej II rzędu (pkt. 8.6.3).

Zaawansowane podejście niezawodnościowe do analizy kopuł wrażliwych na przeskok węzła było przedmiotem pracy [102], w której zastosowano klasyczną metodę FORM do szacowania współczynnika niezawodności Hasofera-Linda β . Z najnowszych badań [38] wynika, że metodami inżynierskimi, mającymi szanse na wdrożenie w programach komputerowych obliczania konstrukcji nie są metody linearyzacji (w tym metoda FORM), ale szybkie metody symulacji numerycznych (Monte-Carlo). Wdrożenie tych zaawansowanych metod obliczeń niezawodnościowych jest szczególnie istotne w przypadku kopuł.

W aktualnej praktyce inżynierskiej kopuły nie występują zbyt często. Dlatego w ważnych przypadkach zaleca się przeprowadzenie projektowania wspomaganego modelowymi badaniami eksperymentalnymi, łącznie z wyznaczeniem obciążenia wiatrem poprzez badanie w tunelu aerodynamicznym. W celu zwymiarowania wstępnego kopuły można zastosować metodę A wymiarowania (pkt.11) dla kopuły rozpiętej na nominalnej powierzchni z uwzględnieniem sił (11) od imperfekcji globalnych i (57) od imperfekcji lokalnych.

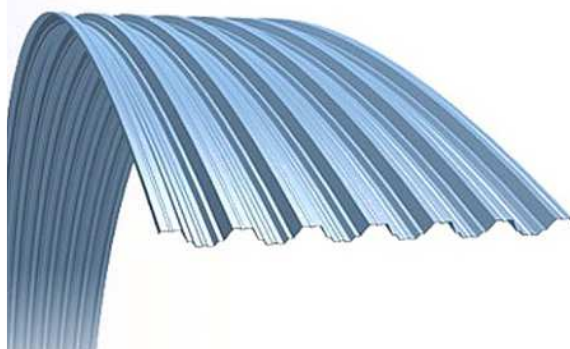
Przykład rachunkowy kopuły z uwzględnieniem efektu przeskoku pręta oraz z zastosowaniem obciążeń równoważnych od imperfekcji globalnych i lokalnych zawiera praca [44].

7. Sklepienia z blach trapezowych

Sklepienia z blach trapezowych mogą być utworzone z wygięciem blach w poprzek fałd ułożonych na konstrukcji szkieletowej i wówczas mamy do czynienia z poszyciem typu rozpatrzonego w pkt. 3.3.6. Niżej omówimy sklepienia, utworzone z wygięciem blach wzdłuż ich długości. W takich sklepieniach istotą jest uzyskanie łukowych blach, pokazanych na Rys.104.

7.1. Łukowe blachy trapezowe

Łukowe blachy trapezowe są wyrobem hutniczym uzyskiwanym poprzez wygięcie panelu na promień R wzdłuż długości fałd (Rys.104), lub mogą być prefabrykowane poprzez łączenie na śruby odcinków blach płaskich lub mało wyniosłych, analogicznie do konstrukcji tunelowych z blach falistych MultiPlate.



Rys.104. Panel łukowy z blachy faldowej [M1]

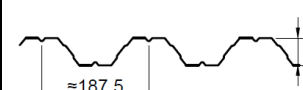
Konstrukcja pokazana na Rys.109, zrealizowana poprzez łączenie arkuszy blach na podkładce z profilu giętego na zimno wkrętami samogwintującymi wymaga starannego sprawdzenia nośności łączników w warunkach pracy pod dynamicznym obciążeniem wiatrem, czyli z warunku ich wykręcania. Zastosowanie nitów jednostronnych byłoby rozwiązaniem spełniającym ten warunek. Poprawne zastosowanie blach łukowych Floline pokazano na Rys.105.



Rys.105. Przykład realizacji hali łukowej w systemie Floline [M1]

System łukowych blach trapezowych znajduje zastosowanie w obiektach użyteczności publicznej, obiektach handlowych, przemysłowych i magazynowych zarówno, jako jednowarstwowe przekrycia samonośne, jak i przekrycia dwuwarstwowe, z warstwą izolacji termicznej.

Tablica.14. Panele LT40 oraz LT70 [M1]

Grubość blachy t [mm]	 LT40	 LT70
	Minimalny promień panelu R [m]	
1	2	3
0,63	11	-
0,75	8,0	13,0
0,88	6,0	9,0
1,00	4,5	7,0
1,25	4,0	6,0
1,50	3,0	6,0

Zdolność konstrukcji do przenoszenia obciążeń pionowych wynika z sił wewnętrznych występujących w łukach głównie w postaci sił normalnych, zaś stosowane dotychczas w budownictwie blachy trapezowe przenoszą obciążenia w postaci sił gnących, co znacznie

ogranicza rozpiętość między podporami. Dopiero zastosowanie blach trapezowych giętych łukowo w sposób ciągły pozwala na zwielokrotnienie nośności i osiągnięcie rozpiętości między podporami nawet do 20 m, co pozwala na zminimalizowanie konstrukcji oraz redukcję czasu i kosztów budowy.

Łukowe blachy trapezowe łączą w sobie zalety sklepień łukowych – walory architektoniczne i znaczną wytrzymałość – z najnowszymi osiągnięciami w technologii profilowania blach.

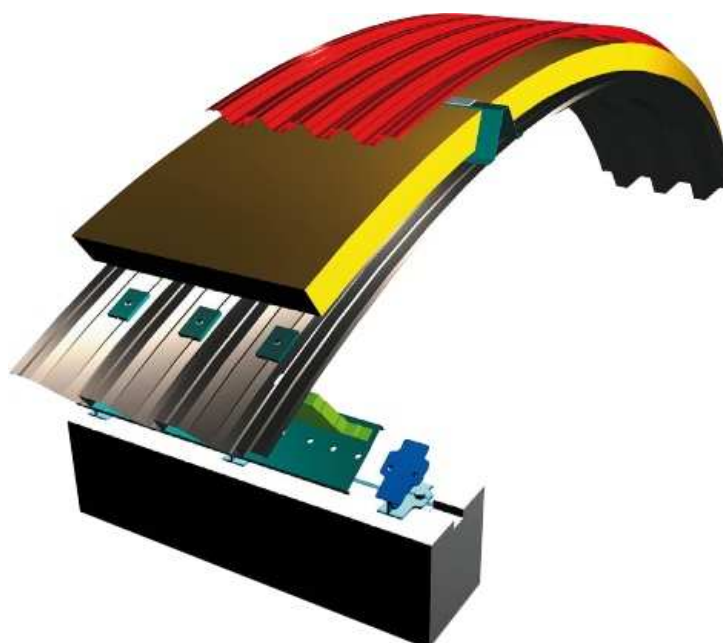
Łukowe blachy trapezowe są produkowane w Polsce przez [M1] pod nazwami handlowymi LT 40 i LT 70 i wytwarzane są na zautomatyzowanych, sterowanych komputerowo liniach technologicznych. Proces produkcji obejmuje w jednym zintegrowanym cyklu trapezowanie i ciągłe gięcie łukowe blachy. Promień gięcia blach łukowych podlega stałej kontroli laserowej. Asortyment obecnie produkowanych trapezowych blach łukowych zestawiono w Tablica.14.

7.2. System Floline (Legato)

Z blach przedstawionych w pkt. 7.1. można kształtować sklepienia: jednopowłokowe lub dwupowłokowe, pokazane na Rys.106.

Systemy złożone jest z blachy nośnej (spodniej), ocieplenia, profilu dystansowego oraz z blachy trapezowej wierzchniej.

System **Legato** przekryć łukowych z blach trapezowych opracowała austriacka firma Zeman & Co Gesellschaft mbH. Firma Zeman obecnie prowadzi w Polsce spółkę Zeman HDF (Hale, Dachy, Fasady) Greschbach-Zeman-Pokój. W 2013 roku Zeman sprzedał 50% udziałów w firmie Florprofile dla ArcelorMittal Construction, partnera od 1999 roku. System Legato jest produkowany również dzisiaj [M16], choć bardziej znany jest tożsamy system Floline [M1].



Rys.106.System przekryć łukowych Legato (lub Floline) [M16]

Dla płaskich blach trapezowych korzystamy z tabel, które przy założeniu określonych obciążeń, schematu statycznego i rozpiętości, zawierają dokładne dane umożliwiające dobór profilu blachy. Dla elementów łukowych nie ma możliwości zestawienia podobnych tablic, gdyż nośność elementów łukowych zależy nie tylko od rozpiętości i warunków obciążenia, ale także w znacznym stopniu od stosunku rozpiętości do promienia łuku. Stawiając sobie zadanie uwzględnienia wszystkich pośrednich wartości promieni, należałoby sporządzić niezliczoną ilość tabel dla różnych przypadków rozpiętości i obciążenia. Jest to praktycznie niemożliwe. Przeliczenie do tej pory ogromnej liczby przypadków wykazuje jednak, że istnieje określony stosunek rozpiętości do promienia, przy którym, lub w pobliżu którego, uzyskuje się pod względem statycznym, najlepszy efekt ekonomiczny. Takie wytyczne wskazano w systemie Floline [M1].

W systemie Floline korzystano z badań eksperymentalnych prowadzonych dla systemu Legato, które pozwoliły dobrać optymalne parametry oraz oszacować nośność przekryć dla konkretnych rozwiązań, w tym profili dystansowych oraz łączników blachy nośnej z profilem dystansowym i profilu z blachą wierzchnią.

W Tablica.15 i Tablica.16 podano graniczne rozpiętości łuków z blach Floline. Tabele mogą służyć do wstępnego zaprojektowania panelu z blach. Graniczne rozpiętości wyznaczono na obiektach modelowych, zamkniętych hal z dachem łukowym o stosunku rozpiętości do promienia = 1/1 i wysokość okapu nad 6 m. Przyjęto dwa warianty obciążenia śniegiem: $s = 0,75 \text{ kN/m}^2$ i $s = 1,00 \text{ kN/m}^2$, ciśnienie prędkości wiatru $w = 0,57 \text{ kN/m}^2$ (dla podstawowej prędkości wiatru 125 km/h w terenie kategorii 2) oraz z uwzględnieniem masy własnej określonych profili.

Tablica.15. Graniczne rozpiętości łuków jednopowłokowych z blach Floline [M1]

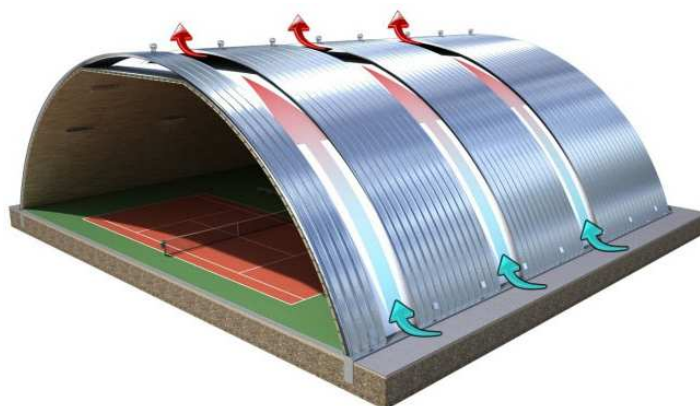
S [kN/m ²]	0,75 kN/m ²		1,00 kN/m ²	
t [mm]	LT40	LT70	LT40	LT70
1	2	3	4	5
0,75	8,75	13,50	7,75	12,25
1,00	9,75	15,00	8,50	13,50
1,25	10,50	16,50	9,50	15,00
1,50		17,50		16,00

Tablica.16. Graniczne rozpiętości łuków dwupowłokowych z dystansem 130 mm z blach Floline [M1]

S [kN/m ²]	0,75 kN/m ²		1,00 kN/m ²	
t ₁ + t ₂ [mm]	LT40	LT70	LT40	LT70
1	2	3	4	5
0,88+0,75	16,00	20,00	15,00	20,00
1,25+0,88	17,50		15,75	

Dalsze szczegóły należy spełnić zgodnie z zaleceniami [M1].

7.3. System Hupro



Rys.107. System przekryć łukowych Hupro [M8]

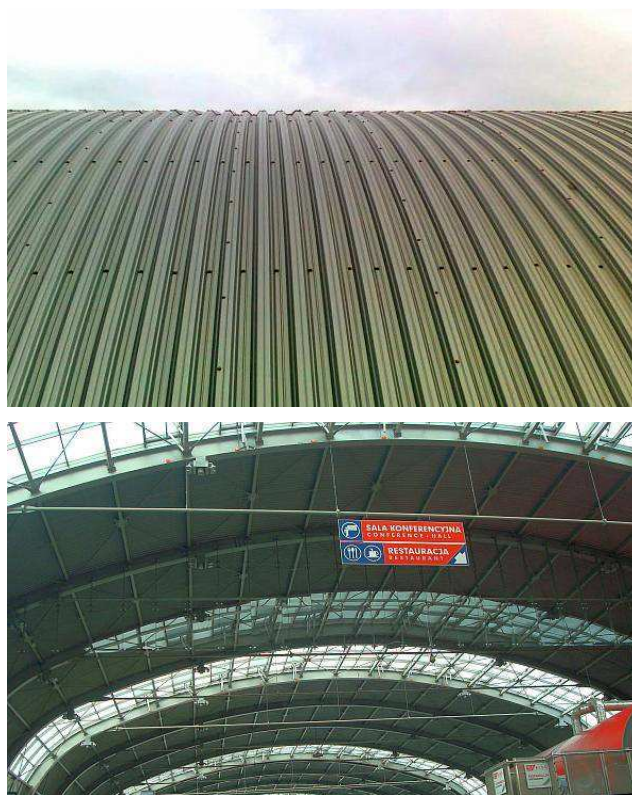
Amerykańsko-kanadyjski system hal łukowych Hupro [77] daje możliwość budowy hal o rozpiętości od 9 do 42 m i długości, będącej wielokrotnością szerokości 61,0 cm podstawowego panelu. System zaprojektowano z warunku szybkiego montażu i łatwego transportu. Hale doskonale nadają się na obiekty sportowe, przemysłowe, magazynowe, garażowe i inne. Na Rys.107 pokazano zastosowanie hali na zadaszenie kortów tenisowych z zaznaczeniem sposobu wentylacji.

7.4. Realizacja dwupowłokowego sklepienia z blach fałdowych. Hala Targi Kielce

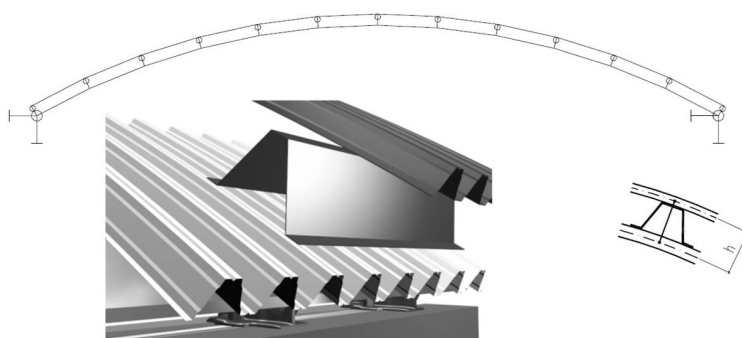
Na Rys.108 pokazano wejście główne do reprezentacyjnej hali Targów w Kielcach, w której zastosowano dwupowłokowe sklepienie z blach fałdowych, a na Rys.109 widok na przekrycie od zewnątrz i od wewnątrz obiektu.



Rys.108. Reprezentacyjna hala Targi Kielce [28]



Rys.109. Widok z zewnątrz (foto u góry) i z wewnątrz (foto na dole) przekrycia hali Targów Kielce, pokazanej na Rys.108 [28]



Rys.110. Łuk nośny dwupowłokowego systemu Floline i kapeluszowy profil dystansowy [M1]

Zastosowane rozwiązanie przekrycia dwupowłokowego pokazano na Rys.78, detal „a”. Na warstwę wierzchnią przekrycia zastosowano łuk systemu Floline z profilu LT 40 x 0,75 (Tablica.14), giętego na promień 7,5 m i 37,8 m, a na warstwę dolną (nośną) łuk z profilu LT40 x 0,88, giętego na promień 7,3 m i 37,6 m. Pomiedzy blachami zastosowano dystansowy zetownik gięty na zimno Z 60 x 150 x 1,5 zg. Profile dystansowe stężano między sobą prętami C 50x110x 1,5 zg. Powyższa konstrukcja stanowi odstępstwo od zaleceń systemu

Floline, który opracowano i przebadano dla profili dystansowych kapeluszowych, pokazanych na Rys.110. To odstępstwo niestety spowodowało nadmierną odkształcalność przekrycia i problemy eksploatacyjne obiektu.

7.5. Uwagi do obliczania sklepień z blach fałdowych

Prototypy sklepienia z blach fałdowych były zaprojektowane ze wykorzystaniem badań eksperymentalnych. Na tej podstawie dla wąskiej klasy producenci sklepień [M1] sformułowali zalecenia do uproszczonych metod obliczeniowych.

Chodor w [28] pokazał, że przekrycia jednowałokowe i dwuwałokowe z blach fałdowych można i należy analizować jako wałki średniej grubości podatne na ścinanie według teorii Reisnera-Mindlina (np. za pomocą programu ABAQUS). Sztywność na ścinanie wałki złożonej można określić w zadaniu pomocniczym, na płytowo tarczowym modelu wycinka łukowego o przekroju złożonym ze ścianek profilu dystansowego oraz łukowych blach fałdowych. Ten sposób analizy pozwala zaprojektować przekrycie o dowolnych krzywiznach oraz różnych profilach dystansowych i pozwala prawidłowo dobrać łączniki pomiędzy profilem dystansowym i blachą nośną oraz wierzchnią.

Przykład rachunkowy sklepienia pokazanego na Rys.108 zawiera praca [44].

7.6. Przekrycia z blach falistych i innych blach profilowanych

W ostatnich latach intensywnie zaczęły rozwijać się konstrukcje powłokowo-gruntowe w zastosowaniu na mosty, wiadukty i przepusty drogowe, ale także na przekrycia obiektów kubaturowych [80], [59].

Najczęściej stosowane są rury spiralne karbowane ze stali ocynkowanej, połączone śrubami arkusze blach MultiPlate lub blachy o wysokim profilu SuperCor [80].



Rys.111. Hala łukowa z blach falistych [107]

Na Rys.111 pokazano halę z łukowych paneli falistych [107], spełniającą wiele kryteriów budownictwa ekologicznego i energooszczędnego. Struktura **EcoSheel** składa się z dziewięciu sklepień, z których każde jest odpowiednio mniejsze od wyższego. Taka konstrukcja pozwala wprowadzić światło naturalne do wnętrza przestrzeni poprzez okna wbudowane w ścianach czołowych. Sklepienia te mogą być wykonane jako dwuwałokowe i może być łatwo izolowana do dowolnej grubości, poprzez wdmuchanie izolacji między dwie-

ma powłokami. Odzysk wody deszczowej jest łatwy ze względu na głębokie fałdy, które naturalnie zbierają wodę i kierują ją do rynien w podstawie. Ogniwa fotoelektryczne lub kolektory słoneczne są montowane na zakrzywionej powierzchni budynku co podnosi ich efektywność. System Multi – EcoShell Eco jest wykorzystywany do przekrycia budynków biurowych, przychodni, restauracji, obiektów handlowych, winnic, a nawet obudowy istniejących obiektów.

W przypadku konstrukcji powłokowych, współpracujących z gruntem projektujemy je jako odkształcalne i możemy wymiarować według różnych teorii, z których największe zastosowanie ma metoda kanadyjska [17] lub skandynawska [99].



Rys.112.Przekrycie dwukrzywiznowe z blach płaskich na rąbek

Obok blach trapezowych i falistych na sklepienia łukowe stosuje się również inne blachy profilowane lub siatki, dostosowane do wizji architektonicznej:

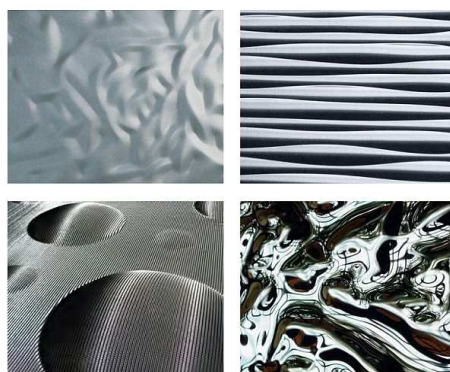
1. blachy płaskie na rąbek stojący ułożone na powierzchni jedno- lub dwukrzywiznowej, najczęściej prostokątnej po linii rąbków (Rys.112),
2. blachy z regularnymi wytłoczeniami (Rys.113),
3. blachy z nieregularnymi krzywiznami i wytłoczeniami (Rys.114),
4. blachy z innymi wytłoczeniami, na przykład pokazanymi na Rys.115.



Rys.113.Blachy z wytłoczeniami na krzywiznie stożka [127]



Rys.114. Blachy z nieregularnymi wytłoczeniami i krzywiznami [M9]



Rys.115. Blachy z różnymi wytłoczeniami [M9]

Analizy konstrukcyjne takich nieregularnych przekryć należy prowadzić dla indywidualnie aproksymowanych powierzchni, na których są rozpięte, a także z użyciem odpowiednich programów, elementów i algorytmów, numerycznych. Wymiarowanie zaleca się prowadzić imperfekcyjną metodą A (pkt. 11).

8. Konstrukcje cięgnowe

8.1. Wprowadzenie

Konstrukcje cięgnowe są dziś synonimem nowoczesności: celowości i logiki dzieła - jako wymóg ekonomiczności i zamierzenia twórcy: w budowlach wielkich przekryć pokonywania wielkich rozpiętości. W kategoriach nowoczesności mieści się także bicie rekordów w tym zakresie, np. praca [112]. Konstrukcje cięgnowe są stosowane między innymi w: mostach wiszących i podwieszanych, halach widowiskowo-sportowych, pawilonach wystawowych, dworcach i hangarach, masztach i kominach z odciągami, wyciągach narciarskich i kolejkach linowych, napowietrznych liniach energetycznych, urządzeniach do transportu ludzi i materiału [75]. Konstrukcje cięgnowe coraz częściej występują wraz z opisanymi w pkt.9 przekryciami membranowymi, wykonanymi z nowoczesnych, trwałych i wytrzymałych materiałów tekstylnych – tkanin technicznych.

8.2. Konstrukcje cięgnose, a krzywa łańcuchowa

Konstrukcje cięgnose znamienne są tym, że pojedyncze cięgno (lina) doskonale nierozciągliwe i nieskończenie wiotkie o niezerowej masie, swobodnie zwisające pomiędzy dwiema podporami w jednorodnym polu grawitacyjnym, przyjmuje kształt krzywej łańcuchowej, danej prostym równaniem [87]:

$$y(x) = k \cdot \left[\cosh\left(\frac{x}{k}\right) - 1 \right] \quad (13)$$

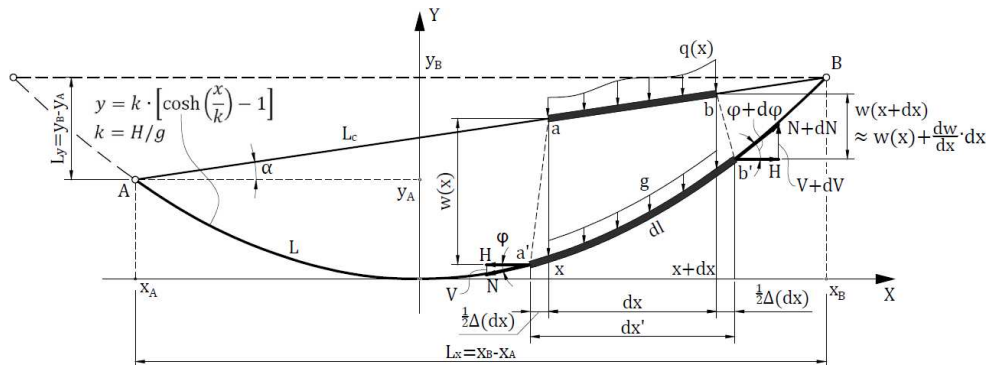
gdzie:

x, y - współrzędna i rzędna,

$k = H/g$ - parametr krzywej łańcuchowej, zależny od poziomej składowej siły w cięgni

H oraz ciężaru własnego g (Rys.116), który w Tablica.20 został oznaczony jest jako w .

Krzywa łańcuchowa jest przedmiotem wielu opracowań, np.: [64], [87], [100], [122]. W opracowaniach tych wyczerpująco przedstawiono sens fizyczny i mechaniczny krzywej łańcuchowej.



Rys.116. Cięgno układu się w krzywą łańcuchową $y(x)$

Na (Rys.116) pokazano cięgno rozpięte pomiędzy punktami A i B oddległymi od siebie o L_c , tworzącymi cięciwę nachyloną pod kątem α do poziomu o długości L_x w rzucie na oś x i L_y w rzucie na oś y .

Równanie prostej (A-B) zapiszemy w postaci:

$$y_{(A-B)}(x) = \tan \alpha (x - x_A) + y_A \quad (14)$$

Cięgno pod dowolnym obciążeniem pionowym $q(x)$, w tym pod ciężarem własnym $g = \text{const}$ ułoży się w kształt łańcuchowej (13) o długości L . Odcinek (a-b) o długości dx przed odkształceniem rozciągnie w odcinku (a'-b') do długości dl , a w rzucie do dx' .

Można wykazać [87], że składowa pozioma H siły w cięgni N jest stała w każdym punkcie cięgna. Natomiast zmienne jest siłą osi $N(x)$ owa oraz jej składowa pionowa $V(x)$ zgodnie z zależnościami:

$$H = \text{const} \mid N(x) = H \cosh\left(\frac{x}{k}\right) \mid V(x) = H \sinh\left(\frac{x}{k}\right) \quad (15)$$

Funkcję zwisu $w(x)$ wyznaczmy, jako różnicę cięciwy (14), oraz funkcji łańcuchowej (13) i po uwzględnieniu wartości rzędnej punktu A: $y_A = k[\cosh(x_A/k) - 1]$, otrzymamy wyrażenie:

$$w(x) = \text{tg } \alpha \cdot (x - x_A) + k \cosh\left[\left(\frac{x_A}{k}\right) - \cosh\left(\frac{x}{k}\right)\right] \quad (16)$$

Długość cięgna pomiędzy punktami (A-B) jest długością krzywej (13) na odcinku $[x_A, x_B]$, i wynosi:

$$L = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + y'^2} dx = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + \sinh^2\left(\frac{x}{k}\right)} dx = \int_{x_A}^{x_B} \cosh\left(\frac{x}{k}\right) dx = k \left(\sinh \frac{x_B}{k} - \sinh \frac{x_A}{k} \right) \quad (17)$$

Wykorzystując związki pomiędzy funkcjami hiperbolicznymi ze wzoru (17) możemy uzyskać inne wyrażenie na długość cięgna [87]:

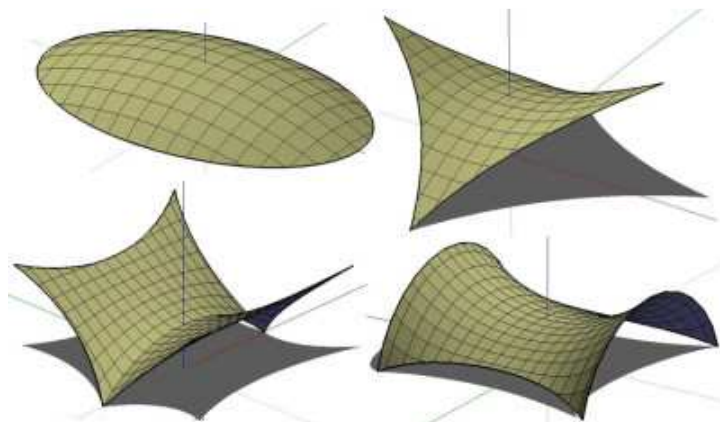
$$L = \sqrt{L_y^2 + \left[2k \cdot \sinh\left(\frac{L_x}{2k}\right) \right]^2} \quad (18)$$

8.3. Typy, podstawowe zalety i wady konstrukcji cięgowych

Zastosowanie konstrukcji cięgowych umożliwia: dużą swobodę w kształtowaniu bryły budynku, możliwość otrzymania dużej rozpiętości, powierzchni i niewielki ciężar konstrukcji, który zawdzięczamy wysokiej wytrzymałości materiału jak też występowaniu w cięgnach optymalnego układu sił, czyli wyłącznie sił rozciągających. Niestety lekkość samego układu cięgowego dla równowagi prowadzi do: dużych obciążeń fundamentów i ciężkich bloków kotwiących, skomplikowanego wykonawstwa ze względu na konieczność ustalenia właściwej geometrii i stężenia ustroju, a także sprężenia i kotwienia cięgien pod dużym naciągiem.

W praktycznych sytuacjach należy użyć bardzo specjalistycznego sprzętu z wysokokwalifikowanym i doświadczonym zespołem inżynierów oraz techników. Z powodu bardzo silnych nieliniowości geometrycznych klasyczne metody projektowania zawodzą i należy stosować metody półodwrotne (zgadywania poprawnej geometrii i sprężania cięgien, a następnie sprawdzania podstawowych równań teorii sprężystości (Navier'a, Cauchy'ego i Hooke'a). Kolejne iteracje prowadzone są ręcznie z użyciem programów komputerowych, np. [M13]. Takie obliczenia są żmudne, wymagają dobrej znajomości teorii oraz zachowania konstrukcji linowo - membranowych i są prowadzone przez wyspecjalizowane ośrodki i inżynierów.

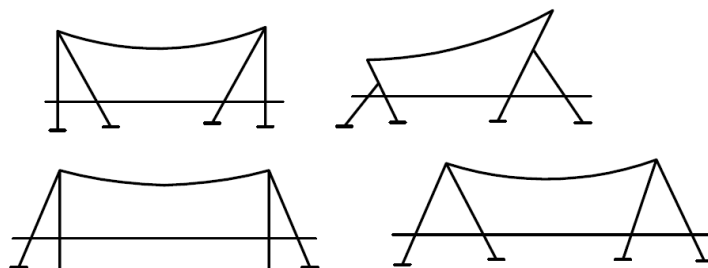
Na Rys.117 pokazano często stosowane kształty przekryć cięgowych, które opisano w Tablica.8, dotyczącej powierzchni dwukrzywiznowych.



Rys.117. Często stosowane kształty przekrój cięgowych

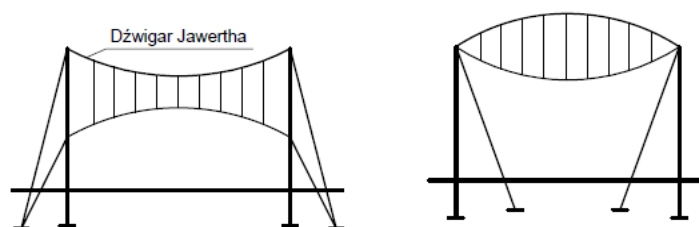
Podstawowe rodzaje konstrukcji cięgowych, to:

Pojedyncze ciężna, gdzie elementem nośnym są pojedyncze ciężna (Rys.118), tworzące wiązkę ciężien ułożonych równolegle lub radialnie i zakotwionych w konstrukcji wsporczej. Zabezpieczając strukturę przed ujemnymi wpływami ssania wiatru, pokrycie musi mieć duży ciężar własny, co zmniejsza walory ekonomiczne.



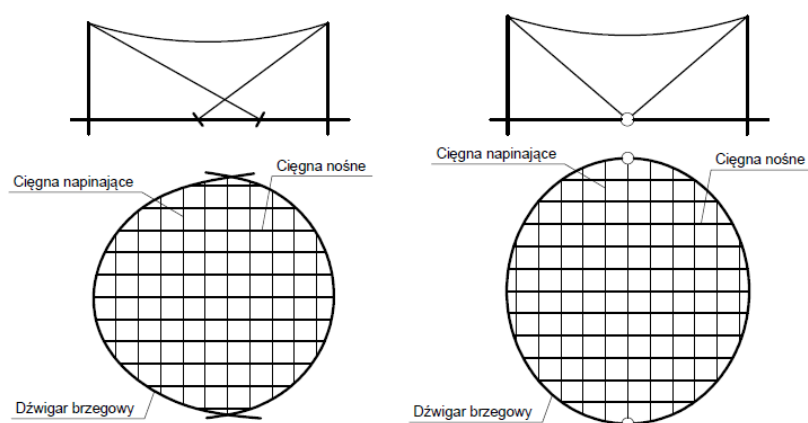
Rys.118. Pojedyncze ciężno [95]

Płaskie wiązary ciężnowe zwane też kratownicami (dźwigarami) Jawertha (Rys.119), w których zastosowano ciężna napinające pojedyncze ciężna (nośne), otrzymując napięty płaski dźwigar ciężnowy. Napięcie znacznie ogranicza przemieszczenia wywołane nierównomiernym obciążeniem oraz poprawia wrażliwość ustroju na drgania wywołane porywami i ssaniem wiatru.



Rys.119. Wiązary ciężnowe płaskie [95]

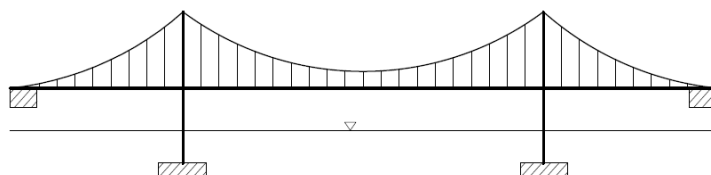
Powierzchniowe siatki cięgnowe (Rys.120), składają się z cięgien: nośnych i napinających rozpiętych na zakrzywionej powierzchni, w odróżnieniu od wiązarów płaskich. Obydwa rodzaje cięgien są kotwione w dźwigarze brzegowym, który oprócz oparcia na fundamencie przytrzymywany jest na obwodzie słupami lub odcciągami.



Rys.120.Powierzchniowe siatki cięgnowe [95]

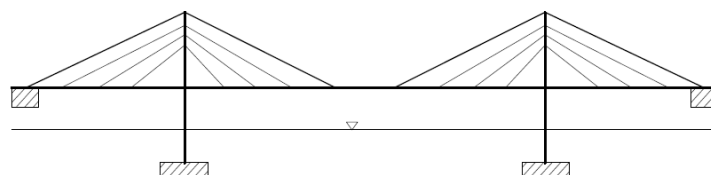
Szczególnym rodzajem konstrukcji cięgowych są:

Mosty wiszące (Rys.121), odznaczają się bardzo elastyczną formą. Ustrój nośny stanowią dwa kable wsparte na wysokich pylonach do którego zostaje podwieszany najczęściej żelbetowy lub stalowy pomost.



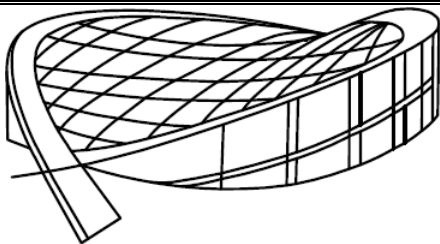
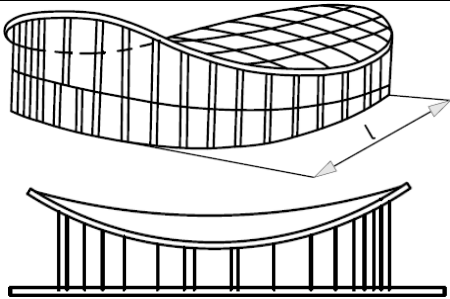
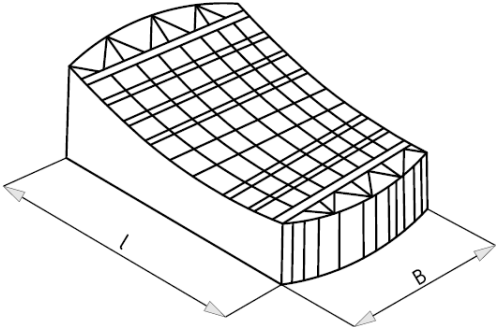
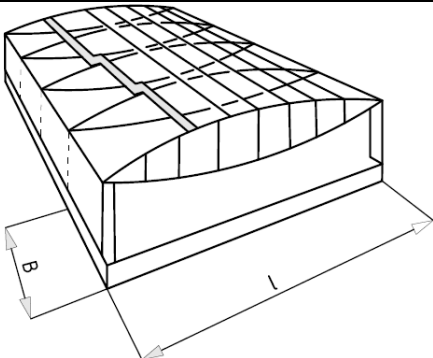
Rys.121.Mosty wiszące [95]

Mosty podwieszane (zwane wantowymi) są formą przejściową pomiędzy mostem tradycyjnym, a mostem wiszącym. Ustrój nośny stanowią ukośne liny (rozmessezczone na ogół w kształcie wachlarza) zamocowane do wysokich pylonów, których kształty mogą być bardzo zróżnicowane (Rys.122).

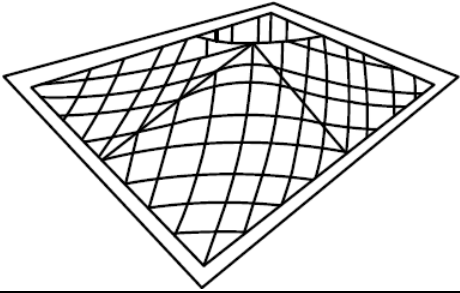
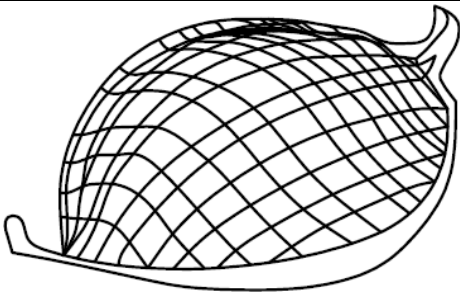
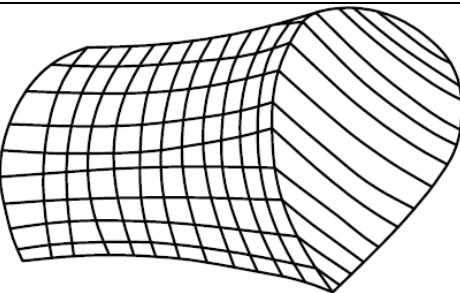


Rys.122.Mosty podwieszane [95]

Tablica.17. Podstawowe rodzaje przekryć cięgnowych (opracowano na podstawie [68])

Rysunek	Kształt powierzchni	Najczęstsze zastosowania
1	2	3
	Siodłowa	Obiekty sportowe
	Hiperboliczna	Pawilony wystawowe
	Siodłowa	Hale sportowe i widowiskowe
	Siodłowa	Hale sportowe i widowiskowe

cd. Tablica.17 – Podstawowe rodzaje przekryć cięgowych (opracowano na podstawie [68])

1	2	3
	Cylindryczna	Teatry, kina
	Cylindryczna	budynki przemysłowe
	Sklejenie czterech elementów siodłowych	budynki przemysłowe, sportowe, wystawowe

8.4. Cięgna

Cięgna są elementami o dużej nośności na rozciąganie i niewielkiej sztywności na zginanie, to znaczy nie przenoszą momentów zginających oraz sił ściskających. Cięgna, zbliżone do ideału pod względem małej sztywności na zginanie, nazywane się cięgnami wiotkimi, wykonywanymi jako druty lub splotki w trzech grupach A, B i C (Tablica.18). Cięgna sztywne wykonane z kształtowników stalowych i obciążone siłami rozciągającymi zdolne są przenosić również momenty zginające, ale jest to traktowane pobocznie i z reguły prowadzi do zmniejszenia efektywności materiałowej elementu.

Cięgna poprzez zastosowanie specjalnych połączeń z konstrukcją, powinny być przystosowane do regulacji i wymiany podczas eksploatacji budowli w którą są wbudowane. Wymóg ten sprawia, że cięgna są na ogół prefabrykowane i dostarczane na budowę łącznie z konstrukcją wsporczą. Właśnie takie regulowane i wymienne cięgna są przedmiotem podstawowej normy do projektowania konstrukcji cięgowych [PN-EN 1993-1-11](#) [N24].

Cięgna, które nie spełniają wymogu regulacji i wymienności stosowane są głównie w mostach podwieszanych lub mostach sprężanych i z reguły nie są stosowane w przekryciach budowli.

Tablica.18. Grupy i rodzaje cięgien
Tablica 1.1 PN-EN 1993-1-11 [N24]

Grupa	Główne elementy rozciągane	Konstrukcja cięgna
1	2	3
A	Pręt okrągły	System prętów rozciąganych, pręt do sprężania
B	Druty okrągłe	Lina splotkowa jednozwita
	Druty okrągłe i zetowe	Lina zamknięta
	Druty okrągłe i splotki	Lina splotkowa
C	Druty okrągłe	Splotka o liniowym styku drutów (PWS)
	Druty okrągłe	Wiązka równoległych drutów
	Splotka z siedmiu drutów (do sprężania)	Wiązka równoległych splotek

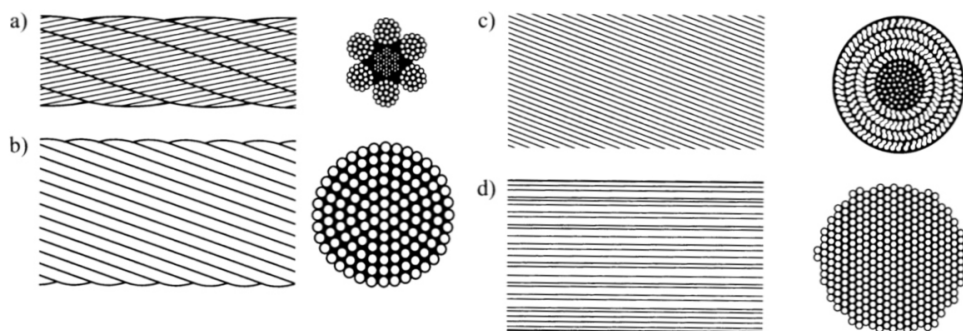
Do wyrobów grupy A wg Tablica.18, zalicza się również pręty okrągłe zakończone gwintem (stężenia dachów, ścian i dźwigarów, odciaży dachów i pylonów, systemy cięgien do kratownic drewniano-stalowych oraz konstrukcji stalowych płaskich i przestrzennych).

Cięgna grupy B składają się z drutów, których końce są zakotwione w tulejach zaciskowych lub innych końcówkach i są produkowane w zakresie średnic od 5 mm do 160 mm (*PN-EN 12385-2+A1* [N7]).

Cięgna grupy C wymagają indywidualnego lub zbiorczego zakotwienia i szczególnej ochrony przed korozją.

Liny splotkowe jednozwite stosuje się jako: odciaży masztów antenowych, kominów przemysłowych, innych masztów i mostów, cięgna nośne i brzegowe w konstrukcjach lekkich, wieszaki lub cięgna główne w mostach podwieszonych, cięgna stabilizujące w siatkach cięgnowych oraz kratownicach. Liny zamknięte stosuje się w zakresie średnic od 20 do 180 mm, głównie na: odciaży i cięgna główne w konstrukcjach mostowych, cięgna główne i stabilizujące w kratownicach cięgnowych, odciaży pylonów i masztów, cięgna brzegowe w siatkach cięgnowych. Liny splotkowe stosuje się jako: odciaży masztów, wieszaki w mostach podwieszonych, cięgna tłumiące i stabilizujące pomiędzy odciażami, cięgna brzegowe w membranach z tkanin. Wiązki równoległych splotek stosuje się jako odciaży w mostach stalowych i zespolonych, cięgna główne w mostach.

Na Rys.123 pokazano najczęściej występujące rodzaje lin stalowych.



Rys.123. Rodzaje lin stalowych: a) splotkowa (wielozwita), b) spiralna zwarta, c) spiralna zamknięta, d) kabel złożony z pojedynczych drutów lub lin [103]

Splotka (żyła) jest elementem liny, składającym się z drutów o odpowiednim kształcie i wymiarach, splecionych helisoidalnie w tym samym lub przeciwnych kierunkach, w jednej lub kilku warstwach wokół rdzenia. Lina splotkowa (wielozwita) jest zespołem splotek splecionych helisoidalnie w jednej (lina jednowarstwowa) lub kilku warstwach wokół rdzenia lub środka (lina nieodkrętna lub o równoległym ułożeniu splotek). Lina jednozwita (spiralna) jest zespołem co najmniej dwóch warstw drutów splecionych helisoidalnie wokół drutu centralnego. Lina zamknięta jest liną jednozwitą z zewnętrzną warstwą prętów zetowych. Ciężno jest głównym elementem rozciągającym w konstrukcji (np. w moście wantowym) i składa się z liny, splotki lub wiązki równoległych drutów lub splotek.

Do oceny trwałości cięgien stosuje się klasy ekspozycji podane w Tablica.19

Tablica.19. Klasy ekspozycji
Tablica 2.1 PN-EN 1993-1-11 [N24]

Grupa	Środowisko korozyjne	
	wewnętrzne	zewnętrzne
1	2	3
nieznaczące	klasa 1	klasa 2
głównie osiowe	klasa 3	klasa 4
osiowe i poprzeczne (wiatr i deszcz)	-	klasa 5

Ciężary jednostkowe i współczynniki wypełnienia najczęściej stosowanych lin zestawiono w Tablica.20. Współczynnik wypełnienia jest to stosunek sumarycznego nominalnego pola przekroju wszystkich drutów do pola wewnątrz obrysu, opartego na nominalnej średnicy liny. Ciężar jednostkowy jest ciężarem własnym jednostkowego odcinka liny, uwzględniającym ciężar przekroju metalowego wraz z zabezpieczeniem antykorozyjnym.

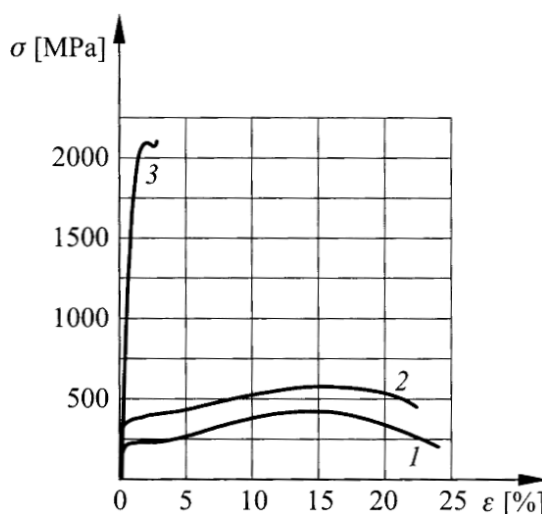
Tablica.20. Ciężary jednostkowe w i współczynniki wypełnienia *f*
Tablica 2.2 PN-EN 1993-1-11 [N24]

		Współczynnik wypełnienia <i>f</i>							Ciężar jednostkowy w x 10 ⁻⁷
		1 warstwa drutów zetowych	2 warstwy drutów zetowych	>2 warstwy drutów zetowych	Liczba warstw wo- kół drutu centralne- go				
					1	2	3-6	>6	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Liny splotkowe jednozwite				0,77	0,76	0,75	0,73	830
2	Liny zamknięte	0,81	0,84	0,88	0,56				830
3	Liny splotkowe z drutów okrą- głych								930

Na Rys.124 porównano charakterystykę wytrzymałościową typowego druta na liny z charakterystyką stali S235 i S355. Stal na druty lin ma wielokrotnie wyższą wytrzymałość od stali konstrukcyjnej.

Wytrzymałość charakterystyczną f_y i f_u dla stali konstrukcyjnej oraz $f_{0,2}$ lub $f_{0,1}$ i f_u dla drutów przyjmuje się jak następuje:

- dla stali zgodnie z [PN-EN 1993-1-1](#) [N19] i [PN-EN 1993-1-4](#) [N21],
- dla drutów zgodnie z [PN-EN 10264-1 \(U\)](#) [N1], [PN-EN 10264-2 \(U\)](#) [N2], [PN-EN 10264-3 \(U\)](#) [N3] i [PN-EN 10264-4 \(U\)](#) [N4],
- dla lin zgodnie z [PN-EN 12385-4+A1](#) [N9], [PN-EN 12385-10+A1](#) [N11],
- dla zakończeń lin stalowych zgodnie z [PN-EN 13411-3+A1](#) [N12],
- dla splotek zgodnie z [prEN 10138-3 \(U\)](#) [N28].



Rys.124. Charakterystyki wytrzymałościowe różnych stali: 1 – stal S235, 2- stal S355, 3- stal na druty lin [103]

Zalecane kategorie wytrzymałościowe lin są następujące:

- druty stalowe okrągłe $R_r=1770$ MPa,
- druty stalowe zetowe $R_r=1570$ MPa,
- druty okrągłe ze stali nierdzewnej $R_r=1450$ MPa.

Wytrzymałość liny jest stowarzyszona z minimalną siłą zrywającą linę F_{min} , ale niekoniecznie odpowiada wytrzymałości drutów na rozciąganie.

Moduły sprężystości ciągów można przyjmować następująco:

- ciągna grupy A: $E=210,0$ GPa, z wyjątkiem ciągów ze stali nierdzewnej, dla których należy stosować parametry wg [PN-EN 1993-1-4](#) [N21],
- ciągna grupy B: na podstawie badań w zależności od poziomu naprężeń oraz od tego, czy ciągnie było przeciągnięte oraz obciążone i odciążone,
- ciągna grupy C: wg [prEN 10138-3 \(U\)](#) [N28],

Przy braku wyników badań doświadczalnych, w pierwszym przybliżeniu obliczeniowej procedury iteracyjnej dla ciągów grupy B i C, można przyjmować początkowy moduł sprężystości wg Tablica.21.

Dla lin zamkniętych moduł sprężystości E można przyjmować według wykresu [rys. 3.1. PN-EN 1993-1-11](#) [N24].

W przypadku analizy konstrukcji w trwałych sytuacjach obliczeniowych fazy eksploatacji stosuje się sieczny moduł sprężystości, wyznaczony w ten sposób, że bada się min 5 cykli obciążenia pomiędzy minimalną i maksymalną siłą w ciągnie, wywołaną charakterystycznymi obciążeniami stałymi i zmiennymi.

Szytywności cięgien można wyznaczać, mnożąc moduł sprężystości E przez pole przekroju metalowego A_m .

Cięgna grupy B należy przycinać na wymiar, ustalony dla określonego obciążenia zgodnie z [pkt 3.4](#), a długości i tolerancje wykonania należy ustalać zgodnie z [pkt 3.5 PN-EN 1993-1-11](#) [N24].

Tablica.21. Moduł sprężystości E_Q odpowiadający obciążeniom zmiennym Q

[Tablica 3.1 PN-EN 1993-1-11](#) [N24]

	Typy cięgien wysokiej wytrzymałości	E_Q [kN/mm ²]	
		Druty stalowe	Druty ze stali nierdzewnej
1	2	3	4
1	Liny splotkowe jednozwite	150 ± 10	130 ± 10
2	Liny zamknięte	160 ± 10	-
3	Liny splotkowe z rdzeniem CWR	100 ± 10	90 ± 10
4	Liny splotkowe z rdzeniem CF	80 ± 10	-
5	Wiązki równoległych drutów	205 ± 5	-
6	Wiązki równoległych splotek	195 ± 5	-

Współczynnik rozszerzalności termicznej przyjmuje się: $\alpha_t = 12 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ dla drutów stalowych ze stali konstrukcyjnej; $\alpha_t = 16 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ dla drutów stalowych ze stali nierdzewnej.

W przypadku próbek krótkich o długości mniejszej niż 10-krotna długość zwoju uwzględnia się to, że pełzanie próbki jest mniejsze niż w przypadku długiego cięgna. Przy braku dokładnych danych, efekt ten można uwzględnić, przygotowując krótsze cięgna o 0,15 mm na każdy metr długości.

8.5. Zakotwienie cięgien

Zakotwienia cięgien są istotnym elementem konstrukcji cięgnowych: mają duży wpływ na bezpieczeństwo konstrukcji cięgnowych, gdyż są najczęściej umiejscowione w miejscach największego wyężenia i jednocześnie są najdroższymi elementami. Ze względu na różnicowanie wymagań i technologii wyróżniamy zakotwienia:

1. cięgien sprężających (nośnych i napinających),
2. wieszaków,
3. cięgien wantowych.

Od zakotwień cięgien oczekuje się aby umożliwiały naciąg cięgna, a po jego zakończeniu zapewniały trwałe przenoszenie siły w ciągnie (utrzymanie siły naciągu oraz długości cięgna) przez cały okres użytkowania elementu i ponadto powinny zapewniać dokładne wprowadzenie w cięgno siły o projektowanej wartości.

Cięgna sprężające zarówno grup B jak i C są zakończone tulejami zalewanymi metalem lub żywicą ([PN-EN 13411-4](#) [N13]); tulejami wypełnianymi zaprawą cementową; pierście-

niami ochronnymi (kauszami) i nasadkami (**PN-EN 13411-3** [N12]); końcówkami i złączami zaciskowymi; zaciskami linowymi kabłąkowymi (**PN-EN 13411-5** [N14]); lub zakotwieniami klinowymi wiązek drutów, formowanymi na zimno łbami drutów lub nakrętkami dla prętów.

Wieszaki umożliwiają proste i trwałe rozwiązania konstrukcyjne, ponieważ nie podlegają kontrolowanemu naciągowi na montażu i mogą być tradycyjnie przygotowane na warsztacie. Dlatego są chętnie i często stosowane przez wykonawców. Czasami podlegają kontrolowanemu naciągowi wstępnemu i wówczas stosuje się tradycyjne metody wprowadzania siły sprężenia, stosowane w konstrukcjach stalowych (**PN-EN 1090-2** [N5]).

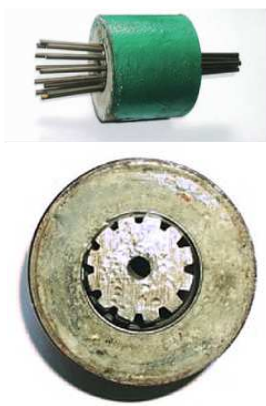
Cięgna wantowe są realizowane najczęściej w formie podwieszeń w mostach wantowych (podwieszanych). Wanta, to pochodzący z języka żeglarskiego termin określający olinowanie podtrzymujące maszt, złożone z wielu prawie równoległych lin. W tym przypadku fundamentalne znaczenie zyskuje wymaganie trwałości zmęczeniowej.

W każdej z grup wyróżnia się zakotwienia czynne i bierne. Zakotwienie CZYNNNE umożliwia naciąg drutów, splotów, prętów lub lin z możliwością regulacji siły. Zakotwienie BIERNE zapewnia utrzymanie pojedynczych drutów, splotów, prętów lub lin, ale bez możliwości regulacji naciągu.

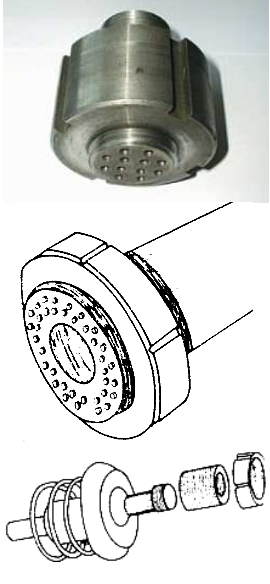
Zakotwienia cięgien sprężających dzielimy ponadto na zakotwienia cięgien z drutów sprężających, zakotwienia cięgien ze splotów sprężających oraz zakotwienia cięgien prętowych.

Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien zestawiono w Tablica.22.

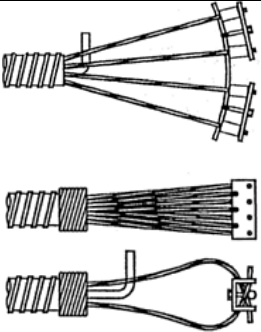
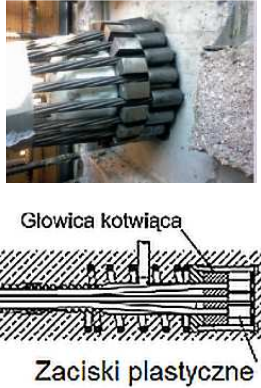
Tablica.22. Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

Nazwa	Opis	Szkic
1	2	3
CIĘGNA Z DRUTÓW SPRĘŻAJĄCYCH		
Zakotwienie stożkowe	CZYNNE Składa się z bloku kotwiącego w postaci elementu stalowego lub żelbetowego silnie uzwojonego lub umieszczonego w odcinku rury, ze stożkowym otworem w środku, na którego powierzchni umieszczono spiralnie zwinięty drut, oraz ze stożka kotwiącego z podłużnymi kanałami na obwodzie. Zakotwienie stożkowe działa na zasadzie wciskania stożka między naciągnięte druty, a ostateczne zaklinowanie kabla następuje po zwolnieniu naciągu, gdy nastąpi poślizg stożka.	
	BIERNE Zakotwienia klinowe oraz stożkowe mogą również pełnić rolę zakotwień biernych - z reguły nie stosuje się uproszczeń w konstrukcji zakotwienia.	

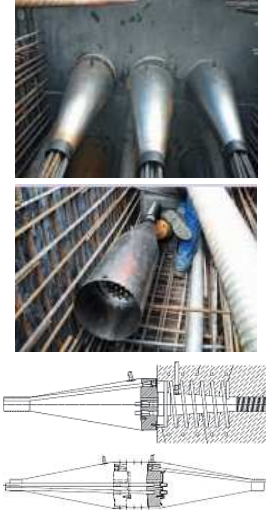
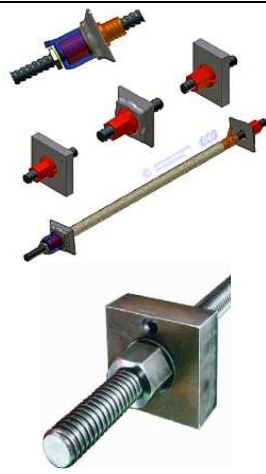
cd. Tablica.22 – Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

1	2	3
Zakotwienie główkowe	BIERNE Składa się ze stalowego bloku w kształcie walca z szeregiem równoległych otworów przelotowych o średnicy nieco większej niż średnica drutów w kablu. Otwory są rozfryzowane. W otworach opierają się główki spęznione na końcach drutów. Walcowy blok opiera się na płycie stalowej umieszczonej na czołe sprężanej konstrukcji. CZYNNE W przypadku zakotwienia czynnego, powierzchnia pobocznic walca jest gwintowana, a na niego jest nakręcona nakrętka większej średnicy, która pozwala regulować siłę w ciągnię i wówczas właśnie nakrętka opiera się na płycie oporowej w konstrukcji. Dzięki plastycznej obróbce na zimno, umożliwiającą zachowanie niewielkich rozmiarów główek, głowice kotwiące cechują stosunkowo niewielkie rozmiary.	
CIĘGNA ZE SPLOTÓW SPRĘŻAJĄCYCH		
Zakotwienie szczękowe	BIERNE Najczęściej spotykane zakotwienia cięgien złożonych ze splotów. Blok zakotwienia w kształcie walca opiera się na powierzchni bloku oporowego (stalowego lub żeliwnego), umieszczonego na powierzchni czołowej konstrukcji. Blok zakotwienia ma układ przelotowych otworów stożkowych o osiach równoległych lub zbieżnych z niewielkim kątem. W każdym ze stożkowych otworów mieści się pojedynczy splot oraz obejmująca go stożkowa szczęka kotwiąca. Kotwienie bierne splotu jest zapewnione dzięki wypychaniu szczęk kotwiących do ich stożkowych otworów przy użyciu stalowych sprężyn, będących elementem zakotwienia. CZYNNE Zakotwienie czynne splotu uzyskuje się w ten sposób, że po osiągnięciu wymaganej siły naciągowej szczęki kotwiące są wypychane do ich stożkowych otworów przy użyciu tłoka kotwiącego w prasie naciągowej. Szczęka kotwiąca była początkowo dwudzielna, następnie trójdzielna.	

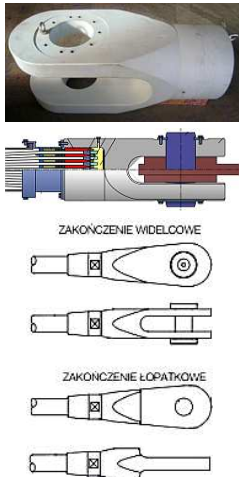
cd. Tablica.22 – Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

1	2	3
CIĘGNA ZE SPLOTÓW SPRĘŻAJĄCYCH		
Zakotwienie wgłębne	BIERNE Zakotwienia, których działanie jest oparte na przekazaniu siły z kabla na beton poprzez przyczepność lub docisk. Końcówki splotów w tych rozwiązaniach są rozplecione lub zakończone zaciskami plastycznymi, opartymi na stalowej blasze i są zabetonowane wewnątrz sprężanej konstrukcji. Najczęściej spotyka się dwa rodzaje zakotwień: na zaciskach plastycznych lub tak zwane zakotwienia cebulkowe	
Zaciski plastyczne	BIERNE Zakotwienie bierne wykorzystujące zaciski plastyczne służy do zakotwienia biernego splotów i lin. Zacisk plastyczny to stalowa tuleja z odpowiednio dobranego materiału podlegającego plastycznemu odkształceniom trwałym, która przy pomocy hydraulicznej prasy zostaje zaciśnięta na splocie lub linie, powodując plastyczne wciśnięcie stali między druty. Dla poprawy pracy styku materiałów stosuje się między nimi spiralę z twardego drutu o niewielkiej średnicy. Zakotwienia z zaciskami plastycznymi występują, jako wariant w większości systemów sprężania.	 Głowica kotwiąca Zaciski plastyczne
Zakotwienie pętlicowe	BIERNE Zakotwienie pętlicowe wykonuje się poprzez zakrzywienie splotu w postaci pętli. W zakotwieniach tych na końcu osłon kanałów kablowych stosuje się uszczelniające korki gumowe lub bitumiczne. Pętlę rozplata się możliwie szeroko z zastosowaniem pomocniczego zbrojenia miękkiego w betonie wokół pętlic, przy braku miejsca, wykorzystując przekładkę z blachy wygiętej w kształcie litery „U” lub wykonaną z połowy rury stalowej. Promień zakrzywienia pętlic lub blach dobiera się z warunku nieprzekroczenia dopuszczalnych docisków przez beton.	

cd. Tablica.22 – Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

1	2	3
Zakotwienie łącznikowe	BIERNE, CZYNNE Stosowane są dwa typy zakotwień łącznikowych: nieprzesuwne i przesuwne (bierne, czynne). Obydwa typy służą do uciągania kabla (połączenia kolejnych odcinków ze sobą w sposób umożliwiający przeniesienie siły naciągu). Łącznik nieprzesuwny znajduje się na styku kolejno wykonywanych części konstrukcji, a jego kompletny montaż jest prowadzony po wykonaniu naciągu odcinka kabla po jednej ze stron łącznika. Łącznik przesuwany jest zakładany na końcówce nienaciągniętego odcinka kabla, a naciąg połączonego kabla odbywa się po wykonaniu kolejnej części konstrukcji.	
CIĘGNA PRĘTOWE		
Zakotwienie śrubowe	BIERNE Zakotwienie, w którym siłę sprężającą wprowadzało się przez nakręcanie śruby, jest jednym z pierwszych, jakie stosowano. Gwinty nacinano na prętach, a nakrętka opierała się na płytce podkładowej. Ten typ występuje głównie w kładkach dla pieszych oraz budowlach niewielkich rozmiarów. Za pomocą siłownika pręt zostaje wprowadzony w stan początkowego naprężenia (zostaje rozciągnięty), po czym dokręca się nakrętkę do blachy oporowej. CZYNNE Konstrukcja śrubowych zakotwień czynnych prętów sprężających nie różni się prawie niczym od zakotwień biernych. Jedyną różnicą jest długość odcinka pręta, jaki wystaje z zakotwienia – w zakotwieniu czynnym musi on być dość długi, aby uchwycić go naciągarką.	
ZAKOTWIENIA WIESZAKÓW		
Zakotwienie śrubowe	BIERNE, CZYNNE Opis j.w.	

cd. Tablica.22 – Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

1	2	3
Zakotwienie widelcowe	BIERNE Typ połączenia ciężna z konstrukcją nośną. Ciężnami są pręty i liny wielozwite. Końcówka ciężna jest połączona fabrycznie z elementem zakotwienia, a dopiero na budowie jest konieczna odpowiednia zmiana w długości ciężna za pomocą śruby rzymskiej, dzięki której można skrócić lub wydłużyć ciężno. Do montażu tego typu elementu trzeba użyć specjalnego siłownika, który rozciągnie element z odpowiednią siłą. Do zalet tego typu połączenia należy zaliczyć przede wszystkim wygodę w wykonawstwie oraz koszt montażu elementu na obiekcie. Wadą są ograniczenia wytrzymałościowe elementów, dlatego stosuje się je tylko w niewielkich i lekkich konstrukcjach podwieszanych. Stosowane jest w kładkach dla pieszych niewielkich rozmiarów obiektach mostowych.	
ZAKOTWIENIA CIĘGIEN WANTOWYCH		
Zakotwienie szczękowe	BIERNE Najczęściej spotykane zakotwienia to połączenie szczękowe (systemy firmy Freyssinet). Połączenie to jest bardzo skomplikowane, ponieważ każdy splot w kablu łączony jest indywidualnie za pomocą szczęki o kształcie stożkowym. Ten system łączenia ma dużą zaletę, jaką jest ochrona antykorozyjna. Końcówki splotów oraz szczęki wypełnia się woskiem. Tłumiki drgań w połączeniach szczękowych są zintegrowane z podłączaniem umieszczonym w rurze obsadowej CZYNNE Zakotwienie szczękowe zapewnia utrzymanie siły w ciężnie podwieszenia, a ponadto pozwala na regulację naciągu całej wanty. W tym celu na powierzchni zewnętrznej walcowego bloku zakotwienia wykonany jest gwint, łączący samo zakotwienie z pierścieniową nakrętką regulacyjną. Nakrętka jest elementem przekazującym siłę naciągu na płytę oporową w konstrukcji, a jej regulacja pozwala na zmianę siły w wancie.	

cd. Tablica.22 – Najczęściej stosowane typy zakotwień cięgien [opracowano na podstawie [49] z własnymi poprawkami, uzupełnieniami i wymianą ilustracji, usunięto nazwy Producentów]

1	2	3
Zakotwienie główkowe	BIERNE Stosowane w wantach; zasada działania identyczna ze stosowanym w sprężaniu. Siła naciągu każdego z drutów ciągną jest przenoszona na blok zakotwienia poprzez główkę spęcznioną na końcu drutu, opartą na krawędziach otworu w zakotwieniu. Zakotwienia te mogą służyć do kotwienia want złożonych nawet z kilkuset drutów. CZYNNE Zakotwienie główkowe zapewnia utrzymanie siły w cięgnię podwieszenia, a ponadto pozwala na regulację naciągu całej wanty. W tym celu na powierzchni zewnętrznej walcowego bloku zakotwienia wykonany jest gwint łączący samo zakotwienie z pierścieniową nakrętką regulacyjną. Nakrętka jest elementem przekazyującym siłę naciągu na płytę oporową w konstrukcji, a jej regulacja pozwala na zmianę siły w wancie.	

8.6. Analiza konstrukcji cięgowych

8.6.1. Obciążenia konstrukcji cięgowych

Ciężar własny cięgien wraz z elementami wyposażenia wyznacza się na podstawie przekroju poprzecznego i gęstości materiałów, chyba, że wartości te są określone w odpowiednich **PN-EN 12385**. W przypadku lin jednozwoitych i zamkniętych oraz cięgien z drutów, charakterystyczny ciężar własny $g_k = \omega \cdot A_m$ wyznacza się dla składników metalowych i zabezpieczenia antykorozyjnego o łącznym ciężarze jednostkowym w . W przypadku cięgien grupy C, ciężar własny wyznacza się na podstawie ciężaru poszczególnych drutów lub splitek oraz ciężaru materiałów ochronnych (np. osłony HDPE, wosku, itd.). Ciężary jednostkowe najczęściej stosowanych lin podano w Tablica.20.

Oddziaływanie wiatru w projektowaniu cięgien uwzględnia się jako efekty statyczne wynikające z oporu cięgien zgodnie z **PN-EN 1991-1-4** [N17] oraz jako efekty dynamiczne i wzbudzenie, powodujące drgania cięgien. Najczęściej w przypadku praktycznie spotykanych, złożonych kształtów siatek cięgowych należy przeprowadzić badania modelowe w tunelu aerodynamicznym.

Obciążenie oblodzeniem należy przyjmować zgodnie z **załącznikiem B i C** do normy **PN-EN 1993-3-1+AC+Ap1** [N26].

W obliczeniach uwzględnia się wpływ różnicy temperatur między cięgnem a konstrukcją. W przypadku cięgien w obiektach wolno-stojących wpływ różnicy temperatur uwzględnia się zgodnie z **PN-EN 1991-1-5** [N18].

Aby zapobiec luzowaniu się cięgien i spadkowi naprężeń, co mogłoby doprowadzić do niekontrolowanej utraty stateczności i zmęczenia, a także spowodować uszkodzenia elementów nośnych i niekonstrukcyjnych – ciągną poddaje się wstępnemu sprężeniu, przez wymuszenie deformacji konstrukcji. W takich przypadkach na oddziaływania stałe składają

się obciążenia grawitacyjne „G” oraz siły sprężające „P”, które zwykle traktuje się je jako pojedyncze oddziaływanie stałe „G+P” z odpowiednim współczynnikiem częściowym γ_{Gi} .

Wstępny naciąg cięgien dobiera się tak, aby konstrukcja w warunkach wszystkich obciążeń stałych wykazywała oczekiwany (wymagany) stan odkształcenia i wytężenia, zgodnie z przyjętą geometrią. Stosuje się urządzenia do napinania i regulacji cięgien, przy czym wartość siły wstępnego naciągu w rozpatrywanej sytuacji traktuje się jako wartość charakterystyczną ze względu na interesujący stan graniczny. Jeśli nie wprowadza się regulacji cięgien, to zmienność sił wstępnego naciągu uwzględnia się w obliczeniach konstrukcji.

Wymianę co najmniej jednego cięgna traktuje się jako przejściową, a nagłą awarię cięgna traktuje się jako wyjątkową sytuację obliczeniową. Jeśli nie przeprowadza się dokładnej analizy, to można przyjąć, że efekt nagłej awarii cięgna odpowiada przyrostowi oddziaływań:

**PN-EN
1993-1-11
(2.4)**

$$E_d = 1,5 \cdot (E_{d2} - E_{d1}) \quad (19)$$

gdzie:

E_{d1} – wartość odpowiadająca stanowi przed awarią,

E_{d2} – wartość odpowiadająca stanowi po usunięciu odpowiedniego cięgna

Obciążenia zmęczeniowe przyjmuje się zgodnie z zestawem norm **PN-EN 1991**.

Współczynnik tarcia między liną, a stalowymi elementami wyposażenia (jak zaciski, siodła, uchwyty) wyznacza się na podstawie badań. Siły tarcia można redukować stosownie do redukcji średnicy cięgna w miarę wzrostu rozciągania.

8.6.2. Zagadnienie brzegowe rozciągliwego, sprężonego cięgna

Zagadnienie brzegowe rozciągliwego i sprężonego cięgna postawimy w klasyczny sposób teorii sprężystości poprzez zestawienie trzech równań: **I** równowagi (Naviera), **II** geometrycznego (Cauchy'ego) i **III** fizycznego. Rozważania prowadzimy dla cięgna pokazanego na Rys.116, (str 135).

I Warunek równowagi

Warunek równowagi cięgna, ustalimy, z warunku idealnej wiotkości cięgna. Warunek ten oznacza występowanie logicznego przegubu w dowolnym punkcie cięgna, to znaczy zerowanie się momentów zginających. Warunek wiotkości zapiszemy jako zerowanie się momentu zginającego w punkcie „a” cięgna przed odkształceniem w postaci :

$$M(x) + H \cdot w(x) = 0 \Rightarrow w(x) = \frac{M(x)}{H} \quad (20)$$

gdzie:

$M(x)$ - moment zginający obliczony jak dla zastępczej belki swobodnie podpartej o rozpiętości L_x , obciążonej dowolnym obciążeniem $q(x)$,

Zgodnie z (15) w cięgnie odkształconym w każdym przekroju, więc również w punkcie a' działa stała siła pozioma H. Ramię tej siły względem punktu „a” jest odległością a-a', czyli jest równy:

$w(x)$ - zwis cięgna w punkcie o współrzędnej x.

Nachylenie stycznej do odkształconego cięgna w punkcie x jest wyrażone pochodną zwisu $w(x)$ w postaci:

$$w'(x) = \frac{Q(x)}{H} \quad (21)$$

gdzie:

$Q(x) = dM(x)/dx$ - siła poprzeczna w zastępczej belce swobodnie podpartej

II Równanie geometryczne

Równanie geometryczne określimy poprzez oszacowanie wydłużenia elementu na skutek zmiany ugięcia cięgna.

Z Rys.116 odczytujemy, że przyrost długości $\Delta(dx)$ odcinka dx wynosi:

$$\Delta(dx) = dx' - dx = \sqrt{(dx)^2 + \left(\frac{dw}{dx} dx\right)^2} - dx = dx \left(\sqrt{1 + (w')^2} - 1 \right) \quad (22)$$

Rozwijając w szereg Maclaurina pierwiastek, otrzymujemy:

$$\Delta(dx) = dx \left[\left(1 + \frac{1}{2} w'^2 - \frac{1}{4} w'^4 + \dots \right) - 1 \right] \approx \frac{1}{2} [w'(x)^2] dx. \quad (23)$$

Ponieważ w rozwinięciu nieliniowego warunku geometrycznego (22) zachowaliśmy pierwszy i drugi wyraz rozwinięcia, więc otrzymaliśmy równanie cięgna II rzędu, które po uwzględnieniu (21) można zapisać w postaci:

$$\Delta L = \int_{x_A}^{x_B} \frac{w'^2}{2} dx = \frac{1}{2H^2} \cdot \int_{L_x} Q^2 dx \quad (24)$$

III Równanie fizyczne zapiszemy na odkształceniach cięgna:

$$\varepsilon = \varepsilon_N + \varepsilon_T \quad (25)$$

gdzie:

$\varepsilon = \Delta L/L_0$ - odkształcenie, czyli jednostkowe wydłużenie cięgna o długości początkowej L_0 , od wszystkich oddziaływań,

$\varepsilon_N = \frac{N}{EA_m}$ - odkształcenie cięgna, spowodowane siłą rozciągającą N ,

A_m - Pole przekroju metalowego wg pkt. 0

E - moduł Younga cięgna wg. Tablica.21

$\varepsilon_T = \alpha_t \cdot \Delta T$ - odkształcenie cięgna, spowodowane działaniem przyrostu temperatury ΔT , w stosunku do temperatury, w której przygotowano cięgno na warsztacie,

α_t - współczynnik rozszerzalności termicznej cięgna wg pkt. 0 ($\alpha_t = 16 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ dla drutów stalowych ze stali nierdzewnej)

Porównując (24) z $\Delta L = S_0 \cdot \varepsilon$ (25), po przekształceniach otrzymujemy równanie cięgna:

$$H^3 + H^2 EA_m \left(1 - \frac{L_x}{L_0} + \varepsilon_T \right) = \frac{EA_m}{2L_0} \int_{L_x} Q^2 dx \quad (26)$$

gdzie: L_0 – długość początkowa cięgna przygotowana na warsztacie i podlegająca wmontowaniu pomiędzy punktami projektowymi A i B (Rys.116).

Równanie (26) jest podstawowym równaniem teorii II rzędu cięgna, z którego możemy wyznaczyć potrzebną poziomą siłę H , a także osiową siłę naciągu w dowolnym punkcie cięgna ze wzoru (15). W punktach A i B osiowe siły naciągu wynoszą:

$$N_A = H \cosh\left(\frac{x_A}{k}\right); N_B = H \cosh\left(\frac{x_B}{k}\right) \quad (27)$$

gdzie:

$k = H / g$ - parametr cięgna,

g – ciężar własny, liczony na jednostkę długości (łukowej) cięgna.

Większa siła naciągu jest wymagana na wyższej podporze (na Rys.116 podpora B).

Rozważymy trzy sytuacje: **A**- wstępną (na warsztacie), **B** - przejściową (na budowie), **C**- trwałą (eksploatacyjną)

A Sytuacja wstępna (na warsztacie)

Na warsztacie należy przygotować cięgno o długości L_0 :

$$L_0 = L_c (1 - \varepsilon_0) \quad (28)$$

gdzie:

$$\varepsilon_0 = \frac{N_0}{EA_m}$$

N_0 - siła wstępnego sprężenia

Długość L_0 jest mniejsza od cięciwy L_c o $\Delta L_0 = \varepsilon_0 L_c$. Na montażu, w celu rozciągnięcia do położenia (A-B) w cięgno należy wprowadzić siłę sprężenia N_0 . Siłę wstępnego sprężenia wyznaczymy poniżej.

B Sytuacja tymczasowa (na montażu)

Odpowiednie zmienne opatrujemy indeksem 0: $N_0, w_0(x)$.

Obciążenie poprzeczne cięgna jest jego ciężarem własnym, który na jednostkę łukowej długości wynosi $g=w$ (Tablica.20). Do obliczania siły poprzecznej Q i całki (26) możemy przyjąć $q=\text{const}=w/\cos\alpha$. Dla takiej obciążenia po wykonaniu przypisanej całki, mamy:

$$\int_{L_x} Q^2 dx = \frac{w^2 L_x^3}{12 \cdot \cos^2 \alpha} \quad (29)$$

Następnie kolejno: z (26) wyznaczamy H , z (27) N , z (28) L_0 .

C Sytuacja trwała (eksploatacyjna)

W sytuacji eksploatacyjnej całkę $\int Q^2$ wyznaczymy dla danego rozkładu obciążenia $q(x)$ i odpowiadającej siły poprzecznej w belce swobodnie podpartej $Q(x)$. Całkę tę możemy obliczyć w dowolny sposób, w tym numerycznie. W literaturze [75],[87],[95] podano gotowe formuły na te całki dla najczęściej spotykanych rozkładów obciążeń.

W celu wyznaczenia poziomej siły naciągu H , a następnie osiowych sił naciągu (15) oraz długości cięgna i innych parametrów (pkt. 8.2) należy rozwiązać równanie cięgna (26).

Równanie (26) jest równaniem algebraicznym 3-go stopnia ze względu na H i dla znanej długości początkowej cięgna L_0 można je prosto rozwiązać dowolną metodą, a ręcznie najprościej metodą półdwrotną (zgadywania), polegającą na założeniu rozwiązania aż do wymaganej zgodności obu stron równania. Po wyliczeniu rzeczywistej długości cięgna L oraz sprawdzeniu stanów granicznych mogą i zapewne będą potrzebne poprawki parametrów projektu, w tym pola przekroju cięgna. Procedurę powtarzamy, aż do uzyskania zgodności z ograniczeniami projektowymi z żadaną dokładnością.

Zadawalający obraz uzyskujemy w procedurze iteracyjnej poprzez poprawianie stanu w konfiguracji odkształconej. W istocie w podobny sposób przebiega projektowanie złożonych siatek cięgien ze wspomaganiem komputerowym na przykład za pomocą programu [M13].

8.6.3. Analiza statyczna i dynamiczna układów cięgowych

Analizę statyczną i dynamiczną układów cięgien prowadzi się numerycznie ze wspomaganiem zaawansowanych programów obliczeniowych, na przykład wymienionych w pkt. 9.3

W przypadku współpracy układu cięgien z przekryciem membranowym prowadzi się jednoczesną analizę układu cięgna-membrany. W przypadku ułożenia na cięgnach pokrycia, niewspółpracującego z konstrukcją linową można prowadzić odrębną analizę. Nie jest zalecane projektowanie przekrycia/pokrycia niewspółpracującego z układem cięgowym.

8.6.4. Wymiarowanie konstrukcji cięgowych

8.6.4.1. Warunek trwałości drutów, lin i splotek

Liny muszą być zabezpieczone przed korozją. Przykłady zabezpieczenia antykorozyjnego lin podano na Rys.125.



Rys.125. Przykłady zabezpieczenia antykorozyjnego liny [95]

Cięgna grupy B i C przynależne do klas ekspozycji 2, 4, i 5 wg Tablica.19, wymagają następującej ochrony:

1. Poszczególne druty powinny być zabezpieczone przed korozją poprzez ocynkowanie lub pokrycie stopami cynku.

Powłoki drutów okrągłych z cynku lub jego stopów w cięgnach grupy B powinny spełniać wymagania klasy A wg **PN-EN 10264-2 (U)** [N2], a dla drutów zetowych stosuje się wymagania klasy A wg **PN-EN 10264-3 (U)** [N3], przy czym do tych drutów zazwyczaj stosuje się grubszą powłokę galwaniczną 300 g/m², aby zrekompensować względny ubytek grubości w ostrych narożach, a powłoka ze stopu Zn95Al5 stanowi znacznie lepszą ochronę niż powłoka galwaniczna tej samej grubości i dlatego druty okrągłe i zetowe można pokrywać powłoką o podstawowej gramaturze Zn95Al5. W przypadku cięgien grupy C dla powłok ochronnych należy spełnić wymagania **prEN 10138-3 (U)** [N28].

2. Wnętrze liny powinno być zabezpieczone przed przenikaniem wilgoci.

Wszystkie przestrzenie wewnątrz cięgna grupy B, wypełnia się aktywnym lub pasywnym wypełniaczem, który nie powinien ulegać przemieszczeniom wskutek działania wody, ciepła lub drgań. Wypełniaczem aktywnym są oleje poliuretanowe z pyłem cynkowym. Wypełniaczem pasywnym może być trwale sprężysto-plastyczny wosk lub żywica wodorowa z płatkami aluminium. Wypełniacze wewnętrzne wprowadzone podczas wytwarzania cięgien są narażone na wyciskanie podczas obciążania, co wymaga innych zabezpieczeń w stosownym czasie. Przy doborze wewnętrznego wypełnienia wymagana jest jego określona zgodność z pozostałymi środkami ochrony.

3. Powierzchnia zewnętrzna powinna być zabezpieczona przed korozją.

Po zakończeniu montażu cięgien grupy B, stosuje się dodatkowe środki ochrony powierzchni zewnętrznych cięgien grupy B, w celu likwidacji uszkodzeń i uzupełnieniu warstwą cynku. Takie zabezpieczenie może stanowić osłona polietylenowa lub farba wysoko pigmentowana cynkiem, przy czym minimalna grubość osłony polietylenu wynosi min. [d/15, 3 mm], gdzie d- średnica liny. Zabezpieczenie malarskie obejmuje: powłokę poliuretanową z pyłem cynkowym jako podkład 2×50 μm + powłokę poliuretanową z miką żelazną jako wykończenie 2×125 μm.

Cięgna grupy B ze stali nierdzewnej oraz nierdzewne wykończenia bez dodatkowych zabezpieczeń powinny odpowiadać wymaganej klasie odporności korozyjnej. Cięgna grupy C wymagają dwóch niezależnych powłok antykorozyjnych z odpowiednią warstwą izolacyjną. Odpowiednie zabezpieczenia w miejscach zacisków, siodła i zakotwień powinny zapobiec napływowi wody deszczowej. Połączenia konstrukcji cięgowych powinny być uszczelnione.

Odcinki końcowe cięgien grupy C na ogół chroni się za pomocą rurowej osłony stalowej lub polietylenowej, przy czym przestrzeń między cięgnem, a wnętrzem osłony powinna być wypełniona odpowiednim wypełniaczem antykorozyjnym lub zaprawą cementową. Alternatywnie stosuje się bezpośrednio natłoczoną osłonę poliuretanową lub zabezpieczenia poszczególnych spletek lub cięgien powłokami epoksydowymi.

Osłona cięgien grupy C powinna być szczelna w strefie zakotwienia, złącza osłony projektuje się tak, by nie pękały przy jej rozciąganiu. Przy zaciskach i zakotwieniach stosuje się dodatkowe zabezpieczenia, aby zapobiec penetracji wody. Pustki wypełnia się całkowicie materiałem hydrofobowym, który nie oddziałuje niekorzystnie na cięgno. Alternatywnie stosuje się ochronę cięgna przez cyrkulację suchego powietrza wewnątrz osłony. Materiał hydrofobowy stanowią wypełniacze miękkie, jak: smar, wosk, miękka żywica lub wypełniacze twarde, jak cement. Skuteczność wypełniaczy powinna być potwierdzona badaniami.

Wymagania dotyczące transportu, przechowywania i montażu zawiera [Załącznik B PN-EN 1993-1-11](#) [N24].

Ochrona cięgien głównych w mostach wiszących wymaga specjalnej troski. Po uzyskaniu wymaganego przekroju, ciągnie jest owijane ściśle przylegającą miękką taśmą ocynkowaną w otoczone odpowiedniej pasty, niezbędnej do całkowitego wypełnienia pustki między powierzchnią drutów zewnętrznych cięgna, a taśmą ochronną. Po usunięciu nadmiaru pasty z wierzchu taśmy, powłoka cynkowa jest czyszczona, a następnie malowana. Specjalnych zabiegów w mostach wiszących wymagają strefy zakotwienia cięgien, z których taśma ochronna jest usuwana. Powszechnym sposobem jest ochrona przed dostępem wilgoci do przestrzeni wokół drutów.

8.6.4.2. Warunki nośności i użytkowności – ogólne zasady

W analizie konstrukcji cięgowych rozpatruje się stany graniczne nośności ULS (SGN), w których obciążenie osiowe nie może przekroczyć obliczeniowej nośności przy rozciąganiu oraz stan graniczny użytkowności SLS (SGU), w którym naprężenia i odkształcenia nie powinny przekroczyć wartości granicznych, a także kryterium zmęczenia, w którym zakresy zmienności naprężeń, wywołane zmiennością obciążeń osiowych oraz drganiami od wiatru i deszczu nie powinny przekraczać wartości granicznych. Ze względu na wymagania trwałości, kryterium użytkowności często jest decydujące.

Elementy wyposażenia cięgien prefabrykowanych, takie jak siodła i zaciski, projektuje się również ze względu na stany graniczne ULS i SLS, przy czym elementy te dobiera się „na nośność liny”, przyjmując do obliczeń oddziaływania, odpowiadające nośności liny – siły zrywającej lub gwarantowanej wytrzymałości. Zmęczenie sprawdza się wg [PN-EN 1993-1-9](#) [N23]. Oddziaływania zmęczeniowe na liny są uzależnione od promienia krzywizny siodła lub strefy zakotwienia.

Rozpatrzyć należy dwie sytuacje projektowe:

1. Sytuację przejściową podczas budowy, czyli procesu, obejmującego: formowanie, montaż i wstępny naciąg cięgien, w której zalecane jest stosowanie współczynnika obciążeń stałych $\gamma_G=1,10$ w sytuacji krótkotrwałej (rzędu kilku godzin) przy instalowaniu pierwszego cięgna i $\gamma_G=1,20$ przy instalowaniu kolejnych cięgien ($\gamma_G=1,00$ w przypadku korzystnych efektów oddziaływań).

Sytuacja, w której stan graniczny jest zdeterminowany przez obciążenie „G+P” (jednoczesne działanie obciążenia stałego G i wstępnego naciągu cięgna „P”), wymaga zastosowania współczynnika obciążeń γ_P , przy czym zaleca się stosowanie $\gamma_P=1$.

Technologia budowy powinna być tak zaprojektowana, aby można było uzyskać:

- wymaganą geometrię konstrukcji,
- odpowiedni stan naprężenia od oddziaływań stałych, pozwalający spełnić kryteria SGN i SGU we wszystkich miarodajnych sytuacjach projektowych i eksploatacyjnych.

Wykonawca i obsługujący go technolog powinien w szczególności prawidłowo zastosować środki kontrolne, umożliwiające pomiar kształtu, pochylenia, deformacje, częstotliwości, kolejność i sposób zadawania sił, tak by miarodajne były wartości charakterystyczne obciążeń stałych, wymuszonych deformacji i innych obciążeń. Nie należy dopuszczać do przypadkowego zadziaływania sił lub awaryjnego (losowego) przyjęcia kształtu przez montowaną konstrukcję.

2. Sytuację trwałą podczas eksploatacji, w której zależnie od stanu granicznego ULS, czy SLS, czy zmęczenia, współczynniki częściowe $\gamma_m=\gamma_R$ należy różnicować, uwzględniając ostrość warunków podczas badań atestacyjnych oraz przyjęte środki przeciwdzia-

łania efektem zgięciowym. Oddziaływanie stałe „G+P” odpowiada nominalnej geometrii konstrukcji.

W analizie układów zarówno w fazie budowy jak i eksploatacji uwzględnia się nieliniowe efekty oddziaływań, wynikające z odkształceń konstrukcji (silne nieliniowości geometryczne). Uwzględnia się deformacje (zmiany geometrii) wywołane zwisem cięgien, ich skróceniem bądź wydłużeniem w tym w fazie eksploatacji wydłużeniem od pełzania. Efekt zwisu można uwzględniać w ten sposób, że dla poszczególnych cięgien lub ich segmentów przyjmować zastępczy moduł sprężystości E_t określony wzorem:

**PN-EN
1993-1-11
(5.1)**

$$E_t = \frac{E}{1 + \frac{w^2 l^2 E}{12 \sigma^3}} \quad (30)$$

gdzie:

E – moduł sprężystości cięgna, w MPa

w – ciężar jednostkowy, w MPa/mm, wg [Tablicy 2.2](#)

l – rozpiętość pozioma cięgna, w mm

σ – naprężenia w cięgnie, w MPa. W przypadku sytuacji typowych w fazie eksploatacji

$\sigma = \sigma_{G+P}$

Całkowitą długość cięgna oraz wymiary związane z rozmieszczaniem siodła i zacisków oznacza się dla nieokreślonego naciągu, przy czym wymagane są dodatkowe oznaczenia kontrolne, umożliwiające późniejsze dokładne sprawdzenie wymiarów po zakończeniu montażu. Tolerancje wykonania bierze się pod uwagę po przeciągnięciu oraz po cyklicznych próbach obciążenia i odciążenia. Konstrukcje wrażliwe na odchyłki wymiarów wyposaża się w odpowiednie urządzenia regulujące.

Analizy konstrukcji cięgnowych i cięgnowo - membranowych należy prowadzić wg teorii II-giego lub III-ciego rzędu przy odpowiednich założeniach dotyczących imperfekcji układu, to znaczy należy uwzględnić wpływ przemieszczeń i odkształceń na siły i naprężenia konstrukcji obciążonej imperfekcjami.

W celu wyznaczenia efektów oddziaływań zmiennych przyjmuje się początkową geometrię konstrukcji, odpowiadającą stanowi obciążeń „G+P” przy określonej temperaturze T_0 . Nieliniowe odpowiedzi wyznacza się dla konstrukcji o nominalnej geometrii w temperaturze oddziaływania T_0 , poddanej kombinacji oddziaływań obliczeniowych $\gamma_G \cdot (G+P) + \gamma_Q \cdot Q_{k1} + \gamma_Q \cdot \Psi_2 \cdot Q_{k2}$

8.6.4.3. Nośność cięgna

Układy z cięgnami prętowymi (grupa A), ze względu na stan graniczny nośności, wymiaruje się standardowo zgodnie z [PN-EN 1993-1-1](#) [N19] oraz [PN-EN 1993-1-4](#) [N21], zależnie od rodzaju stali.

Warunek nośności dla prętów sprężających oraz cięgien grup B i C ma postać:

**PN-EN
1993-1-11
(6.1)**

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (31)$$

gdzie:

F_{Ed} – wartość obliczeniowa siły podłużnej w elemencie,

F_{Rd} - wartość obliczeniowa nośności przy rozciąganiu.

Obliczeniowa nośność przy rozciąganiu F_{Rd} wynosi:

**PN-EN
1993-1-11
(6.2)**

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{F_{uk}}{1,5\gamma_R}; \frac{F_k}{\gamma_R} \right\} \quad (32)$$

gdzie:

F_{uk} – wartość charakterystyczna siły zrywającej,

F_k – wartość charakterystyczna umownej nośności przy rozciąganiu wg Tablica.23,

γ_R – współczynnik częściowy, zależy od tego, czy stosuje się odpowiednie środki na końcach cięgien w celu redukcji momentów zginających od skręcania cięgna: zalecana wartość $\gamma_R=0,9$, jeśli środków takich nie zastosowano i $\gamma_R=1,0$, jeśli środki zastosowano.

Tablica.23. Umowna nośność cięgien

Tablica 6.1 PN-EN 1993-1-11 [N24]

Grupa	Norma odniesienia	Nośność umowna F_k
1	2	3
A	EN 10138-1	$F_{0,1k}$ *)
B	EN 10264	$F_{0,2k}$
C	EN 10138-1	$F_{0,1k}$
*) W przypadku prętów sprężających - patrz EN 1993-1-1 i EN 1993-1-4		

Sprawdzenia w stosunku do F_k opierają się na założeniu, że cięgno pozostaje w warunkach oddziaływań obliczeniowych. W przypadku cięgien (np. lin zamkniętych), dla których $F_k \geq F_{uk}/1,5$ sprawdzenie to nie jest wymagane. Zgodnie z **PN-EN 12385-1+A1** [N6] wartości eksperymentalne F_{uke} i F_{ke} uzyskane z badań przy odbiorze elementów, powinny przewyższać wartości charakterystyczne: $F_{uke} > F_{uk}$, $F_{ke} > F_k$.

W przypadku cięgien grupy B siła zrywająca wynosi:

**PN-EN
1993-1-11
(6.4)**

$$F_{uk} = F_{min} k_e \quad (33)$$

gdzie minimalna siłę zrywającą F_{min} wyznacza się zgodnie z formuły:

**PN-EN
1993-1-11
(6.5)**

$$F_{min} = \frac{K d^2 R_f}{1000} [kN] \quad (34)$$

gdzie:

K – współczynnik siły zrywającej,

d – nominalna średnica liny w mm,

R_f – wytrzymałość liny w MPa,

k_e – współczynnik straty wskutek zakotwienia według Tablica.24

Wartości K , d , R_r dla lin są określone w **PN-EN 12385-2+A1, 2008** [N7].

W przypadku prętów sprężających lub ciągów grupy C wartość charakterystyczna siły zrywającej wynosi:

**PN-EN
1993-1-11
(6.3)**

$$F_{uk} = A_m f_{uk} \quad (35)$$

gdzie:

A_m – pole przekroju metalowego wg. **pkt. 2.3.1. PN-EN 1993-1-11, 2008**,

f_{uk} – wartość charakterystyczna wytrzymałości na rozciąganie prętów, drutów lub spletek według odpowiedniej normy wyrobu.

Tablica.24. Współczynniki straty k_e

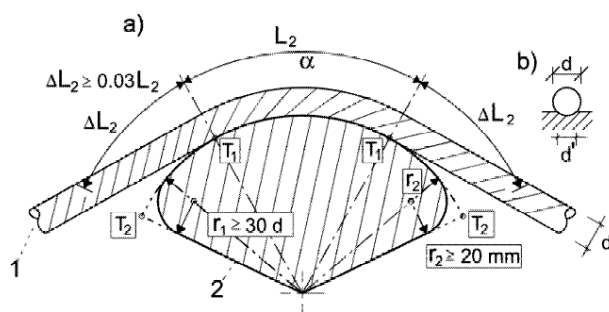
Tablica 6.3 PN-EN 1993-1-11 [N24]

Sposób zakończenia liny	współczynnik k_e
1	2
Tuleja zalewana metalem	1,0
Tuleja zalewana żywicą	1,0
Pierścień ochronny (kausza) z nasadką zaciskaną	0,9
Końcówka zaciskana	0,9
Zacisk linowy kłębkowy	0,8 *)
*) W przypadku zacisków kłębkowych możliwy jest spadek wstępnego naciągu	

8.6.4.4. Siodła i zaciski

Jeśli parametry geometryczne siodła spełniają warunki podane na Rys.126, a ponadto promień krzywizny siodła $r_1 \geq [30d; 400\varnothing]$, gdzie: $\varnothing$ - średnica drutu, d - średnica cięgna, d' - szerokość strefy styku; przy tym, że wartość r_1 może być zredukowana do $20d$, jeśli podłoże liny na szerokości równej co najmniej 60% średnicy jest pokryte warstwą miękkiego metalu lub natrysku cynkowego o grubości co najmniej 1 mm, to naprężenia wywołane zakrzywieniem drutów można pominąć w obliczeniach.

Położenie punktów T_1 i T_2 (Rys.126) wyznacza się dla odpowiednich przypadków obciążenia, uwzględniając ruchy łożysk i przemieszczenia cięgien.



- 1 splotka/lina
 2 siodło
 L_2 długość teoretycznie zakrzywionego stycznego odcinka splotki/liny między punktami T_1 w warunkach najniekorzystniejszych kombinacji obciążeń charakterystycznych z uwzględnieniem zwisu
 ΔL_2 potencjalny przyrost długości L_2 z jednej strony siodła

Rys.126. Ułożenie liny w siodle rys. 6.1. PN-EN 1993-1-11 [N24]

W przypadku lin jednozwitych stosowanie siodła o mniejszym promieniu wymaga uzasadnienia eksperymentalnego.

Aby zapobiec poślizgowi cięgien sprawdza się warunek:

PN-EN
 1993-1-11
 (6.6)

$$\max \left\{ \frac{F_{Ed1}}{F_{Ed2}} \right\} \leq e^{\left\{ \frac{\mu \alpha}{\gamma_{M,fr}} \right\}} \quad (36)$$

gdzie:

F_{Ed1} , F_{Ed2} – obliczeniowe wartości odpowiednio większej i mniejszej siły w ciągnie po obu stronach siodła,

μ – współczynnik tarcia między ciągnem a siodłem,

α – kąt w radianach, określający strefę styku,

$\gamma_{M,fr}$ – współczynnik częściowy związany z oporem tarcia. Zaleca się przyjmować $\gamma_{M,fr}=1,65$.

Jeśli warunek (36) nie jest spełniony, to jest niezbędne zastosowanie zacisków wywierających dodatkowy docisk radialny siłą F_r , tak by spełniony był warunek:

PN-EN
 1993-1-11
 (6.7)

$$\frac{F_{Ed1} - \frac{k F_r \mu}{\gamma_{M,fr}}}{F_{Ed2}} \leq e^{\left[\frac{\mu \alpha}{\gamma_{M,fr}} \right]} \quad (37)$$

gdzie:

k – współczynnik przy w pełni efektywnym tarcu między zaciskiem a bruzdami siodła,

gdy siła F_r nie przekracza nośności ciągną na docisk (p. niżej), przyjmuje się $k=2,0$,

a w pozostałych przypadkach $k=1,0$.

$\gamma_{M,fr}$ – współczynnik częściowy związany z oporem tarcia

Ustalając siłę F_r w zależności od śrub sprężających, rozpatruje się następujące wpływy i okoliczności:

- długotrwałe pełzanie,
- redukcję średnicy przy wzroście rozciągania,
- sprasowanie lub owalizację cięgna,
- spadek siły sprężającej w zaciskach śrubowych wywołany obciążeniem zewnętrznym,
- różnicę temperatur.

Warunek nośności cięgna na docisk q_{Ed} od siły oddziaływania zacisku F_r ma postać:

PN-EN
1993-1-11
(6.8)

$$\frac{q_{Ed}}{q_{Rd}} \leq 1 \quad (38)$$

gdzie:

$$q_{Ed} = \frac{F_r}{d' L_2}, \text{ przy czym } 0,6d \leq d' \leq d, (d' \text{ wg Rys.126b});$$

$$q_{Rd} = \frac{q_{Rk}}{\gamma_{M,bed}};$$

q_{Rk} – wartość graniczna docisku, którą wyznacza się eksperymentalnie. Przy braku szczegółowych badań wartości graniczne docisku można przyjąć następująco:

1. Jeśli zastosowano stalowe zaciski i siodła:

- $q_{Rk}=40$ MPa dla liny zamkniętej,
- $q_{Rk}=25$ MPa dla liny splotowej jednozwitej;

2. Jeśli zastosowano zaciski na poduszkach i siodłach:

- $q_{Rk}=100$ MPa dla liny zamkniętej
- $q_{Rk}=60$ MPa dla liny splotowej jednozwitej

Zaciski na poduszkach powinny mieć warstwę miękkiego metalu lub natrysku cynkowego o grubości co najmniej 1 mm.

$\gamma_{M,bed}$ – współczynnik częściowy. Przy przyjęciu podanych wartości granicznych q_{Rk} ze współczynnikiem $\gamma_{M,bed}=1,00$ spadek nośności cięgna na zerwanie nie przekracza 3%.

Siodła wymiaruje się na charakterystyczną siłę zrywającą F_{uk} pomnożoną przez współczynnik k . Zaleca się przyjmować $k=1,1$.

Jeśli zacisk ma przenosić siłę podłużną na cięgno, a części (Rys.127) nie są wzajemnie zaklinowane, to w celu wyeliminowania poślizgu należy spełnić warunek:

PN-EN
1993-1-11
(6.9)

$$F_{Ed||} \leq \frac{(F_{Ed\perp} + F_r)\mu}{\gamma_{M,fr}} \quad (39)$$

gdzie:

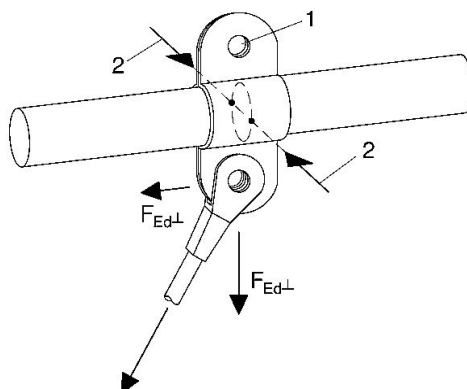
$F_{Ed||}$ - składowa obliczeniowa siły zewnętrznej równoległa do cięgna,

$F_{Ed\perp}$ - składowa obliczeniowa siły zewnętrznej prostopadła do cięgna,

F_r - radialna siła zacisku. Siła radialna może ulec zmniejszeniu lub zwiększeniu na skutek zmiany sposobu przenoszenia siły zewnętrznej przez zacisk.

μ – współczynnik tarcia,

$\gamma_{M,fr}=1,65$ – współczynnik częściowy dla oporu tarcia



- 1 - otwór na śrubę sprężającą
2 - radialna siła zacisku F_r od śrub sprężających

Rys.127.Docisk w zacisku, rys. 6.2. **PN-EN 1993-1-11** [N24]

Nośność na docisk od siły $F_{Ed\perp} + F_r$ lub $F_{Ed\parallel}$ sprawdza się w sposób analogiczny jak podano wyżej.

Zaciski oraz ich środki łączne, jak np. połączenia wieszaków z ciągnem głównym, wymiaruje się na umowną siłę obliczeniową o wartości $1,15 F_k$, gdzie F_k jest charakterystyczną nośnością cięgna dołączanego. Stosowanie wartości F_k oznacza wymiarowanie na pełną nośność.

8.6.4.5. Użytkowalność konstrukcji cięgnowej

Rozpatruje się następujące kryteria użytkowalności:

- kryteria deformacji lub drgań,
- kryteria stanu sprężystego.

Ograniczenie deformacji lub drgań przekłada się na wymagania odnoszące się do sztywności układu konstrukcyjnego, wstępnego naciągu cięgien oraz nośności zacisków na poślizg. Ograniczenia związane z zachowaniem stanu sprężystego dotyczą maksymalnej i minimalnej wartości naprężeń od kombinacji obciążeń właściwych ze względu na stany graniczne użytkowalności.

Ograniczenie naprężeń wprowadza się po to, by:

- zapewnić sprężystą odpowiedź układu w odpowiednich sytuacjach obliczeniowych odnoszących się do fazy budowy i eksploatacji,
- ograniczyć odkształcenia, które w przeciwnym razie mogłyby obniżyć skuteczność zabezpieczeń antykorozyjnych (np. przez pękanie osłon, twardych wypełniaczy, rozszczelnienie złączy, itd.), a także wpłynąć niekorzystnie na zmęczenie,
- przy sprawdzaniu stanów granicznych ULS można było w analizie przyjmować liniową odpowiedź układu.

Ograniczenie naprężeń określa się w stosunku do wytrzymałości na zerwanie:

**PN-EN
1993-1-11
(7.1)**

$$\sigma_{uk} = \frac{F_{uk}}{A_m} \quad (40)$$

gdzie:
 F_{uk} i A_m jak wyżej

Naprężenie graniczne f_{const} wyznacza się ze wzoru:

PN-EN
1993-1-11
(7.2)

$$f_{const} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50\gamma_R\gamma_F} = \frac{0,66\sigma_{uk}}{\gamma_R\gamma_F} \quad (41)$$

przy czym:

$\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,10 = 1,10$ – w przypadku sytuacji krótkotrwałych,
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,20 = 1,20$ – w przypadku sytuacji długotrwałych,

Zaleca się ograniczać naprężenia f_{const} w fazie budowy do wartości:

- $f_{const} = 0,60 \sigma_{uk}$ – kilka godzin po zainstalowaniu pierwszych cięgien,
- $f_{const} = 0,55 \sigma_{uk}$ – po zainstalowaniu pozostałych cięgien.

Naprężenie graniczne f_{SLS} wyznacza się ze wzoru:

PN-EN
1993-1-11
(7.3)

$$f_{SLS} = \frac{\sigma_{uk}}{1,50\gamma_R\gamma_F} = \frac{0,66\sigma_{uk}}{\gamma_R\gamma_F} \quad (42)$$

przy czym:

$\gamma_R \times \gamma_F = 0,9 \times 1,48 = 1,33$ – gdy uwzględnia się naprężenia od zginania,
 $\gamma_R \times \gamma_F = 1,0 \times 1,48 = 1,48$ – gdy nie uwzględnia się naprężeń od zginania,
gdzie:
 $\gamma_F \approx \gamma_Q = 1,50 \approx 1,48$

W badaniach przyjmuje się $f_{SLS} = 0,45 \sigma_{uk}$.

W fazie eksploatacji naprężenia graniczne f_{SLS} uzależnia się od warunków obciążenia, w następujący sposób:

- $f_{SLS} = 0,50 \sigma_{uk}$ – przy oddziaływaniu zmęczeniowym z uwzględnieniem zginania,
- $f_{SLS} = 0,45 \sigma_{uk}$ – przy oddziaływaniu zmęczeniowym bez uwzględnienia zginania.

8.6.5. Drgania cięgien

W przypadku cięgien konstrukcji wolno stojących (np. odciągów) ze względów bezpieczeństwa rozpatruje się drgania wywołane wiatrem w fazie budowy oraz w fazie eksploatacji.

Siły aerodynamicznego oddziaływania wiatru na cięgna ujawniają się jako zjawiska:

- uderzenia przy turbulentnym przepływie powietrza,
- wzbudzenie wirowe (zawietrzne wiry Karmana),
- galopowanie (drgania samowzbudne),
- galopowanie wskutek interakcji z innymi cięgnami,
- łączne oddziaływanie wiatru i deszczu,

Galopowanie nie następuje w przypadku cięgien o przekroju okrągłym z powodu symetrii. Jednak zjawisko może wystąpić wskutek zmiany kształtu spowodowanej osadzaniem się warstw lodu lub pyłu. Siły towarzyszące galopowaniu i łącznemu działaniu wiatru

i deszczu są funkcją ruchu ciężna i efektem niestateczności aerodynamicznej w postaci drgań o dużej amplitudzie po przekroczeniu krytycznej prędkości wiatru. Ponieważ modele dynamicznego wzbudzenia drgań nie są jeszcze wystarczająco dokładne z punktu widzenia analizy niezawodności, należy stosować odpowiednie środki ograniczające drgania.

Drgania ciężien mogą być także wywołane oddziaływaniami dynamicznymi na inne części konstrukcji (jak np. dźwigary, pylony). Zjawisko to jest często określane jako „wzbudzenie parametryczne”, które odpowiada za drgania o dużej amplitudzie, gdy nakładają się drgania własne odciągów i konstrukcji.

Konstrukcje podparte ciężnami montuje się z uwagi na nadmierne drgania wywołane wiatrem i deszczem, stosując ogłędziny lub inne metody, umożliwiające dokładne wyznaczenie postaci, amplitud i częstości drgań.

Projekt i wykonawstwo konstrukcji ciężnowych powinny uwzględniać odpowiednie środki ograniczające drgania podczas lub po zakończeniu montażu. Do takich środków zalicza się:

- modyfikację powierzchni ciężien (aerodynamiczny kształt),
- urządzenia tłumiące,
- ciężna stabilizujące (np. odciągi pionowe z odpowiednimi połączeniami)

Ryzyko drgań zwiększa się wraz ze zwiększaniem długości odciagu. Odciągi krótkie (o długości mniejszej niż 70 do 80 m) na ogół nie stwarzają takiego ryzyka, chyba że mamy do czynienia z konstrukcjami niezbyt stabilnymi (wskutek kształtu lub podatnego pomostu), które są narażone na rezonans typu parametrycznego.

W przypadku ciężien długich, o długości większej od 80 m, projekt powinien przewidywać instalację tłumików o krytycznym stosunku tłumienia przekraczającym 0,5%. Tłumiki rozmieszcza się przy tych ciężnach, których zakotwienia nie wykazują znacznych przemieszczeń.

Ocenę ryzyka rezonansu parametrycznego przeprowadza się w toku szczegółowej analizy postaci niestateczności konstrukcji i odciągów, rozpatrując częstotliwości kątowe i przemieszczenia zakotwień dla każdej postaci drgań.

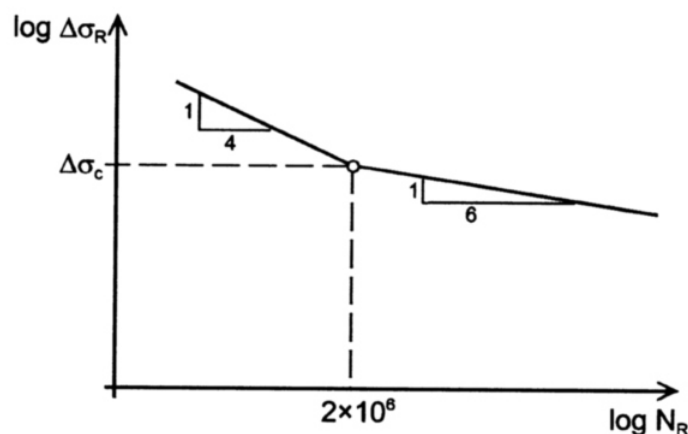
Stosuje się odpowiednie środki, aby zapobiec nakładaniu się częstotliwości, tj. sytuacjom, w których częstotliwość wzbudzenia ciężien zawiera się w przedziale 20% częstotliwości drgań własnych konstrukcji (pierwszej lub drugiej częstotliwości). W razie konieczności stosuje się ciężna stabilizujące, powodujące przesunięcie kątowych częstotliwości drgań poszczególnych odciągów.

Ze względu na komfort użytkowników i bezpieczeństwo, amplitudę drgań odciągów wyznacza się za pomocą kryterium odpowiedzi konstrukcji, zgodnie z którym przy umiarkowanej prędkości wiatru 15 m/s amplituda drgań nie powinna przekroczyć wartości $L/500$, gdzie L – długość odciagu.

Generalnie drganiom ciężien od wiatru i deszczu należy zapobiegać przez odpowiednie rozwiązania projektowe. Wchodzi w grę zastosowanie odciągów z lin teksturowanych.

8.6.6. Zmęczenie konstrukcji ciężnowej

Trwałość zmęczeniowa ciężien w klasie 3, 4 lub 5 określa się na podstawie oddziaływań zmęczeniowych wg **PN-EN 1993-1-9** [N23] oraz odpowiednich kategorii zmęczeniowych szczegółów konstrukcyjnych.



Rys.128. Krzywa wytrzymałości zmęczeniowej dla cięga [rys. 9.1. PN-EN 1993-1-11](#) [N24]

Zniszczenie zmęczeniowe układów ciągowych na ogół następuje w miejscach zakończeń, siodła lub zacisków. Miarodajne kategorie zmęczeniowe tych szczegółów konstrukcyjnych powinno się określać na podstawie badań odwzorowujących rzeczywiste konfiguracje, występujące w praktyce, a także wpływ zginania i oddziaływań poprzecznych. Ocenę wyników badań przeprowadza się wg [Załącznika D PN-EN 1993-1-11](#) [N24].

Przy braku odpowiednich badań krzywe wytrzymałości zmęczeniowej i kategorie zmęczeniowe można ustalać odpowiednio według Rys.128 i Tablica.25.

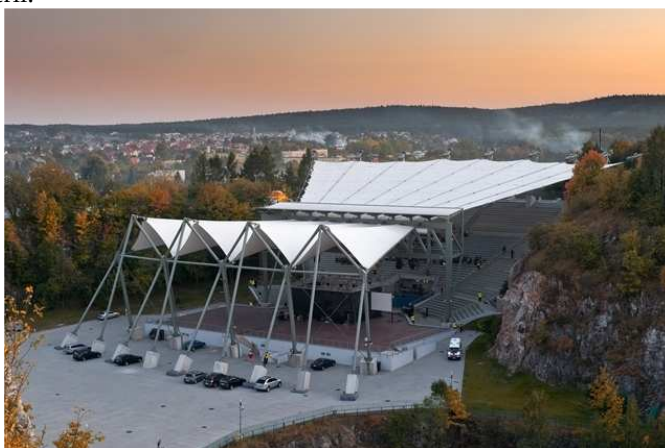
Tablica.25. Kategorie zmęczeniowe odpowiadające wytrzymałości
[Tablica 9.1 PN-EN 1993-1-9](#) [N23]

Grupa	Rodzaj cięga		Kategoria zmęczeniowa $\Delta\sigma_c$ [N/mm ²]
1	2	3	4
A	1	Pręty sprężające	105
B	2	Liny zamknięte z tulejami wypełnionymi metalem lub żywicą	150
	3	Liny splotkowe jednozwite	150
C	4	Liny z drutów równoległych z tulejami wypełnionymi żywicą	160
	5	Wiązki równoległych splotek	160
	6	Wiązki równoległych drutów	160

9. Przekrycia cięgnowo-membranowe

9.1. Wprowadzenie

Przekrycia konstrukcjami cięgnowymi są często połączone z materiałami membranowymi, a utworzone w ten sposób konstrukcje cięgnowo - membranowe od 40 lat nabierają coraz większego znaczenia w architekturze i inżynierii, w tym w zastosowaniu na przekryciach hal i galerii.



Rys.129.Zadaszenie cięgnowo - membranowe amfiteatru Kadzielnia w Kielcach [60]

Na Rys.129 przedstawiono przykład realizacji przekrycia cięgnowo - membranowego w amfiteatrze widowiskowym, na Rys.130 zadaszenie na dworcu PKP we Wrocławiu, na Rys.131 zadaszenie hali wystawowej, a na Rys.132 zadaszenie hali magazynowej.



Rys.130.Zadaszenie cięgnowo - membranowe na dworcu PKP we Wrocławiu [60]



Rys.131. Kopuła hali wystawowej Millenium Dome w konstrukcji ciągnowo - membranowej [132]



Rys.132. Przekrycie membranowe hali magazynowej [1]

Powłoki membranowe najczęściej są rozpinane na konstrukcji ciągnowej, ale mogą być również rozpięte na sztywnych ramach lub ścianach, masztach, belkach, kratownicach itd.

9.2. Tkaniny techniczne

W ostatnich latach wraz z postępem w technologii produkcji tkanin technicznych trwałych, ekonomicznych i o dużej wytrzymałości wzrosło znaczenie i stosowanie przekryć membranowych w licznych obszarach architektury i inżynierii jako przekrycia na: stadionach, amfiteatrach, lotniskach, centrach handlowych, halach wystawowych, widowiskowych, parkach rozrywki, halach magazynowych i produkcyjnych, parkingach, stacjach benzynowych, restauracjach, zadaszeniach przystanków, wejść do hoteli czy biurowców, kortach tenisowych, basenach itd. Tego typu materiały konstrukcyjne mogą tworzyć również elementy fasad. Technologie oparte na materiałach tekstylnych stały się stałym elementem nowoczesnej architektury przede wszystkim obiektów sportowych i rekreacyjnych.

Właściwości tkanin technicznych stosowanych w architekturze tekstylnej umożliwiają projektowanie zadaszeń o różnorodnych formach architektonicznych, m.in. parabolicznych,

stożkowych, łukowych, żaglowych, siodłowych, symetrycznych i niesymetrycznych. Tworzy się z nich także konstrukcje pneumatyczne. Tkanina architektoniczna jest wytrzymałym i trwałym materiałem budowlanym wykorzystywanym do zadaszenia zarówno stałych, jak i tymczasowych obiektów.

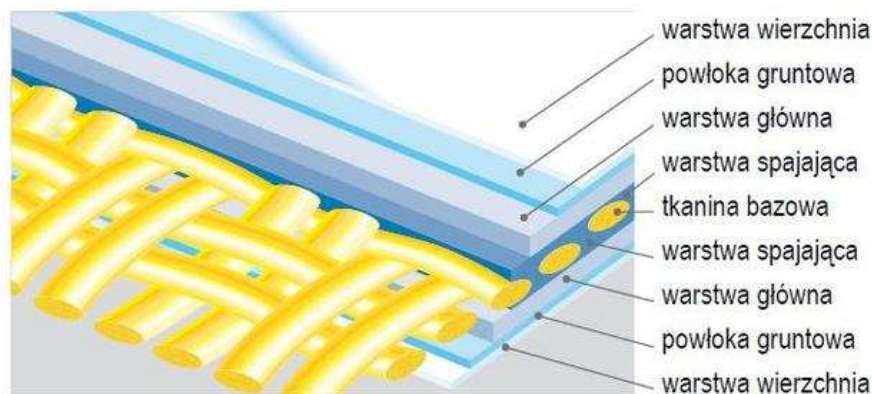
Najbardziej ekonomicznym materiałem membranowym jest PVC/PVDF – idealne rozwiązanie zarówno dla stałych jak i tymczasowych struktur. Tkanina pokryta warstwą PVC/PVDF ma wiele zalet: jest miękka, elastyczna i lekka jednocześnie mając bardzo dużą wytrzymałość na rozciąganie. W szerokim zakresie zmian temperatury i wilgotności pozostaje stała wymiarowo, a specjalny proces powlekania warstwą ochronną zapobiega tworzeniu się pleśni, plam i smug. Przekrycia membranowe mogą przybierać różne formy o dowolnych kształtach i wymiarach.

Do zadaszeń membranowych wykorzystuje się nowoczesne, trwałe i wytrzymałe tkaniny techniczne. Ten lekki materiał konstrukcyjny daje niemal nieograniczone możliwości projektowania zadaszeń o oryginalnych kształtach. Materiał powlekany składa się z plecionej tkaniny bazowej chronionej z obu stron przez specjalną wielowarstwową powłokę, zwaną powleczeniem. Tkaninę bazową tworzą nitki osnowy biegnące wzdłuż beli materiału oraz nitki wątkowe biegnące z kolei w poprzek.

Do budowy konstrukcji tekstylnych najczęściej używa się tkanin poliestrowych powlekanych PVC. Wysokiej jakości tkaniny powlekane posiadają nośnik ze specjalistycznej przędzy tkanej w technologii Low-Wick (uzyskany specjalny spłot nośnika zapobiega zaciąganiu wody i brudu na poziomie kapilarnym) oraz szczelne powleczenie dodatkowo zabezpieczone lakierem na bazie polimerów fluorowych, dzięki której są one odporne na wilgoć i zabrudzenia, a ich trwałość szacowana jest na ponad 20 lat. Zwykle tkaniny plandekowe nie mają tak wielowarstwowej struktury oraz wysokiej jakości lakieru PVDF, przez co plastyfikatory zawarte w PVC z czasem migrują w stronę powierzchni, skracając użytkową żywotność materiału.

Powłoka PVC zawiera dodatki, takie jak stabilizatory UV, środki zwiększające odporność na ogień (antypireny) oraz składniki grzybobójcze. Wysokiej jakości tkaniny architektoniczne pokrywane są ochronnym lakierem PVDF, które nadaje powłoce właściwości samoczyszczące.

Poszczególne materiały membranowe dzielą się na typy, które określają ich klasę wytrzymałości. Tkaniny techniczne stosowane w architekturze poddawane są fabrycznie dwukierunkowym naprężeniom o różnym natężeniu. W kierunku osnowy (wzdłuż beli materiału) tkanina jest bardziej odporna na rozciąganie, aby ograniczyć jej wydłużanie. Z kolei w kierunku wątku (w poprzek beli) bardziej podatna na rozciąganie, dzięki czemu łatwiej poddaje się naprężeniom ortogonalnym powstającym w procesie napinania materiału. Przykładem chętnie stosowanych tkanin technicznych są membranowe materiały powlekane Valmex® Mehatop, prod. Mehler Technologies.



Rys.133.Przekrój powlekanej tkaniny z poliestru i PVC [M10]

Współczesne membranowe tkaniny architektoniczne zawierają stabilizatory UV, które chronią kolor i tkaninę bazową, spowalniając tempo degradacji materiału. Przy wahaniami temperatury oraz poziomu wilgotności tkaniny techniczne zachowują stabilność wymiarową. Specjalny proces powlekania warstwą ochronną (lakierem) zapobiega tworzeniu się pleśni, plam oraz innych przebarwień na powierzchni zadaszenia membranowego.

Tkaniny techniczne posiadają izolacyjność cieplną, dającą częściową ochronę cieplną i ograniczenie strat ciepła w kierunku na zewnątrz obiektu.

Pojedyncza warstwa membrany Valmex FR 1000 o wadze około 1050 g/m² ma współczynniki izolacyjności cieplnej $U = 5,7 \text{ W/m}^2\text{K}$, natomiast dwuwarstwowa konstrukcja zadaszenia membranowego ze szczeliną powietrzną szerokości 200 mm ma $U = \text{ok. } 2,7 \text{ W/m}^2\text{K}$. Zadaszenia membranowe umożliwiają osiągnięcie jeszcze lepszych wartości izolacyjności cieplnej poprzez dodanie kolejnych warstw materiału konstrukcyjnego lub izolacyjnego. Trzeba wziąć jednak pod uwagę, że im więcej będzie warstw membrany w konstrukcji zadaszenia, tym mniej światła będzie ono przepuszczać.

Tablica.26. Parametry świetlne tkanin technicznych [M10]

Cecha (przy 550 nm)	A	B	C	D	E
1	2	3	4	5	6
Przepuszczalność światła	5%	0%	0,50%	0%	12%
Odbicie światła	85%	85%	70%	40%	85%
Pochłanianie światła	10%	15%	30%	60%	3%
A – kolor standardowy biały, przepuszczający B – kolor opak (materiał z czarną podkładką) C – kolor 141 (perłowa biel) D – kolor 852 (piaskowiec) E – wysoce przepuszczający biały 919008					

Produkowane są tkaniny techniczne o odporności ogniowej i takie, które podczas pożaru nie wytwarzają płonących kropli materiału i są kategorii NRO (nie rozprzestrzeniają ognia)

W zależności od koloru tkaniny mamy różne parametry świetlne tkanin podane w Tablica.26 na przykładzie wybranej tkaniny.

9.3. Uwagi do analiz obliczeniowych przekryć (ciągnowo-) membranowych

Powłoki tekstylne są znamienne tym, że nieliniowości geometryczne są jeszcze silniejsze niż w konstrukcjach ciągnowych. Przyjmuje się, że właściwą teorią do analizy membran tekstylnych jest teoria III rzędu, polegająca na rozwinięciu ścisłej macierzy sztywności do 3-go wyrazu szeregu Taylora. Z tego powodu ważne jest posługiwanie się właściwym oprogramowaniem, umożliwiającym taką analizę. Współcześnie jest dostępnych kilka programów a z tego zakresu, a między innymi: [M7], [M1], [M16].

10. Projektowanie systemu konstrukcyjnego

Kryteria stateczności, wytrzymałości i trwałości są warunkami ograniczającymi właściwy cel projektu, jakim jest optimum kosztu nie tylko inwestycyjnego, ale i eksploatacyjnego w założonym okresie projektowym, wynoszącym zwykle 50 lat. Koszt inwestycyjny obejmuje przede wszystkim ceny materiału wraz z zabezpieczeniem antykorozyjnym i ognio-wym, ale również koszty produkcji elementów, ich transportu i montażu. W przypadku standardowym, w warunkach zastosowania zwykłych technologii wykonawstwa przyjmuje się szacunkowo, że koszt hali stanowi dwukrotność ceny materiału wraz z zabezpieczeniami. Koszt elementów stalowych jest mało czuły na klasę stali oraz rodzaj profili i jest zwykle odnoszony do jednostki masy wbudowanych elementów stalowych. W 2015 roku koszt jednego kg konstrukcji wynosił średnio 6,5 zł. Można przyjąć w przybliżeniu, że koszt inwestycyjny (budowy) hali stalowej jest proporcjonalny do masy wbudowanych elementów. Optymalizacji projektowej powinna więc podlegać masa stali. Zauważmy jednak, że w cenie hali stalowej porównywalny do elementów stalowych jest wkład elementów żelbetowych: fundamentów, słupów, posadzki, ew. stropów. Wobec tego w projekcie hali stalowej nie możemy zaniedbać kosztu konstrukcyjnych elementów żelbetowych, a właściwie kosztów stali zbrojeniowej. Reasumując optymalizacji wstępnej powinna podlegać całkowita masa stali, po sprowadzeniu ceny stali zbrojeniowej do stali konstrukcyjnej, oszacowana np. zgodnie z formułą (43):

$$m = m_s + m_z \cdot \frac{c_z}{c_s} \quad (43)$$

gdzie:

m – masa optymalizowana,

m_s , c_s ; m_z , c_z – masa i cena jednostkowa odpowiednio stali konstrukcyjnej i stali zbrojeniowej

Procedury optymalizacji funkcji celu (43) przy ograniczeniach funkcjonalnych (w tym konstrukcyjnych) oraz wytrzymałości, stateczności i trwałości systemu i elementów – można prowadzić standardowymi metodami, a najlepiej poprzez wykonanie wielu wariantów projektów oraz wyborze wariantu optymalnego. Zaprojektowanie konstrukcji zbyt ciężkiej jest błędem, podobnie jak zaprojektowanie konstrukcji niespełniającej warunków wytrzymałościowych.

10.1. Sprawdzenie stateczności i wytrzymałości konstrukcji

W epoce informatyzacji, inżynier i projektant korzysta z programów obliczeniowych, za pomocą, których analizuje złożone modele bez potrzeby wprowadzania zbyt wielu uproszczeń. Wyłącznie na etapie projektowania wstępnego, korzysta z analogowych i historycznych metod ręcznych (np. z fundamentalnej formuły $ql^2/8$, lub analogii kratownicowych, lub analogii linii ciągnięć, lub granicznego stanu plastycznego, lub stanu błonowego). Zrozumienie tego faktu odnośnie obliczeń statycznych jest już powszechne, natomiast obliczenia wytrzymałościowe najczęściej są prowadzone zachowawczymi metodami normowymi.

W praktyce profesjonalnych biur projektów, ze względów organizacyjnych, a przede wszystkim ekonomicznych, („jeśli się długo buduje, to buduje się drogo”), dąży się do tego, by zaprojektowany wstępnie (konceptyjnie) obiekt ulegał jak najmniejszym modyfikacjom w dalszych etapach projektowych. W związku z tym na etapie koncepcji buduje się często proste fizyczne modele i projektowanie wstępne wspomaga badaniami eksperymentalnymi, nie dlatego, że wystąpią niepewności modelu analitycznego, ale w celu przyśpieszenia trafnych decyzji projektowych. Wskazana jest równoległa budowa przestrzennego modelu numerycznego sparametryzowanej konstrukcji w programach typu BIM [27],[41], czyli w takich procedurach, w których po korekcie przekroju, wymiarów lub lokalizacji dowolnego elementu lub fragmentu konstrukcji, pozostała konstrukcja automatycznie dopasowuje się do tej zmiany, po czym okresowo następuje sprawdzenie ograniczeń wytrzymałościowych w nowym modelu obliczeniowym konstrukcji. Taki proces znacząco oszczędza czas projektowania złożonych systemów konstrukcyjnych. Umożliwia uzupełnianie modelu wstępnego o nowe elementy i układy lub „czyszczenie” (eliminowanie zbędnych elementów), lub zmiany parametrów elementów wbudowanych, przez cały proces projektowy, aż do dnia ostatecznego, właściwego sprawdzenia stateczności i wytrzymałości systemu.

W dalszej części tej pracy podano uwagi praktyczne wynikające z wieloletnich doświadczeń, z których wynikną podstawowe wnioski:

1) na etapie projektowania wstępnego przekroje elementów należy dobierać dla najważniejszych stanów granicznych i z najprostszych warunków oraz ewentualnie z prostych badań modelowych, wyłącznie w celu budowy wstępnego modelu BIM.

2) ostateczne sprawdzenie wytrzymałości i stateczności konstrukcji prowadzić wyłącznie dla własnych potrzeb, w celu stwierdzenia prawidłowości projektu i potwierdzenia tego podpisem. Zasadą jest, że projektant nie wykonuje obliczeń na potrzeby innych osób (oprócz sprawdzającego, który powinien uczestniczyć w procesie projektowym w sposób czynny), a w szczególności urzędnika lub wykonawcy.

10.2. Uwagi fundamentalne do wymiarowania konstrukcji stalowych

Tradycyjną metodą, stosowaną w analizach obliczeniowych konstrukcji metalowych, które z natury są wrażliwe na efekty rozmaitych rodzajów niestateczności - jest analiza wyboczeniowa, realizowana poprzez stosowanie współczynników wyboczeniowych (najczęściej wyboczenia giętnego lub bocznego – zwichrzenia). Współczynnik wyboczeniowy określa stosunek nośności elementu do nośności jego przekroju i jest nieliniową funkcją smukłości elementu. Smukłość pręta przed wejściem w życie norm europejskich, powszechnie wyliczano na podstawie arbitralnie przyjmowanych długości wyboczeniowych prętów. Eurokody wprowadziły ogólniejszą definicję smukłości względnej pręta, jako pierwiastek ze stosunku nośności przekroju do nośności krytycznej elementu. Definicja ta w zapisie obejmującym kilka przypadków wyboczenia i klas przekrojów jest następująca:

PN-EN
1993-1-1

$$\bar{\lambda}_{\bullet} = \sqrt{\frac{F_{R\#}}{F_{cr,\bullet}}} \quad (44)$$

gdzie:

$\lambda_{\bullet}$ – smukłość względna pręta przy niestateczności typu $\bullet$

($\bullet = -$ – giętna, $\bullet = LT$ – boczna – zwichrzenie, $\bullet = T$ – skrętna, $\bullet = TF$ – giętno-skrętna)

$F_{R\#}$ – nośność sprężysta przekroju mierzona siłą przekrojową F (siłą osiową N , lub momentem zginającym M , lub momentem skręcającym T , lub bimomentem B_{ω} , itd.), odpowiednia dla klasy $\#$ przekroju ($\# = 1, 2, 3, 4$), na przykład: $N_{R1,2,3} = A \cdot f_y$, $N_{R4} = A_{eff} \cdot f_{y,}$

$M_R = W_y \cdot f_d$, itd.

$F_{cr,\bullet}$ – Nośność krytyczna elementu przy niestateczności typu $\bullet$

Zjawisko wyboczenia giętnego idealnie prostego pręta, wykonanego z materiału sprężystego o module Younga E , długości L i momencie bezwładności przekroju I , ściskanego czystą siłą osiową N , rozwiązał już w XVIII w. Euler, który podał wzór na siłę krytyczną N_{cr} , przy której następuje wyboczenie (bifurkacja stanu równowagi) pręta:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} \quad (45)$$

gdzie:

$L_{cr} = \mu L$ – długość wyboczeniowa,

μ – współczynnik długości wyboczeniowej.

Wprowadzenie wzoru Eulera (39) do formuły (38) dla przypadku wyboczenia giętnego, umożliwia otrzymanie klasycznej, powszechnie stosowanej również dzisiaj, postaci wyrażenia na smukłość pręta ściskanego:

PN-EN
1993-1-1
(6.50)

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \cdot \frac{k_{\#}}{\lambda_1} \quad (46)$$

gdzie:

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93,9 \varepsilon,$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}},$$

$$L_{cr} = \mu \cdot L,$$

$$k_{\#} = 1 \text{ dla klasy przekroju } \# = 1, 2, 3.$$

$$k_{\#} = \sqrt{\frac{A_{eff}}{A}}, \text{ dla klasy } \# = 4$$

W tym miejscu najczęściej prezentuje się kilka podstawowych schematów statycznych prętów i podaje dla nich współczynniki długości wyboczeniowej. Nie będziemy tego robić, bo może to wprowadzić wiele zamieszania, na przykład przez doprowadzenie do przekona-

nia, że maksymalna wartość współczynnika μ wynosi 2 (jak dla wspornika). Jest to szkodziła wiedza, bowiem współczynnik długości wyboczeniowej pręta może być znacznie większy od 2. Można mianowicie pokazać [29], że μ może przyjąć wartości z przedziału (47):

$$0,5 \leq \mu \leq \infty \quad (47)$$

gdzie:

$\mu=0,5$ odpowiada schematowi pręta obustronnie idealnie utwierdzonego (o nieskończonych sztywnościach podpór w tym zamocowania),

$\mu=\infty$ dotyczy pręta obustronnie sprężysto podpartego w podporach o zerowych sztywnościach (czyli pręta swobodnie zawieszonego w przestrzeni),

$\mu=1,0$ opowiada prętowi podpartemu nieprzesuwnie i idealnie przegubowo na obu końcach.

Następnie należy stwierdzić, że rzeczywiste pręty ściskane (słupy) nie są idealne:

- 1) oś pręta nie jest prosta ze względu na imperfekcje geometryczne osi pręta,
- 2) przekrój pręta i parametry materiałowe nie są stałe po długości, ze względu na niedoskonałości hutnicze, wpływające na charakterystyki przekroju,
- 3) siła ściskająca nie jest idealnie stała po długości pręta, ale co ważniejsze ze względu na wstępne mimośrodowo przyłożenie do głowicy słupa - pręt w zasadzie od początku pracy jest obciążony dodatkowymi momentami zginającymi.

W związku z tymi niedoskonałościami wzór Eulera (45) nie powinien być stosowany do pręta rzeczywistego – wzór jest bowiem słuszny, wyłącznie dla innego jakościowo przypadku - dla ściskanego pręta idealnego. Wzór ten ma natomiast duże znaczenie poznawcze, w szczególności jako ważący przykład w teorii katastrof [111] oraz w opisie zjawiska wyboczenia i utraty stateczności układów idealnych w naukach podstawowych: matematyce, fizyce i mechanice.

Pręt rzeczywisty nie ulegnie wyboczeniu, bo od początku pracy jest zginany i ściskany, więc zgodnie z fundamentalną teorią, właściwa dla niego jest analiza drugiego rzędu, w której uwzględnia się wpływ skrócenia pręta, wywołanego siłą osiową na ugięcie, a więc również uwzględnia się zwiększenie momentów zginających od obciążeń poprzecznych przez siły osiowe działające na ugięciach. Takie spostrzeżenie jest jeszcze bardziej oczywiste w przypadku pręta ewidentnie zginanego obciążeniami zewnętrznymi, a nie tylko siłami imperfekcji.

Wbrew temu faktowi, wynikającemu z podstawowych matematycznych modeli teoretycznych, dobrze potwierdzonych eksperymentalnie - dla pręta zginanego i ściskanego posługuje się nadal oszacowaniami sił krytycznych N_{cr} uzyskanymi z analizy wyboczeniowej idealnego układu. Przez analizę wyboczeniową rozumiemy wyznaczenie mnożnika krytycznego konfiguracji obciążeń systemu w procedurach numerycznych nawet bez posługiwania się wzorem Eulera (45). W ten sposób wyznacza się co prawda długości wyboczeniowe prętów z uwzględnieniem przesuwności i podatności węzłów, ale nadal lekceważony jest fakt, że w prętach zginanych i ściskanych nie zajdzie zjawisko wyboczenia w sensie bifurkacyjnym.

W istocie bowiem analiza wyboczeniowa polega na rozwiązaniu problemu własnego algorytmu liniowej - czyli na wyznaczeniu wartości i wektorów własnych macierzy geometrycznej modelu mechanicznego idealnej konstrukcji, bo tylko w idealnej konstrukcji może zajść zjawisko bifurkacji (czyli utraty stateczności). Z całą stanowczością należy przypomnieć, że wobec powszechnemu przekonaniu – analiza wyboczeniowa nie jest analizą nieliniową. Jest procedurą quasi-nieliniową, czyli w istocie liniową.

10.3. Klasyfikacja metod wymiarowania konstrukcji stalowych

Ze względów porządkujących dokonano klasyfikacji metod wymiarowania prętów stalowych, stosowanych w praktyce inżynierskiej w odniesieniu do procedur, proponowanych w normie **PN-EN 1993-1-1** [N19]

10.3.1. Metoda A (imperfekcyjna)

Podstawową i w istocie pojęciowo najprostszą metodą sprawdzania wytrzymałości i stateczności systemów konstrukcyjnych i ich elementów jest metoda imperfekcyjna, zgodna z procedurą wskazywaną w **pkt 5.2.2(3)a PN-EN 1993-1-1** [N19].

W metodzie imperfekcyjnej procedury analizy globalnej stosuje się do całego systemu, obciążonego równoważnymi siłami od imperfekcji: globalnymi (przechyłowymi) i lokalnymi (łukowymi), ale już bez stosowania analizy wyboczeniowej i współczynników wyboczeniowych.

Metoda **A**, która jest najbardziej ogólna, wymaga jeszcze badań, w celu precyzyjnego, inżynierskiego zdefiniowania problemów:

- 1) wyboru kształtu i kierunku imperfekcji,
- 2) jeżeli imperfekcje opisujemy postacią niestateczności wybór odpowiedniej mody, lub zestawu mód, określenie prawidłowej wartości amplitudy imperfekcji, a w przypadku opisu imperfekcji modą, podjęcie decyzji o wprowadzeniu obrotu jako deformacji.

PN-EN 1993-1-1 [N19] sprowadza te ważne zagadnienia do ogólnego zalecenia, że model konstrukcji powinien zawierać wszystkie możliwe imperfekcje.

Metodę imperfekcyjną nazwiemy metodą **A** i dokładniej omówimy w poz. 11.

10.3.2. Metoda B (pełna ogólna)

W przypadku, gdy nie uwzględnimy imperfekcji lokalnych (łukowych), to należy zastosować metodę ogólną w odniesieniu do systemu jako całości (**pkt 5.2.2 (3)b PN-EN 1993-1-1** [N19]), a indywidualne sprawdzenia stateczności elementów dokonać zgodnie z **pkt 6.3**.

W przypadku gdy nie są miarodajne warunki podane w **6.3.1**, **6.3.2** i **6.3.3** (pozwalające zastosować metodę **C** (pkt 10.3.3), to sprawdzenia stateczności elementów należy prowadzić ogólniejszą metodą w wersji zgodnej z **pkt 6.3.4**.

Takie podejście nazwiemy metodą **B**.

Zwracamy uwagę, że metoda **B**, traktowana często jako ogólna, w istocie ma ograniczenia i nie można jej stosować poza przypadkami określonymi w normie, nadto wymaga dysponowania zaawansowanymi programami obliczeniowymi.

W metodzie **B** należy przeprowadzić analizę wyboczeniową systemu i określić mnożniki obciążeń:

- graniczny $\alpha_{ult,k}$
- krytyczny $\alpha_{cr,op}$

Mnożnik obciążeń $\alpha_{cr,op}$ jest minimalną, obliczeniową wartością własną analizy wyboczeniowej rozpatrywanej części lub całości systemu z warunku niestateczności sprężystej z płaszczyzny układu. Wyboczenie z płaszczyzny układu może przybrać formę wyboczenia bocznego (zwichrzenia), giętnego z płaszczyzny lub giętno-skrętnego. W analizie wyboczeniowej sprężystego przestrzennego systemu złożonego z uogólnionych prętów Własowa, nie prowadzi się rozdzielania poszczególnych fizycznych postaci wyboczenia, ponieważ takie rozdzielanie w istocie sprzężonych postaci niestateczności nie jest potrzebne, ani nie jest

możliwe. W takiej analizie przyjmuje się, że mnożnik $\alpha_{cr,op}$ jest mnożnikiem krytycznym konfiguracji obciążeń obliczeniowych, wybranym jako minimalny z wszystkich algebraicznych postaci wyboczenia (czyli jest zapewne pierwszą wartością własną).

Mnożnik $\alpha_{ult,k}$ jest minimalnym mnożnikiem obciążeń obliczeniowych, przy którym przekrój krytyczny osiąga nośność charakterystyczną w warunkach płaskiego stanu deformacji z uwzględnieniem właściwych imperfekcji geometrycznych.

Na podstawie tak wyznaczonych mnożników wyznacza się integralną smukłość systemu:

$$\begin{array}{l} \text{PN-EN} \\ \text{1993-1-1} \\ (6.64) \end{array} \quad \bar{\lambda}_{op} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{cr,op}}} \quad (48)$$

Ponieważ smukłość (48) została wyznaczona dla minimalnego mnożnika obciążeń $\alpha_{cr,op}$ dla wszystkich form wyboczenia (czyli wyboczenia giętnego i bocznego), więc integralny (globalny) współczynnik niestateczności χ_{op} wyznaczany jest dla tej smukłości ze standardowego wzoru:

$$\begin{array}{l} \text{PN-EN} \\ \text{1993-1-1} \\ (6.49) \text{ i } (6.57) \end{array} \quad \chi_{op} = \frac{1}{\phi_{op} + \sqrt{\phi_{op}^2 - \bar{\lambda}_{op}^2}}, \text{ lecz } \begin{cases} \chi_{op} \leq 1,0 \\ \chi_{op} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{op}^2} \end{cases} \quad (49)$$

gdzie:

$$\phi_{op} = 0,5 \cdot \left[1 + \alpha_{op} (\bar{\lambda}_{op} - 0,2) + \bar{\lambda}_{op}^2 \right]$$

α_{op} - parametr imperfekcji określony zależnie od rodzaju elementu i typu przekroju zgodnie z **PN-EN 1993-1-1** [N19]

Ponieważ mnożnik $\alpha_{ult,k}$ wyznacza się z warunku nośności przekroju krytycznego jako odwrotność stopnia wykorzystania przekroju z wzoru:

$$\begin{array}{l} \text{PN-EN} \\ \text{1993-1-1} \\ (6.65) \end{array} \quad \frac{1}{\alpha_{ult,k}} = \frac{N_{Ed}}{N_{Rk}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk}} \quad (50)$$

to warunek stateczności przyjmuje postać:

$$\begin{array}{l} \text{PN-EN} \\ \text{1993-1-1} \\ (6.65) \end{array} \quad \frac{N_{Ed}}{N_{Rk} / \gamma_{M1}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} \leq \chi_{op} \quad (51)$$

Oszacowania mnożników $\alpha_{cr,op}$ i $\alpha_{ult,k}$ należy dokonać metodami numerycznymi. Na rynku funkcjonuje kilka programów, umożliwiających taką analizę. Wymienimy tutaj program [M13], ale przede wszystkim program [M6], [M15] dedykowany do analiz inżynierskich z użyciem uogólnionego elementu prętowego (cienkościennego elementu Własowa).

10.3.3. Metoda C (częściowo ogólna)

Zamiast stosowania metody **B**, co może być kłopotliwe bez dysponowania stosownymi programami komputerowymi, można wyznaczać indywidualne współczynniki wyboczeniowe dla sił krytycznych w każdym z prętów, stosując standardową procedurę wg: [pkt. 6.3.1 PN-EN 1993-1-1](#) [N19], dla elementów ściskanych, [pkt 6.3.2 dla elementów zginanych i pkt 6.3.3 dla elementów zginanych i ściskanych](#).

Metodę globalną z zastosowaniem tych procedur dla siły krytycznej w pręcie wyznaczonym w analizie wyboczeniowej układu, (a nie ze wzoru Eulera (45)) nazwiemy metodą **C**.

10.3.4. Metoda D (elementarna)

Zalecenia normowe pozostawiają możliwość klasycznego wymiarowania pręta na podstawie długości wyboczeniowych, ale w bardzo ograniczonym zakresie. Zgodnie z [pkt 5.2.2.\(3\)c PN-EN 1993-1-1](#) [N19] dopuszcza się sprawdzenie wytrzymałości i stateczności elementów wyłącznie poprzez indywidualne sprawdzenia stateczności elementów, przyjmując odpowiednie długości wyboczeniowe ustalone dla globalnej utraty stateczności wg [pkt 6.3. PN-EN 1993-1-1](#) [N19], ale tylko w przypadkach elementarnych.

Zauważmy, że w praktyce przypadki elementarne właściwie nie występują. Przypadek elementarny będzie miał miejsce wyłącznie wówczas, gdy znana jest podatność i przesuwność węzłów pręta. Autor zna w zasadzie tylko jeden przypadek elementarny – słupawahaczka, to znaczy takiego pręta ściskanego, dla którego uzasadnimy, że będzie zachowywał się jak pręt przegubowo-przegubowy.

Należy zwrócić uwagę, że projektant powinien przedstawić uzasadnienie przyjętego przypadku elementarnego pręta. Niedopuszczalne jest przyjęcie schematu wyboczeniowego pręta wydzielonego z konstrukcji bez uzasadnienia, dotyczącego przesuwności i podatności jego węzłów. Ponieważ przeprowadzenie wystarczającego dowodu jest zwykle trudne, czasowo porównywalne z bezpośrednim zastosowaniem bardziej dokładnych metod, więc zalecamy zastosowanie metody **B** lub **C**, a najlepiej i najłatwiej metody **A**. Metoda **A** jest bowiem stosowana w numerycznych procedurach automatycznych (np. [M6], [M15]) i nie wymaga zbytniego zgłębiania problemu przez inżyniera.

W niniejszej pracy metodą **D** nie będziemy się zajmowali, traktując ją jako niezgodną ze współczesną wiedzą techniczną oraz dostępnymi procedurami informatycznymi w warsztacie inżyniera.

10.3.5. Uwzględnienie stateczności miejscowej ścianek pręta

W przypadku, gdy sytuacja obliczeniowa nie zawiera wpływów pożaru, sprawdzenie przekrojów stalowych może być dokonane zgodnie z [pkt.6.2. PN-EN 1993-1-1](#) [N19], przy czym sprawdzenie można prowadzić dla całości lub części konstrukcji. Stateczność miejscowa ścianek przekroju w tej procedurze jest uwzględniona w nośności przekroju (dotyczy przekroju klasy 4). W procedurze analizy prętów modelowanych elementami powłokowymi stateczność miejscowa ścianki jest elementem metody ogólnej i nie jest potrzebne i właściwe stosowanie uogólnionej teorii prętów (cienkościennych) i metody przekrojów zastępczych (teorii nośności nadkrytycznej).

11. Analiza systemów konstrukcyjnych metodą A (imperfekcyjną)

11.1. Wprowadzenie do metody A wymiarowania

W pkt 10.2 stwierdziliśmy, że w praktyce inżynierskiej podstawową metodą wymiarowania jest nadal podejście zachowawcze, charakterystyczne tym, że do analizy elementów zginanych i ściskanych stosowany jest system współczynników wyboczeniowych (niestałości: giętnej, bocznej, skrętnej, giętno-skrętnej, itd.). Słowo zachowawcze zastosowano w kontekście podejścia mającego na celu utrzymanie dotychczasowego stanu rzeczy, przywiązanego do tradycji, konserwatywnego, bez względu na znane opisy nauki i techniki, które jednoznacznie wskazują, że takie podejście w praktycznych, złożonych lub nieidealnych sytuacjach – nie ma żadnego uzasadnienia teoretycznego, co zwykle prowadzi do procedur niejasnych, do wielu kryteriów, do braku ogólności, do procedur pełnych wyjątków i w konsekwencji trudniejszych do ogarnięcia i stosowania przez inżynierów praktyków procedur od metody imperfekcyjnej, prezentowanej w niniejszej pracy.

We współczesnej, z informatyzowanej społeczności inżynierskiej, utrzymywanie takiego stanu rzeczy nie powinno być akceptowane, ale niestety jest nadal prezentowane w normach europejskich **PN-EN 1993-1-1** [N19]. Mamy więc klasyczną sytuację, w której realizuje się znana teza Feynmana [50], że *„Nowe teorie zwyciężają nie dlatego, że są lepsze, ale dlatego, że wymierają stare.”*

W niniejszej pracy przyjmujemy zasadę, którą od kilkunastu lat stosuje autor w projektach ważnych konstrukcji stalowych zrealizowanych w Polsce i Europie:

Konstrukcje stalowe wymiarujemy w procedurze imperfekcyjnej, której główne założenia są następujące:

1. Projektowanie systemów i elementów konstrukcji stalowych prowadzimy imperfekcyjną metodą ogólną, na siły powstałe w konstrukcji w stanie nieliniowym geometrycznie przynajmniej rzędu II (tzn. przy rozwinięciu macierzy sztywności w szereg Taylora minimum do wyrazu rzędu drugiego, nazywanej często metodą $P-\Delta$). W metodzie $P-\Delta$ siły przekrojowe są wyznaczone z uwzględnieniem wpływu przemieszczeń na ścieżkę pobifurkacyjnej, to znaczy ścieżce równowagi systemu i elementu bez potrzeby znajdowania punktu krytycznego (bifurkacyjnego). W przypadku konstrukcji ciągnowych i ciągnowo - membranowych stosujemy, co najmniej metodę III rzędu.
2. Konstrukcję wytrącamy z idealnej ścieżki równowagi i w rezultacie wprowadzamy na ścieżkę pobifurkacyjną poprzez przyłożenie do węzłów konstrukcji i na długości/powierzchni elementów obciążonych grawitacyjnie (pionowo) – zastępczych sił poziomych od imperfekcji. Te globalne siły imperfekcji są wynikiem losowych niedoskonałości położenia węzłów konstrukcji i osi/płaszczyzn elementów w przestrzeni.
3. Elementy wytrącamy z idealnej ścieżki równowagi i w rezultacie wprowadzamy na ścieżkę pobifurkacyjną poprzez przyłożenie zastępczych poprzecznych sił od imperfekcji na długości prętów. Ponieważ wstępne wygięcia i skręcania dotyczą zarówno elementów ściskanych jak i rozciąganych, więc siły imperfekcji przykładamy na długości każdego pręta w obu kierunkach prostopadłych do osi/płaszczyzny elementu. W przypadku belek siłami wytrącającymi są równomiernie rozłożone na długości pręta momenty skręcające od wstępnego łukowego skręcenia belki. Te lokalne siły imperfekcji pochodzą od wstępnych wygięć pręta ściskanego pomiędzy węzłami lub lokalnych skręceń elementu zginanego. Sposób szacowania sił wytrącających (równoważnych, globalnych i lokalnych sił imperfekcji) podano w pkt 11.2.

4. Stosownie do analizowanego zjawiska dobieramy rodzaj elementów skończonych, którymi modelujemy układ rzeczywisty:
- a) w przypadku konstrukcji nie zawierającej belek podatnych na zwichrzenie i elementów cienkościennych niepodatnych na lokalną utratę stateczności, ale tylko dla takich konstrukcji dopuszcza się stosowanie tradycyjnego modelu prętów o przekroju zwartym (elementy Bernoulliego-Eulera).
 - b) w przypadku konstrukcji zawierającej belki podatne na zwichrzenia, czyli w zasadzie większości belek stalowych niezabezpieczonych przed zwichrzeniem należy stosować uogólnione elementy prętowe, czyli elementy cienkościenne (elementy Własowa).
 - c) niestateczność miejscową ścianki przekroju uwzględniamy na poziomie przekroju klasy 4, w sposób prezentowany przez normę **PN-EN 1993-1-1** [N19] lub stosujemy elementy płytowo-tarczowe do aproksymacji ścianek prętów.
 - d) stosowanie elementów płytowo-tarczowych jest poprawne, ale z punktu widzenia inżynierskiego niezalecane, ponieważ:
 - istotnie zwiększa rozmiar zadania, np. w pracy [57] na przykładzie prostej ramy pokazano, że dyskretyzacja elementami belkowymi była możliwa z użyciem 60 prętów i 61 węzłów lub równoważnie z użyciem 4465 elementów płytowych i 4829 węzłów),
 - wymusza stosowanie bardziej złożonych „naukowych” programów obliczeniowych, w których wprowadzenie modelu konstrukcji i obciążeń jest zwykle dużo bardziej czasochłonne,
 - utrudnia analizę zbyt dużej liczby wyników,
 - umożliwia uzyskanie tylko mnożników obciążeń granicznych i krytycznych, a wymiarowanie należy przeprowadzić i tak jak dla elementu prętowego.

Zwracamy uwagę na wymagania dodatkowe, wskazane w pkt.10.3.1, badania imperfekcjami elementów stalowych, ukierunkowanymi na wyznaczanie równoważnych sił imperfekcji.

W normie europejskiej, jako definicję podstawową smukłości pręta wskazano, co prawda formułę znaną z teorii sprężystości, a mianowicie przyjęto, że smukłość pręta należy wyznaczać z formuły (44). Inżynierowie według tej formuły obliczają smukłość na zwichrzenie, przy czym moment krytyczny M_{cr} wyznaczają w odrębnej procedurze, najczęściej z użyciem programu LTBearN [79]. Jednakże już dla pręta ściskanego siłą krytyczną N_{cr} inżynierowie najczęściej przyjmują ze wzoru Eulera (korzystają z formuły **pkt. 6.3.1.3 PN-EN 1993-1-1** [N19]) i w ten sposób powracają do skrytykowanego szacowania współczynnika długości wyboczeniowej. Od takiego podejścia odchodzimy.

Metoda **A** (imperfekcyjna) wymiarowania jest jakościowo inna od metody zachowawczej i umożliwia na teoretycznie uzasadnionej drodze wyznaczyć siły przekrojowe powiększone (amplifikowane) poprzez wystąpienie zjawisk wyboczeniowych. Analiza przebiega już na pobifurkacyjnej ścieżce równowagi bez badania stanów pośrednich, a zwłaszcza bez poszukiwania punktów krytycznych (wyboczeniowych lub wartości własnych macierzy sztywności). Do tego potrzebne jest jednak wytrącenie konstrukcji lub elementu z idealnej ścieżki równowagi na ścieżkę po utracie stateczności. W tym celu konstrukcję wystarczy dociążyć niewielkimi siłami wytrącającymi, utożsamianymi najczęściej z siłami poziomymi od imperfekcji.

11.2. Siły wytrącające (imperfekcji)

11.2.1. Siły wytrącające od imperfekcji globalnych

Na Rys.134 pokazano model przyjmowany do analizy imperfekcji globalnych systemów konstrukcyjnych, polegający na pochyleniu budowli o wysokości h w kierunku poprzecznym, lub pochyleniu rzędu słupów w kierunku podłużnym o kąt Φ .

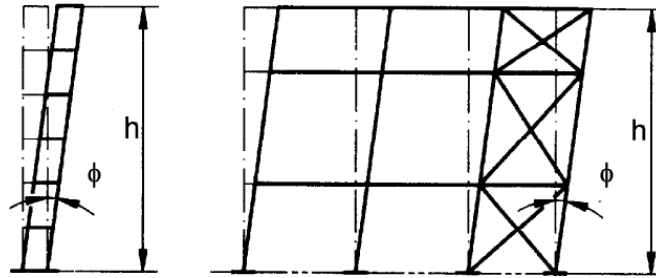
Podstawowa i jednocześnie największa możliwa wartość pochylenia zgodnie z normą **PN-EN 1993-1-1** [N19], to:

$$\Phi = \Phi_0 = h/200 \quad (52)$$

gdzie:

h – wysokość budowli lub długość elementu,

Φ_0 – podstawowy kąt wychylenia wstępnego.



Rys.134. Zastępcze imperfekcje przechyłowe **rys.5.2. PN-EN 1993-1-1** [N19]

Kąt wychylenia (53) może być zredukowany współczynnikami redukcyjnymi α_h - w zależności od wysokości budowli h oraz α_m - w zależności od liczby słupów m w rozpatrywanym szeregu podłużnym. Bardziej ogólnie współczynnik ten powinien być obliczony dla liczby słupów stabilizowanych w kilku rzędach, a nie tylko w jednej ścianie [108]:

**PN-EN
1993-1-1
(5.5)**

$$\Phi = \Phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (53)$$

gdzie:

α_h – współczynnik redukcyjny ze względu na wysokość,

α_m – współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę słupów.

Współczynniki redukcyjne wynoszą:

**PN-EN
1993-1-1
(5.5)**

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}, \text{ lecz } \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1, \quad (54)$$

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{m+1}{2m}}, \quad (55)$$

gdzie:

m – liczba słupów w rzędzie, które przenoszą obciążenie N_{Ed} , nie mniejsze niż 50% przeciętnego obciążenia słupa w rozpatrywanej płaszczyźnie pionowej.

Jeśli zewnętrzna siła pozioma przekracza 15% całkowitej siły pionowej, to siły od imperfekcji można pominąć.

Współczynniki redukcyjne przyjmują maksymalne możliwe wartości 1,0 odpowiednio dla $h = 4$ m i dla $m = 1$. Na przykład dla konstrukcji z Rys.1 mamy $m = 6$ słupów nośnych w ścianie podłużnej i redukcja wynosiłaby $\alpha_m = [(6+1)/(2 \cdot 6)]^{1/2} = 0,76$.

Ponieważ w praktycznie spotykanych przypadkach wpływ sił imperfekcji na zwiększenie wyężenia początkowego nie jest zbyt istotny, ale siły imperfekcji spełniają pożyteczną, obliczeniową rolę, bo prowadzą do wytrącenia systemu z idealnego położenia, więc w celu uproszczenia procedur dla zwykłych przypadków przyjmuje się najniekorzystniejszą wartość (52).

W praktycznych procedurach obliczeniowych, zamiast modyfikowania geometrii modelu, wprowadza się równoważne siły poziome H_{Ed} , wywołane imperfekcjami globalnymi, które są przyłożone do głowicy i do stopy słupa w przeciwnych kierunkach (Rys.135, Rys.136a), o wartości:

PN-EN

1993-1-1

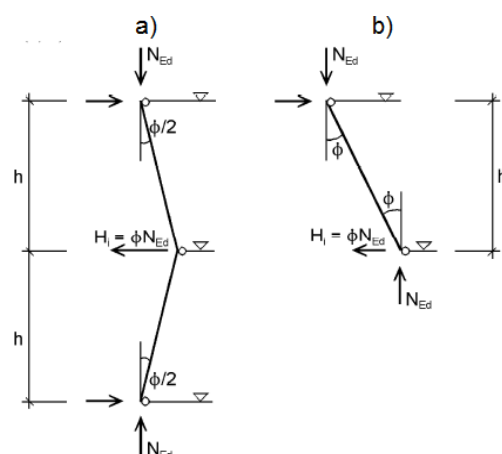
(Rys.5.3)

$$H_{Ed} = \Phi \cdot N_{Ed} \quad (56)$$

gdzie:

N_{Ed} – obliczeniowa siła ściskająca słup,

Φ – niezamierzony kąt przechylenia słupa (53).



Rys.135. Imperfekcje przechyłowe oraz oddziaływania poziome na podpory

rys.5.3. PN-EN 1993-1-1 [N19]

Siła N_{Ed} jest unormowaną osiową siłą przekrojową w danym słupie. Zwykle przyjmuje się, że jest to maksymalna siła ściskająca z długości słupa. W przypadkach uzasadnionych dużym wpływem sił H_{Ed} na stan przemieszczeń i naprężeń, jako normę przyjmuje się średnią ważoną, proporcjonalną do odcinków długości słupa (w granicy, jako całkę po długości pręta, podzieloną przez jego długość h).

W przypadku linii słupów spiętych belką wezłowiową najczęściej do głowicy pierwszego słupa przykładają się sumaryczną siłę od imperfekcji wszystkich słupów w szeregu $H_{Ed} = \sum N_{Ed}$. Taki zabieg często uogólnia się na całą kondygnację budynku wielokondygnacyjnego w przypadku baterii słupów spiętych tarczą stropową.

11.2.2. Siły wytrącające od imperfekcji lokalnych

Obciążenie równoważne od imperfekcji lokalnych (elementu) przyjmuje się zgodnie z [pkt. 5.3.2 \(6\) PN-EN 1993-1-1](#) [N19] (Rys.136b).

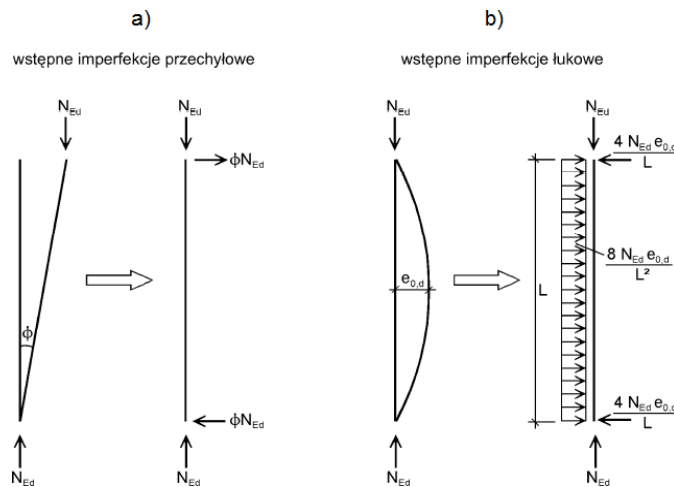
Równoważne obciążenie równomiernie rozłożone po długości elementu ściskanego siłą N_{Ed} przyjmuje się według formuły (57):

**PN-EN
1993-1-1
(Rys.5.4)**

$$q_d = \frac{8N_{Ed} \cdot e_{0,d}}{L^2} \quad (57)$$

Obliczeniowe mimośrodory $e_{0,d}$, (Rys.136b) podano w [Tablicy 5.1](#), zależnie od krzywej wyboczeniowej a_0 do d , która zgodnie z [tab.6.1. PN-EN 1993-1-1](#) [N19] zależy od kształtu przekroju pręta, płaszczyzny wyboczenia oraz klasy wytrzymałościowej stali. Mimośrodory $e_{0,d}$ są proporcjonalne do długości elementu oraz zależą od rodzaju prowadzonej analizy (sprężysta, plastyczna). W praktyce w analizach II rzędu, które zalecamy w niniejszej pracy, w celu uproszczenia analizy, w zwykłych sytuacjach przyjmuje się wstępne mimośrodory jak dla analizy sprężystej, dla krzywych wyboczeniowych od a do d (po zaokrągleniu w stronę niekorzystną, czyli większych mimośrodów) według wzoru (58).

$$e_{0,d} = \frac{1}{200} \cdot L \quad (58)$$



Rys.136. Zastąpienie wstępnych imperfekcji równoważnymi siłami poziomymi [rys.5.4 PN-EN 1993-1-1](#) [N19]

Tablica.27. Wartości obliczeniowe wstępnych imperfekcji łukowych e_0/L

Tabl. 5.1. PN-EN 1993-1-1 [N19]

Krzywa wyboczenia wg tablicy 6.1	Analiza sprężysta	Analiza plastyczna
	e_0/L	e_0/L
1	2	3
a_0	1/350	1/300
a	1/300	1/250
b	1/250	1/200
c	1/200	1/150
d	1/150	1/100

W przypadkach uzasadnionych dużym wpływem wstępnych mimośrodków na pracę konstrukcji (wrażliwych na efekt P- Δ) należy różnicować niezamierzone mimośrodki dla poszczególnych elementów i w konsekwencji równoważne obciążenia poziome zgodnie z 0

11.2.3. Źródło imperfekcji (imperfekcje, a tolerancje wykonania)

Niedoskonałości systemu konstrukcyjnego i jego elementów, czyli odstępstwa od stanu idealnego, są nazywane imperfekcjami i mają swoje źródło w niedoskonałej technologii przygotowania materiału, wykonania prefabrykatów na warsztacie oraz przeprowadzenia montażu. Imperfekcje materiałowe związane ze zmiennością cech materiałowych, szczególnie granicy plastyczności i naprężeń własnych walcowniczych, oraz imperfekcje technologiczne, związane głównie z jakością procesu spawalniczego (naprężenia spawalnicze oraz karby technologiczne), uwzględniane są w częściowych, materiałowych współczynnikach bezpieczeństwa γ_M .

Imperfekcje geometryczne mają swoje źródło w wytwórczych i montażowych odchyłkach konstrukcji od idealnego kształtu projektowanego. Są to niewielkie mimośrodki montażowe występujące w węzłach konstrukcji nieobciążonej, przesunięcia osi płaszczyzn belek słupów i innych elementów, odchyłki geometryczne elementów wynikające z tolerancji wykonawczych, określonych w normach wyrobów i wykonania, takie jak: brak prostopadłości, brak prostoliniowości, brak płaskości, brak przylegania, skręcenia przekroju, odchyłki geometryczne przekrojów. Imperfekcje geometryczne dzielą się na:

- imperfekcje systemowe (globalne),
- imperfekcje elementów (lokalne, łukowe).

Imperfekcje geometryczne globalne i lokalne należy uwzględniać w analizie konstrukcji, ale jest to w normie **PN-EN 1993-1-1** [N19] w sposób odmienny proponowane do różnych rodzajów imperfekcji.

Imperfekcje globalne należy uwzględniać w postaci zastępczych, wstępnych imperfekcji przechyłowych. Te imperfekcje muszą być zawsze uwzględniane chyba, że zewnętrzne obciążenie poziome głowicy elementu H_{Ed} jest na tyle duże, że równoważna siła od imperfekcji jest pomijalna, co wyraża formuła:

**PN-EN
1993-1-1
(5.7)**

$$H_{Ed} \geq 0,15V_{Ed} \quad (59)$$

gdzie:

H_{Ed} – całkowite, zewnętrzne obciążenie poziome elementu,

N_{Ed} – łączne, zewnętrzne obciążenie pionowe.

Imperfekcje lokalne można zgodnie z **PN-EN 1993-1** [N19], uwzględnić na trzy sposoby:

- 1) za pomocą współczynnika wyboczeniowego χ wg wzoru **6.49 PN-EN 1993-1-1** [N19] lub współczynnika zwichrzenia χ_{LT} wg wzoru **6.57 PN-EN 1993-1-1** [N19];
- 2) za pomocą współczynnika integralnego (globalnego) χ_{op} wg pkt. **6.3.4.(4) PN-EN 1993-1-1** [N19];
- 3) za pomocą równoważnych sił imperfekcji lokalnych zgodnie z Rys.136.

W przypadku, gdy przeprowadza się obliczenia statyczne II rzędu, w których uwzględniane są zarówno imperfekcje globalne, jak i lokalne, to nie ma potrzeby oddzielnego sprawdzania stateczności elementów prętowych (uwzględniania wyboczenia przy wymiarowaniu prętów), gdyż skutki wyboczenia uwzględnione są w wynikowych wartościach momentów zginających i sił podłużnych, otrzymanych z obliczeń statycznych. W metodzie A (imperfekcyjnej) - pkt.10.3.1, stosowane są obliczenia II rzędu z uwzględnieniem globalnych i lokalnych sił imperfekcji.

Niedoskonałości geometryczne systemu były przedmiotem badań statystycznych przez wielu autorów, np. (Mrazik, 1987) [92]. Niezaprzeczną zaletą Eurokodu 3 jest to, że uporządkował takie badania i wskazał na bezpieczne aproksymacje, które można stosować w praktycznym projektowaniu.

Dopuszczalne odchyłki wykonania Δ (tolerancje wykonania) systemów i elementów konstrukcyjnych podano w **PN-EN 1090-2+A1** [N5]. Porównując wartości zalecanych, niezamierzonych mimośrodów z granicznymi tolerancjami mamy obraz zawarty w Tablicy.28. Stwierdzamy, że obliczeniowe mimośrody wstępne, przyjmowane do obliczania sił imperfekcji są znacznie większe od charakterystycznych tolerancji wykonania dla słupów i dla płyt, co oznacza, że uwzględniono efekty rozregulowania systemu konstrukcyjnego postępującego w trakcie eksploatacji obiektu, a także to, że element może być faktycznie wbudowany w konstrukcję z odchyłkami większymi od tolerancji granicznych (zastosowano współczynnik obliczeniowy $\gamma \geq 1$).

Tablica.28. Porównanie wstępnych mimośrodów $e_{o,d}$ z dopuszczalnymi tolerancjami elementów stalowych Δ

Rodzaj elementu	Wymiar L	$L/e_{o,d}$ wg <i>PN-EN 1993-1-1</i> [N19]	L/Δ wg <i>PN-EN 1090-2+A1</i> [N5]
1	2	3	4
Słup (ogólnie)	h- wysokość	100 do 350	750
Belka	L-długość	200 do 600	750
Płyta	b- szerokość lub długość	200	400
Żebro	b- wysokość	400	400
Słup ramy	h- wysokość	200	500
Kratownica: odchyłka w pionie lub poziomie węzła od prostoliniowości lub od wstępnego wygięcia (uwypuklenia)	L-rozpatriwana długość, najczęściej rozpiętość	(-)	500

11.3. Analiza układów płaskich

Tradycyjna analiza, która jest dostosowana do ręcznych technik analiz, polegała na oddzielnych analizach płaskich układów:

1. Układu poprzecznego hali [słupy, więzary] w płaszczyźnie pionowej poprzecznej. Układ przenosi podstawowe obciążenia pionowe i obciążenie wiatrem z kierunku bocznego (parcie na jeden słup i ssanie na drugi).
2. Układu połączowego [wiązary-płatwie, stężenia połączeniowe T_1 , T_2] w płaszczyźnie poziomej. Układ przenosi obciążenia zastępcze od imperfekcji układu w płaszczyźnie dachu i działanie wiatru na ściany szczytowe.
3. Układu podłużnego [słupy, więzary stężenia międzysłupowe T_4] w płaszczyźnie pionowej podłużnej. Układ przenosi obciążenia zastępcze od imperfekcji działające na głowice słupów w kierunku podłużnym oraz działanie wiatru na ściany szczytowe.
4. Ścian podłużnej [wiązary, płatwie, stężenia pionowe między więzarami T_3] w płaszczyźnie pionowej podłużnej. Układ służy do sprzężenia sąsiednich więzarów w bikonstrukcje, przez co zwiększa niezawodność konstrukcji.
5. Ściany szczytowej [ściana ze stężeniami T_6] w płaszczyźnie pionowej poprzecznej. Ściana szczytowa najczęściej jest ustawiona przed skrajną ramą poprzeczną.

Każdy z tych układów powinien być stateczny i wytrzymały na obciążenia zewnętrzne i od sił imperfekcji.

Takie podejście wymaga wydzielenia układów płaskich z przestrzennej konstrukcji, które mogą stanowić samodzielny model przy „dobrym” przyjęciu kinematycznych warunków brzegowych, co najczęściej wymaga oszacowania stopnia zamocowania lub oparcia w/na pozostałej konstrukcji (najczęściej w analizach pomocniczych, w których szacowane są stałe sprężystości podpór wymodelowane z konstrukcji, na której opiera się analizowany układ), a także wymaga wyliczenia obciążeń przekazywanych na płaski model z otoczenia (w tym z pozostałych części konstrukcji). W rezultacie żmudnych obliczeń uzyskany wynik może znacznie odbiegać od rzeczywistości, najczęściej w kierunku zwiększenia masy konstrukcji, ale może też doprowadzić do niebezpiecznego projektu. Oszacowanie błędów modelu należałoby dokonać obliczeniami na przestrzennym modelu, co z istoty rzeczy zapewne nie będzie przeprowadzone, więc obliczenia będą wykonane przy nieznanym błędzie modelu. Analiza

układów płaskich ma jednak tę podstawową zaletę, że umożliwia jasne rozdzielenie funkcji poszczególnych układów części konstrukcji i w rezultacie wstępne zbadanie stateczności konstrukcji oraz daje podstawowe informacje o zamodelowaniu równoważnych sił od imperfekcji, potrzebnych do obliczeń na modelu przestrzennym.

11.4. Analiza płaskich układów stężeń

Uproszczona analiza stężeń prętowych polega na rozpatrzeniu płaskich schematów stężeń, pokazanych na Rys.137, obciążonych równoważnymi siłami imperfekcji oraz obciążeniami zewnętrznymi (najczęściej wiatru na ścianę szczytową) oraz od siłami wstępnego naciągu (sprężenia) prętów stężeń.

Równoważne siły imperfekcji wyznacza się przy założeniu, że płaszczyzna przegrody obiektu (np. połąć dachowa) jest zmontowana z niezmiernym wygięciem wstępnym $e_{0,d}$, pokazanym na Rys.138.

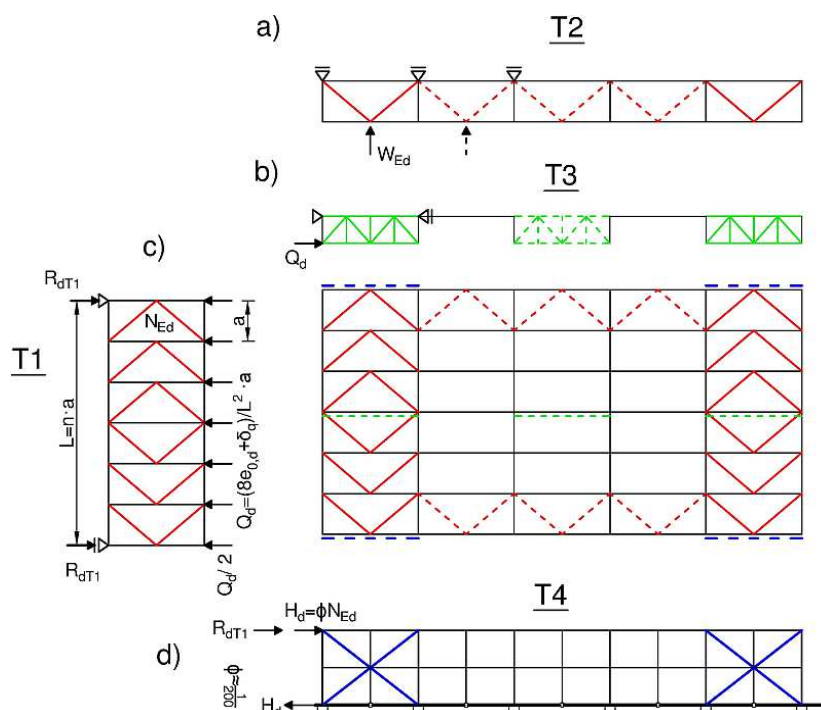
Wygięcie wstępne (imperfekcję) $e_{0,d}$ można oszacować z formuły:

$$e_{0,d} = \alpha_m \cdot \frac{L}{500} \quad (60)$$

gdzie:

L- długość stężenia (najczęściej rozpiętość hali),

α_m – współczynnik redukcyjny (37) dla m –liczby elementów stężanych (płatwi).



Rys.137. Zastępcze modele płaskie do analizy stężeń w halach: a) T2-połąciowe podłużne, b) T3 - pionowe między wiązarami, c) T1- połąciowe poprzeczne, d) T4 - pionowe w linii ścian bocznych

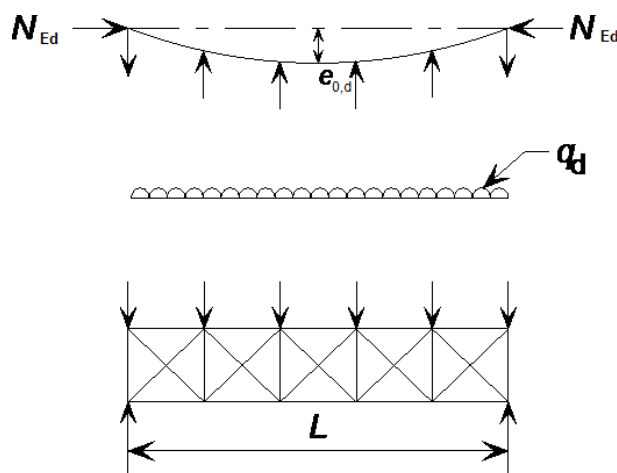
Imperfekcje (60) zastępujemy obciążeniem równoważnym od imperfekcji q_d (Rys.138) i przykładamy jako równomiernie rozłożone obciążenie poprzeczne o wartości:

$$q_d = N_{Ed} \frac{8(e_{0,d} + \delta_q)}{L^2} \quad (61)$$

gdzie:

δ_q - strzałka ugięcia w płaszczyźnie układu usztywniającego, wywołana oddziaływaniem q_d i wszelkimi obciążeniami zewnętrznymi, uzyskanymi z analizy pierwszego rzędu.

Gdy stosuje się teorię drugiego rzędu, to można przyjąć $\delta_q = 0$.



Rys.138. Równoważna siła stabilizująca stężenie [rys.5.6. PN-EN 1993-1-1](#) [N19]

W przypadku prowadzenia zalecanej w tej pracy analizy II rzędu przyjmuje się $\delta_q=0$. Obciążenia skupione na węzły kratownicy stężącej o rozstawie węzłów $a=L/n$ wynosi:

$$Q_d = q_d \cdot a \quad (62)$$

gdzie:

$a=L/n$ – odległość między węzłami kratownicy,

$(n+1)$ – liczba sił skupionych (od płatwi)

11.4.1. Przykład wyznaczenia sił imperfekcji na stężenie połaciowe poprzeczne T1

Przykład P1

Model stężenia połaciowego poprzecznego T1 (Rys.137c), to kratownica podparta na stężeniach pionowych w linii ścian (tężniki pionowe w modelu zastąpiono podporami)

Kratownica pozioma T1 obciążona jest w węzłach siłami skupionymi (62) od stabilizowanych pasów kratownic zebranych z długości hali.

Dla przypadku pokazanego na rys. Rys.137 i dla przykładowo przyjętej długości $L=24$ m, oraz obliczeniowej maksymalnej (tj. w środku rozpiętości) siły ściskającej pas kratownicy pośredniej $N_{Ed}=400$ kN mamy:

- liczba pasów kratownic dachowych na długości hali
 $m_d = 4 + 50\% \cdot 2 = 5$
 (4 pasy kratownic środkowych i 2 pasy kratownic skrajnych z obciążeniem 50%),
- suma sił w prętach pasach (prętach stabilizowanych)
 $\sum N_{Ed} = 4 \cdot 400 + 2 \cdot 50\% \cdot 400 = 2000$ kN,
- liczba stężeń połaciowych poprzecznych na długości hali, objętych rozpatrywanymi wiązarami
 $m_s = 2$,
- na jedno stężenie przypada liczba sił destabilizujących
 $m = m_d / m_s = 5 / 2 = 2,5$,
- współczynnik redukcyjny ze względu na liczbę elementów stężanych

$$\alpha_m = \sqrt{\frac{2,5 + 1}{2 \cdot 2,5}} = 0,84$$

- strzałka wstępnej imperfekcji łukowej
 $e_{0,d} = 0,84 \cdot 24 / 500 = 0,040$ m
- strzałka ugięcia kratownicy od obliczeniowego obciążenia równoważnego $\delta_q = 0$, zgodnie z uwagą pod wzorem (61)
- równoważne obciążenie obliczeniowe

$$q_d = 2000 \cdot \frac{8 \cdot (0,040 + 0)}{24^2} = 1,11 \text{ kN / m}$$

- liczba pól kratownicy $n=6$
- odległość między węzłami kratownicy $a=L/n=24/6=4,0$ m
- obciążenie węzłowe kratownicy $Q_d=1,11 \cdot 4,0 = 4,44$ kN

Siły w prętach kratownicy od obciążeń równoważnych, a także innych obciążeń, wymienionych dalej, wyznaczamy metodami mechaniki budowli w schemacie statycznym pokazanym na Rys.137c. Siłę w pręcie i-tym, pochodzącą od Q_d oznaczmy przez $N_{d,Qi}$. Siła ta jest siłą obliczeniową pochodzącą od obciążeń pionowych, które

wywołują siły w pasach N_{Ed} , to znaczy od: obciążeń stałych, od śniegu, obciążenia użytkowego na dachu, od urządzeń technologicznych umieszczonych na dachu, od instalacji i elementów podwieszonych do przekrycia, a także od oddziaływania wiatru na połac dachową. Ponadto siła w i-tym pręcie będzie wywołana przez: ewentualny naciąg (sprężenie), pręta (charakterystyczny naciąg oznaczmy przez $N_{k,si}$) oraz parciem wiatru na ścianę czołową (charakterystyczną siłę od wiatru oznaczmy przez $N_{k,wi}$).

Ze względu na słabą korelację pomiędzy siłą obliczeniową imperfekcji $N_{d,Qi}$, a siłami $N_{k,wi}$, a także $N_{k,si}$: 1) można zaniedbać problem jednoczesności działania wiatru na połac dachową i ściany czołowe (mimo, że wiatr działa jednocześnie na wszystkie przegrody budynku) i przyjąć: $N_{d,wi} = [(v_f = 1,5) \cdot (\psi = 0,6)] \cdot N_{k,wi} = 0,9 \cdot N_{k,wi}$; 2) oddziaływania poziome od wiatru przyjmujemy tylko na jedną ścianę czołową najbliższą położoną stężenia, uwzględniając tym fakt lokalnego wpływu działań zgodnie z zasadą Saint-Venanta, 3) siłę od sprężenia traktujemy jako niekorzystną (lokalnie na pręt) ze współczynnikiem $(v_f \cdot \psi) = 1,0$, czyli $N_{d,si} = 1,0 \cdot N_{k,si}$. Obliczeniową siłę w i-tym pręcie stężenia wyznaczmy poprzez sumowanie sił od wszystkich oddziaływań: $N_{d,i} = N_{d,Qi} + N_{d,si} + N_{d,wi}$, co spełnia ideę formuł kombinacyjnych **PN-EN 1990** [N15] opisanych w pracy [32].

11.4.2. Przykład wyznaczenia sił imperfekcji na stężenie połaciowe podłużne T2

Przykład P2

Model stężenia połaciowego podłużnego T2 (Rys.137a) oddaje sytuację, w której to stężenie jest wymagane.

Dotyczy to sytuacji, w której płatwie skrajne są obciążane międzywęzłowo przez słupki pośrednie siłami od wiatru W_{Ed} . Wówczas przekrój międzywęzłowy należy podeprzeć prętami stężeń w celu uniknięcia nadmiernego zginania płatwi skrajnych (okapowych). Siły w prętach T2 wyznacza się z warunku równowagi obciążonego węzła. W zasadzie w innych zwykłych sytuacjach stężenia połaciowe podłużne nie są wymagane, chyba że będą potrzebne ze szczególnych względów, a przede wszystkim w celu poprawy stateczności poziomej przekrycia poprzez wykonstruowanie poziomej ramy na obwodzie całego przekrycia z pól stężonych przez T1 i T2. W takim przypadku siły w prętach stężeń T2 należy wyznaczyć w schemacie tej poziomej ramy.

11.4.3. Wyznaczenia sił imperfekcji na stężenie pionowe między wiązarami T3

Potrzeba stężenia pionowego między wiązarami T3 wynika z konieczności sprzężenia dwóch sąsiednich wiązarów, w taki sposób, by w modelu Rys.137c, czyli kratownicy z pasem górnym zawieszonym na płatwiach stabilizował się pas dolny na przypadek niezamierzonego skręcenia pionowej płaszczyzny kratownicy. Pas dolny jest zwykle rozciągany, ale zalecamy by siłą stabilizującą Q_d wyznaczyć na przypadek ściskania pasa dolnego siłą równą jego nośności plastycznej to znaczy $N_{Rd}=f_y \cdot A$, gdzie A jest polem przekroju pasa dolnego. Siła działająca na konstrukcję stabilizującą zgodnie z [pkt 5.3.3.\(4\) PN-EN-1993-1-1](#) [N19] wynosi:

$$Q_d = \frac{\alpha_m \cdot N_{Rd}}{100} \quad (63)$$

gdzie konserwatywnie przyjmujemy: $\alpha_m=1,0$

11.4.4. Przykład wyznaczenia sił imperfekcji na stężenie pionowe w linii słupów T4

Przykład P3

Model stężenia pionowego w linii słupów ścian bocznych pokazano na Rys.137d.

Przedstawiono sytuację, w której słupy główne są utwierdzone w blokach fundamentowych, co może mieć miejsce w przypadku stężeń ramowych, to znaczy wówczas, gdy utwierdzenie w stopach jest wystarczające do przeniesienia obciążeń pokazanych na modelu. W takim przypadku nie są potrzebne stężenia prętowe, ale musimy się liczyć z powstaniem momentów utwierdzenia i zginaniem podporowych przekrojów słupów momentami zginającymi, które mogą prowadzić do zwiększenia przekrojów słupów. Dodatkowe zginanie słupów można wyeliminować poprzez zastosowanie stężeń prętowych T4 i wprowadzenie przegubów podporowych w miejsce utwierdzeń.

W głowicy każdego słupa działa siła pozioma:

$$H_{Ed} = 1/200 \cdot N_{Ed} \quad (64)$$

gdzie:

N_{Ed} jest siłą ściskającą dany słup.

Mnożnik 1/200 może być zmniejszony zgodnie z pkt. 11.2.1, choć w praktyce projektowej rzadko się tego dokonuje, ze względu na niewielki wpływ sił H_d na siły i przemieszczenia w zwykłych konstrukcjach. Może to być konieczne w konstrukcjach wrażliwych na imperfekcje.

Często we wstępnych analizach całą ścianę obciąża się na poziomie głowicy 1-szego słupa sumą sił poziomych ze wszystkich słupów

szeregu. Natomiast w obliczeniach numerycznych każdą siłę pionową V_{Ed} działającą na pokrycie uzupełnia się automatycznie siłami $H_{Edx}=H_{Edy}= 1/200 V_{Ed}$. Oprócz siły poziomej, wywołanej imperfekcjami samych słupów na głowice słupów działa reakcja R_{dT1} ze stężenia połączeniowego poprzecznego, określona w modelu z pkt 11.4.1.

11.5. Analiza przestrzennych modeli konstrukcyjnych

Zauważmy najpierw, że wszystkie układy konstrukcyjne pracują przestrzennie. Model konstrukcji powinien przede wszystkim pozwolić na uwzględnienie wszystkich istotnych zjawisk i mechanizmów, które mogą wystąpić w sytuacjach obliczeniowych w projektowanej konstrukcji.

Dla współczesnych komputerów i programów modele prętowe złożone nawet z dużej liczby prętów są bardzo prostymi modelami obliczeniowymi.

Autor niniejszego opracowania korzysta na przykład z własnego programu obliczeń płaskich układów prętowych o liczbie prętów do 3 tys. elementów, który jest zainstalowany na telefonie komórkowym Samsung z systemem operacyjnym Android. W tym programie wykonuje podręczne, pomocnicze obliczenia płaskich układów hal, opisanych w pkt. 0.

Współcześnie obliczenia statyczno-wytrzymałościowe są prowadzone wyłącznie na przestrzennych modelach konstrukcji, zawierających pręty ze wszystkich układów wymienionych w pkt. 0. Model taki należy obciążyć oddziaływaniami zewnętrznymi oraz równoważnymi siłami imperfekcji.

W celu uproszczenia postępowania przy uwzględnianiu imperfekcji systemowych (przechyłowych) zaleca się każdą siłę pionową (skupioną lub rozłożoną) F_z stowarzyszyć ze składowymi poziomymi:

$$F_x = \frac{1}{200} F_z, \quad F_y = \frac{1}{200} F_z \quad (65)$$

Ponadto na długości prętów należy przyłożyć równoważne siły od imperfekcji lokalnych (łukowych) o wartości:

$$q = \frac{8 \cdot A \cdot f_y}{n \cdot L} \quad (66)$$

gdzie:

A , L - pole przekroju i długość pręta,

n – mnożnik wg 0, w konserwatywnym podejściu przyjmuje się $n=150$.

W przypadku belek, istotne mogą być lokalne imperfekcje w postaci wstępnych skręceń. Równoważne siły imperfekcji, będą równomiernie rozłożonymi po długości belki, momentami skręcającymi m_d . Postępując analogicznie do procedury szacowania równoważnych sił (61), otrzymamy wyrażenie na równoważne momenty skręcające od imperfekcji skrętnych zgodnie z formułą:

$$m_d = M_{Ed} \frac{8\varphi_{0,d}}{L} \quad (67)$$

gdzie:

M_{Ed} – obliczeniowy moment zginający i L – długość belki – miarodajne do szacowania zwirzenia elementu

Występujący w (67) kąt wstępnego skręcenia $\varphi_{0,d}$ oszacujemy przy tym założeniu, że wstępne wygięcia łukowe $e_{0,d}$, pokazane na Rys.136b dotyczą pasa górnego (1) i dolnego (2) belki o wysokości H , wygiętymi w przeciwne strony o wartość, stanowiącą 50% imperfekcji łukowego wygięcia: $e_{0,d(1)} = -e_{0,d(2)} = e_{0,d}/2$. Tutaj $e_{0,d}$ jest strzałką wygięcia wstępnego, określoną jak dla pręta ściskanego wg [Tablicy 5.1 PN-EN-1993-1-1](#) [N19], ale zależnie od krzywej wyboczeniowej a do d belki zginanej, przyporządkowanej do typu przekroju zgodnie z [Tablicą 6.4](#). Mamy stąd oszacowanie:

$$\varphi_{0,d} = \frac{e_{0,d} / 2}{H / 2} = \frac{e_{0,d}}{H} \quad (68)$$

gdzie:

H – wysokość belki.

Po przełożeniu wyrażenia (67) na język charakterystyk geometrycznych dla stanu granicznego, tzn. $M_{Ed} = W_y \cdot f_d$, mamy:

$$m = \frac{8W_y \cdot f_y}{n \cdot L \cdot H} \quad (69)$$

gdzie:

W_y , L – sprężysty wskaźnik wytrzymałości względem osi y i długość belki w konserwatywnym podejściu przyjmuje się $n=150$.

Ponieważ większość programów obliczeniowych posiada algorytmy do automatycznego obciążania pręta ciężarem własnym g , więc siły imperfekcji q (66) i m (67) wyrazimy w funkcji tego ciężaru w postaci:

$$q = \frac{8g}{L} \cdot \frac{f_y}{n\gamma_{cw}}, \quad m = \frac{8g \cdot \frac{W_y}{A}}{L \cdot H} \cdot \frac{f_y}{n\gamma_{cw}} \quad (70)$$

gdzie:

f_y , γ_{cw} – granica plastyczności i ciężar właściwy stali, $n=150$

Przykłady rachunkowe zastosowania metody **A** zarówno do płaskich układów konstrukcyjnych (ram poprzecznych, stężeń połączonych i pionowych), a także odpowiadających przestrzennych modeli oraz porównania z obliczeniami metodami **B**, **C** i **D** zawiera praca [44].

Z analiz [44], wynika, że we wszystkich rozpatrywanych przypadkach zarówno prostych jak i złożonych - imperfekcje lokalne: zarówno wygięcia łukowe dla słupów jak i skręcenia wstępne dla belek - mają pomijalnie mały wpływ na wyężenie elementów. Wynika to z następujących spostrzeżeń:

- 1) Z zasady (65) wynika, że zarówno słupy z ciężarem własnym rozłożonym po długości jak i belki z ciężarem własnym prostopadłym do osi belki są obciążane w dwóch płaszczyznach prostopadłych do płaszczyzny grawitacji poziomymi siłami imperfekcji o wartości:

$$q = \frac{g}{200} \quad (71)$$

- 2) Siły (71) są co prawda nieco mniejsze od (70), ale i tak wystarczają do wytrącenia pręta z idealnej (przedbifurkacyjnej) ścieżki równowagi poprzez sprawienie, że pręt ściskany jest od początku zginany, a pręt zginany od początku skręcany. . Skręcanie wstępne belek wystąpi bez przykładania równoważnych momentów skręcających od imperfekcji, ponieważ obciążenie poprzeczne powoduje wygięcie boczne, na tym wygięciu pracują siły grawitacji i wywołują skręcanie belki,
- 3) Wielkość sił imperfekcji nie ma w zasadzie znaczenia, ważne jest, że takie siły zadziałają i wprowadzą konstrukcje i jej elementy do nieidealnej konfiguracji pobifurkacyjnej.
- 4) W procedurze II rzędu wyiterowany zostanie stan równowagi systemu i siły przekrojowe zawierające siły drugorzędowe, które w uproszczonych procedurach nomowych muszą być uwzględniane poprzez współczynniki wyboczeniowe (w tym zwichrzenia).

12. Podziękowania

Autor dziękuje osobom, które przyczyniły się do powstania tej publikacji.

Specjalne podziękowania składam Katarzynie Śmiechowskiej za przekonwertowanie publikacji do struktury edycyjnej MS Word ze składowych artykułów publikowanych w formacie WordPress na portalu www.chodor-projekt.net w Encyklopedii Architekta i Inżyniera πWiki, a także za edycję opracowania oraz przygotowanie przykładów obliczeń, będących ilustracją zasad z pkt 10.1. Przykłady te są przedmiotem pracy [44] i nie są zamieszczone w niniejszym opracowaniu.

Dziękuję Adamowi Machowiak z firmy Strenco za udostępnienie programu [M15] i konsultacje podczas opracowywania przykładów obliczeń.

Bibliografia

- [1] ArchiExpo, (2015). *Metal frame supported tensile structure. Roof with PVC membrane for parking lots - DBS Mont.* [źródło <http://www.archiexpo.com/prod/dbs-mont/product-87104-735266.html>, dostęp 2015-12-29].
- [2] Biegus A., (2003). *Stalowe budynki halowe*. Arkady. Warszawa 2003.
- [3] Biegus A., (2012). *Projektowanie stężeń stalowych budynków halowych* (wykład). Politechnika Wrocławska. Wrocław 2012 [źródło <http://www.kkm.pwr.wroc.pl>, dostęp 2015-09]
- [4] Biegus, A. (2014). *Blacha fałdowa jako usztywnienie pasów kratownic płaskich przy wyboczeniu z ich płaszczyzny*. Budownictwo i Architektura, 13(3) (2014), 209–217.
- [5] Biegus A., i in., (1974). *Hale unikatowe o dużych rozpiętościach* (Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej nr 13). Politechnika Wrocławska. Wrocław 1974.
- [6] Bogucki W., (1967). *Budownictwo stalowe, Tom I*, Wyd. IV. Arkady. Warszawa 1967.
- [7] Bogucki W., (1977). *Budownictwo stalowe, Tom II*, Wyd. IV. Arkady. Warszawa 1977.
- [8] Bogucki W. (Red.), (1982). *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych, Tom 2*. Arkady. Warszawa 1982.
- [9] Britvec S. J., (1973). *Stability of Elastic Systems*. Pergamon. Oxford 1973.
- [10] Bródka J. (1979). *System konstrukcyjno-montażowy hal o przekryciach strukturalnych*. Arkady. Warszawa 1979.
- [11] Bródka J. (1985). *Przekrycia strukturalne*. Arkady. Warszawa 1985.
- [12] Bródka J., Broniewicz M., (2013). *Projektowanie konstrukcji stalowych według Eurokodów. Podręcznik inżyniera*. Polskie Wydawnictwo Techniczne 2013.
- [13] Bródka, J., Broniewicz, M., Giżejowski, M. (2006). *Kształtowniki gięte: poradnik projektanta*. Rzeszów: Polskie Wydawnictwo Techniczne.
- [14] Bródka J., Łubiński M., (1971). *Lekkie konstrukcje stalowe*. Arkady. Warszawa 1971.
- [15] Bryła W., (1910). *Obliczanie kopuł płaszczyzowych*. Czasopismo Techniczne.
- [16] Brzoska Z., (1965). *Statyka i stateczność konstrukcji prętowych cienkościennych* (Wyd. II). PWN. Warszawa 1965.
- [17] CAN-CSA S6-00 (2000). *CHBDC: Buried Structures, Canadian Standards Association - International*. Toronto 2000.
- [18] Chao Dou, Young-Lin Pi, (2015), *Flexural-Torsional Buckling Resistance Design of Circular Arches with Elastic End Restraints*, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, ST.1943-541X.0001373, (07) 2015
- [19] Chartrand M. R., (1973). *A Fifty Year Anniversary of a Two Thousand Year Dream [The History of the Planetarium]*. Planetarian, Tom 2, 3. [źródło http://www.ips-planetarium.org/?page=a_chartrand1973, dostęp 2015-11].
- [20] Chilton J., (2000). *Space Grid Structures*. Architectural Press.
- [21] Chinese Academy of Building Research. (1981). *Specifications for the Design and Construction of Space Trusses* (Nr JGJ 7-80 (English translation: Int. J. Space Struct. 16 [3])). China Building Industry Press, Beijing 1981.
- [22] Chodor L., (1999). *Projekt konstrukcji przekrycia Centrum Handlowego w Radomiu*. Biuro Projektów Budownictwa Chodor-Projekt, sp. z o.o. 1999.

- [23] Chodor L., (2000). *Projekt konstrukcji przekrycia Fabryki Płytek Ceramicznych CERSANIT 1 w Wałbrzychu*. Biuro Projektów Budownictwa Chodor-Projekt, sp. z o.o. 2000.
- [24] Chodor L., (2000a). *Projekt konstrukcji przekrycia Centrum Handlowego w Tarnowie*. Biuro Projektów Budownictwa Chodor-Projekt, sp. z o.o. 2000
- [25] Chodor L., (2006). *Projekt wykonawczy konstrukcji zadaszenia stadionu KORONA w Kielcach*. Biuro Projektów Budownictwa Chodor-Projekt, sp. z o.o. 2006.
- [26] Chodor L., (2006a). *Projekt konstrukcji przekrycia hali widowisko-sportowej w Szczecinie*. Biuro Projektów Budownictwa Chodor-Projekt, sp. z o.o. 2006.
- [27] Chodor L., (2011) *Kształcenie inżyniera budownictwa oraz architekta w nowej technologii inteligentnych systemów komputerowych BIM – 3D+*. Materiały Ogólnopolskiej Konferencji Dydaktyczno-Naukowej „Kształcenia na kierunku Budownictwo. Kielce 1-3 czerwca 2011, s. 123-138, Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce 2011.
- [28] Chodor L., (2013). *Kopuły w architekturze*. Wykład 4 z przedmiotu Konstrukcje budowlane 2 dla Architektów. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2013. [źródło [http://chodor-projekt.net/wp-content/uploads/PIPress/Wyklady/KB2/4-\(2015\)-KB2-Kopuly-w-architekturze.pdf](http://chodor-projekt.net/wp-content/uploads/PIPress/Wyklady/KB2/4-(2015)-KB2-Kopuly-w-architekturze.pdf), dostęp 2015-11].
- [29] Chodor L., (2013a). *Teoria sprężystości i plastyczności Wprowadzenie do MES przykłady*. Wykład 5 z przedmiotu Teoria sprężystości i plastyczności, Politechnika Świętokrzyska, Kielce. [źródło <http://chodor-projekt.net/wp-content/uploads/PIPress/Wyklady/TSiP/5-Wprowadzenie-do-MES-Przyklady.pdf>, dostęp 2015-12].
- [30] Chodor L. (2014). *Ekspertyza techniczna. Rozszczelnienie pokrycia hali E na terenie Targów Kielce*. Polskie Inwestycje, sp. j. Grażyna i Anna Chodor.
- [31] Chodor L., (2015). *Budynki wysokie*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/budynki-wysokie/> dostęp 2015-12-10].
- [32] Chodor L., (2015a). *Kombinacje obciążeń w Eurokodach*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/kombinacje-obciazen-wg-eurokodow/>, dostęp 2015-12-08].
- [33] Chodor L., (2015b). *Konstrukcje ciągnowe*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/konstrukcje-ciegnowe/>, dostęp 2015-12-10].
- [34] Chodor L., (2015c). *Kopuła geodezyjna*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/kopula-geodezyjna/>, dostęp 2015-12-10].
- [35] Chodor L., (2015d). *Kształtowniki stalowe gięte na zimno*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/stezenia-hal-i-budowli/> dostęp 2015-12-10].
- [36] Chodor L., (2015e). *Przekrycie strukturalne*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/przekrycie-strukturalne/>, dostęp 2015-12-10].
- [37] Chodor L., (2015f). *Stężenia hal i budowli*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/stezenia-hal-i-budowli/>, dostęp 2015-12-13].
- [38] Chodor L., (2015g). *Szybka metoda Monte Carlo* [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/szybka-metoda-monte-carlo/>, dostęp 2015-12-13].
- [39] Chodor L., (2015h). *Wymiarowanie słupów i belek stalowych*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/elementarne-zjawiska-w-konstrukcjach-stalowych-wyboczenie-i-zwichrzenie/>, dostęp 2015-12-08].
- [40] Chodor L., (2015i). *Zbiorniki powłokowe*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/zbiorniki-powlokowe/> dostęp 2015-12-10]
- [41] Chodor L., Klinke T., Chodor A., (2012). *BIM-Projektowanie zrównoważone*, Cykulacje, Powietrze-Wentylacja-Klimatyzacja, 8, str. 50-51, 2012

- [42] Chodor L., Malik Ł., (2014). *Optymalizacja konstrukcji nośnej hali stalowej | Optimization of the supporting structure of steel hall*. W: *Short Papers* (str. 195–198). Kielce-Suchedniów, Kielce, πPress 2014.
- [43] Chodor L., Powalek M. (2015). *Kopuła siatkowa*. [źródło <http://chodor-projekt.net/encyclopedia/kopula-siatkowa/>, dostęp 2015-12-10].
- [44] Chodor L., Chudy S., Śmiechowska K., (2016). *Przykłady obliczeń konstrukcji stalowych metodą imperfekcyjną*. πPress, Kielce 2016 (w przygotowaniu).
- [45] Chudy S., (2015). *Optymalizacja podsuwnicowych słupów hal*. Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2015 [źródło http://chodor-projekt.net/wp-content/uploads/2016/01/Chudy-S_Optymalizacja-podsuwnicowych-slupow-hal-Praca-magisterska-Kielce-2015.pdf, dostęp 2015-10].
- [46] Cisek T. (2006). *Projekt architektoniczny hali widowiskowo-sportowej w Szczecinie*. Biuro Projektów “Art-Projekt” sp. z o.o., Stargard Szczeciński 2006.
- [47] Constructional Steel Research and Development Organization. (1972). *Steel Designers Manual* (Fourth Edition). Crosby Lockwood Staples Frogmore. London 1972.
- [48] Davison B. i in., (2005). *Steel designers’ manual*. Oxford; Malden, MA: Blackwell Science 2005.
- [49] Elamed, (2013). *Przegląd zakotwień. Mosty*. [źródło http://mosty.elamed.pl/uploads/mos/articles/mosty_artykul_2013_02_38015.pdf, dostęp 2015-12].
- [50] Feynman R. P., i in., (2014). *Feynmana wykłady z fizyki. Tom 1 część 1 Mechanika. Szczególna teoria względności*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2014.
- [51] Föppl A., (1892). *Das Fachwerk im Raume*.
- [52] Fuller R. B., (1954). *Geodesic Dome*. [źródło <http://www.google.com/patents/US2682235?hl=pl&dq=2682235>, dostęp 2015-11].
- [53] Fuller R. B., (1959). *Geodesic tent*. [źródło <http://www.google.com/patents/US2914074>, dostęp 2015-11].
- [54] Gerrits J. M., (1995). *Morphology of space frame connections*. W: G. C. Giuliani (Red.), *Proceedings of the IASS International Symposium Spatial Structures: Heritage, Present and Future, Padova 5-9 June 1995* (str. 171–178). SG Editoriali. Padova 1995.
- [55] Giżejowski M., Ziółko (Red.), (2010). *Budownictwo ogólne, Tom 5: Stalowe konstrukcje budynków. Projektowanie według Eurokodów z przykładami obliczeń*. Arkady. Warszawa 2010.
- [56] Goczek J., Supel Ł., (2014). *Płatwie z kształtowników profilowanych na zimno*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej. Łódź 2014.
- [57] Gulbrandsen, M., & Petersen, R. (2013). *Advanced Analysis of Steel Structures*. Aalborg University, Master Thesis. Aalborg, Danmark 2013.
- [58] Jankowiak W., (1975). *Konstrukcje metalowe*. Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej 1975.
- [59] Janusz L., Madaj A. (2009). *Obiekty inżynierskie z blach falistych: projektowanie i wykonawstwo*. Wydawnictwo Komunikacji i Łączności. Warszawa 2009.
- [60] K2 Engineering, i Kowal A. (2015). *K2 Engineering- Projektowanie - Doradztwo-Konstrukcje Membranowe*. [źródło <http://www.k2se.com/realizations?locale=pl>, dostęp 2015-12-29].
- [61] Kaczmarek J., Polimex Mostostal Siedlce. (2010). *Projekt warsztatowy konstrukcji. Rozbudowa Targów Kielce- hala G. Siedlce* 2010.
- [62] Kazberuk J, (2015). *Wariantowe rozwiązanie konstrukcji hali wystawowej z przekryciem strukturalnym*. Politechnika Białostocka, Białystok 2015.

- [63] Korn T. M., (1983). *Matematyka dla pracowników naukowych i inżynierów. Tom I i II*. PWN. Warszawa 1983.
- [64] Kordos M., (2006). *Kształt wiszącego łańcucha*. [źródło http://mimuw.edu.pl/delta/artykuly/delta1109/0911-08-ksztalt_lancucha.pdf, dostęp 2015-12-29].
- [65] Kowal Z., (1973). *Wybrane działy z konstrukcji metalowych Część I i II*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1973.
- [66] Kowal Z., (1975). *Wybrane działy z konstrukcji metalowych. Część III: Zbiorniki, płyty fałdowe i warstwowe, struktury prętowe, budynki wysokie*. Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1975.
- [67] Kowal Z. (1975a). *Struktury przestrzenne z węzłami tłoczonymi* (Prace Naukowe Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej Nr 15, Monografie 5). Instytut Budownictwa Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 1975.
- [68] Kowal Z. (1982). *Hale o dużych rozpiętościach*. W: W. Bogucki (Red.), *Poradnik projektanta konstrukcji metalowych Tom 2*. Arkady. Warszawa 1982.
- [69] Kozłowski A. (Red.), (2010). *Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część pierwsza. Wybrane elementy i połączenia*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Rzeszów 2010.
- [70] Kozłowski A. (Red.), (2013). *Konstrukcje stalowe. Przykłady obliczeń według PN-EN 1993-1. Część druga. Stropy i pomosty (III)*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej. Rzeszów 2013.
- [71] Krzyśpiak T., (1969). *Budownictwo stalowe. Poradnik inżyniera i technika budowlanego, t.2, cz.2*. Arkady. Warszawa 1969.
- [72] Krzyśpiak T., (1976). *Konstrukcje stalowe hal*. Arkady. Warszawa 1976.
- [73] Kucharczuk W., Labocha S., (2012). *Hale o konstrukcji stalowej. Poradnik projektanta*. Polskie Wydawnictwo Techniczne 2012.
- [74] Kucharczuk, W. (2014). *Ramy pełnościenne Przegląd rozwiązań konstrukcyjnych. Część I. Nowoczesne Hale, (1(14)), 21–23*.
- [75] Kurzawa Z., (2011). *Stalowe konstrukcje prętowe. Cz. II. Struktury przestrzenne, przekrycia ciągnowe, maszty i wieże*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. Poznań 2011.
- [76] Kurzawa Z., (2012). *Stalowe konstrukcje prętowe. Cz. I. Hale przemysłowe oraz obiekty użyteczności publicznej*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. Poznań 2012.
- [77] Kurzawa Z., Rzeszut K., Szumigała M., (2015). *Stalowe konstrukcje prętowe. Część III Konstrukcje z łukami, elementy cienkościenne, pokrycia membranowe, elementy zespolone, belki podsuwnicowe*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej. Poznań 2015.
- [78] Lan T. T., (2005). *Space Frame Structures*. W: Chen W. F., Lui E. M. (Red.), *Handbook of Structural Engineering*, Wydanie 2. CRC Press 2005.
- [79] LTBeamN version 1.0.2, [źródło <https://www.cticm.com/content/ltbeamn-version-102>, dostęp 2015-12].
- [80] Machelski C. (2008). *Modelowanie mostowych konstrukcji gruntowo-powłokowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław 2008.
- [81] Makowski Z. S., (1965). *Steel Space Structures*. Michael Joseph Ltd. London 1965.
- [82] Makowski Z. S., (1981). *Analysis, Design and Construction of Double Layer Grids*. Applied Science Publishers Ltd, Chapman & Hall Publishers 1981.
- [83] Makowski Z. S., (1984). *Analysis, Design and Construction of Braced Domes*. Nichols Publishing Company, Granada Publishing. NY 1984.

- [84] Makowski Z. S., (2006). *Analysis, Design and Construction of Braced Barrel Vaults*. London: Taylor&Francis, Elsevier Applied Science Publishers Ltd, Chapman & Hall Publishers 2006.
- [85] Medwadowski J. (Red.), (1974). *Stalowe konstrukcje budowlane. Zagadnienia podstawowe. Stany graniczne, Część 1 i 2*. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej. Łódź 1974.
- [86] Medwadowski J. (Red.), (1980). *Konstrukcje metalowe i stalowe*. PWN. Warszawa 1974.
- [87] Mendera Z., Szajda L., Wandzik G., (2012). *Stalowe konstrukcje wsporcze napowietrznych linii elektroenergetycznych wysokiego napięcia*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2012.
- [88] Mengerighausen M. (1943). *MERO (MEngerighausen ROhrbauweise)*. Berlin 1943.
- [89] Merkle R. C., (2014). *Molecular Space Frames: An Atomically Precise Aerogel* (Nr IMM Report #44). [źródło <http://www.imm.org/Reports/rep044.pdf>, dostęp 2015-11].
- [90] Mies van der Rohe L., (2015). Crown Hall. W: *Wikipedia, the free encyclopedia*. [źródło [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=S. R. Crown Hall&oldid=686366204](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=S._R._Crown_Hall&oldid=686366204), dostęp 2015-10-18].
- [91] Motro R. (2013). *Nodes and Structures - A tribute to Stephane Du Chateau*, Tom 8, str. 1-5. Zaprezentowany na (IASS) Symposium 2013 Beyond the limits of Man, Wrocław, Poland 2013.
- [92] Mrazik A. (1987). *Teoria Spolahlivosti ocelovych konstrukcii*. VEDA Vydatelstvo slovenskej akademie VIED 1987.
- [93] Mises, R. (1923). *Über die Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie*. ZAMM. 1923. s. 406-462.
- [94] Paxton R., (1851). *Interior view of the Crystal Palace, 1851*. [źródło http://images.adsttc.com/media/images/51d5/7946/b3fc/4b58/3400/0231/large_jpg/72726307.jpg?1372944709, dostęp 2015-12-10].
- [95] Pałkowski S., (2009). *Konstrukcje stalowe: wybrane zagadnienia obliczania i projektowania*. Wydawnictwo Naukowe PWN. Warszawa 2009.
- [96] Pałkowski Sz., (2014). *Analiza metod obliczania odcinków masztów | Analysis of calculation methods for mast guys*. Ed. Leszek Chodor, *Short Papers ZK2014*, KonferencjaNaukowo-Techniczna Konstrukcje Metalowe | Scientific-Technical Conference Metal Structures, Kielce-Suchedniów 2-4 lipca | July 2014. πPress. Kielce 2014. str. 143-146
- [97] Pawlikowski P., (2015). *Pięciokąty foremne w ogrodzie*. [źródło <http://www.matematyka.wroc.pl/matematykawsztuce/zloty-podzial-w-przyrodzie>, dostęp 2015-08-08].
- [98] Pawlikowski P., (2015a). *Spiralny świat muszli*. [źródło <http://www.matematyka.wroc.pl/matematykawsztuce/spiralny-swiat-muszli>, dostęp 2015-08-08].
- [99] Pettersson, Sundquist, (2014). *Design of soil steel composite bridges, 5th Ed.* (2014). (TRITA-BKN Nr 112). Stockholm 2014.
- [100] Pęczak D., (2009). *Wyprowadzenie wzoru na krzywą łańcuchową*. [źródło https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Krzywa_%C5%82a%C5%84cuchowa&oldid=43873094, dostęp 2015-12].
- [101] Piechnik S., (1980). *Wytrzymałość materiałów dla wydziałów budowlanych*. PWN. Warszawa, Kraków 1980.

- [102] Radoń U., (2012). *Zastosowanie metody FORM w analizie niezawodności konstrukcji kratowych podatnych na przeskok*. Monografie, Studia, Rozprawy / Politechnika Świętokrzyska, 1897-2691; M27 Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej, Kielce, 2012.
- [103] Rykaluk K. (2004). *Konstrukcje stalowe. Kominy, wieże, maszty*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej. Wrocław 2004.
- [104] Rykaluk K., (2012). *Zagadnienia stateczności konstrukcji metalowych*. Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne. Wrocław 2012.
- [105] SAFAS Team (Mehdi Setareh, Nicholas Polys, Jian Chen, Brett Jones, Felipe Bacim, Ji Li, Li Ma, Tianyu Geng). (2014). *Structure And Form Analysis System (SAFAS)*. [źródło http://www.setareh.arch.vt.edu/safas/007_fdmtl_21_spatial_structure.html; dostęp 2015-11].
- [106] Sikora A., (2012). *Architektura organiczna, cz. IV, Blobitektura*. [źródło <http://progg.eu/architektura-bioekstensywna/>, dostęp 2015-08-08].
- [107] Sparacia J., (2015). *Eco Architecture: Eco Shell Multi-Use Building System gets powered by renewable energy*. [źródło <http://www.ecofriend.com/eco-architecture-eco-shell-multi-use-building-system-gets-powered-by-renewable-energy.html>, dostęp 2015-12-27].
- [108] Steelconstruction.info. (2015). *Braced frames*. W: Encyclopedia for UK steel construction. [źródło http://www.steelconstruction.info/Braced_frames, dostęp 2015-11].
- [109] Steel-insdag.org, (2015), *Trusses*. Chapter 27 Teaching Material Stel-InsDag. [źródło <http://www.steel-insdag.org/teachingmaterial/chapter27.pdf>, dostęp 2015-12-21]
- [110] Tarnai T., (1974). *Spherical Grids of Triangular Network*. Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae 1974, str. 307–338.
- [111] Thom, R., Giorrello, G., Morini, S., Duda, R. (1991). *Parabole i katastrofy: rozmowy o matematyce, nauce i filozofii z Giulio Giorrello i Simoną Morinii*. Państwowy Instytut Wydawniczy, Warszawa 1991.
- [112] Tofil J., (2010). *Rozwój współczesnych przekryć o konstrukcji cięgnowej*. Czasopismo Techniczne. Architektura, R. 107(z. 7-A/2), str. 381–386. [źródło https://suw.biblos.pk.edu.pl/resources/i4/i2/i8/i3/r4283/TofilJ_RozwojWspolczesnych.pdf, dostęp 2015-11].
- [113] Trebilcock P., Lawson R. M., (2004). *Architectural design in steel*. New York: Spon Press. London 2004.
- [114] Trisevskij I. S., Klepanda, W. W. (1978). *Metalliceskije oblegcennyje konstrukcii. Spravocnoje posobie*. Kiev: Budyvelnik.
- [115] Varco Pruden Buildings., (2015). *Metal Frame Systems*. [źródło <http://vp.com/products/fining-systems>, dostęp 2015-12-22].
- [116] Weston R., (2011). *1000 Ideas that Changed Architecture*. Lurence King Publishing Ltd. London 2011.
- [117] Widuch A. i in., (1983). *Kształtowniki stalowe gięte. Poradnik*. Wydawnictwo Śląsk. Katowice 1983.
- [118] Wikipedia., (2005). *Geodesic dome patent Fuller 1954*. [źródło https://en.wikipedia.org/wiki/File:Geodesic_dome_patent_fuller_1954.png, dostęp 2015-11].
- [119] Wikipedia, (2010). *Moses Mabhida Stadium*. [źródło https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Moses_Mabhida_Stadium&oldid=683619800, dostęp 2015-12].

- [120] Wikipedia., (2014). *Climatron*. [źródło: <https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Climatron&oldid=599090514>, dostęp 2015-12].
- [121] Wikipedia., (2015). *Astrodome*. [źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Astrodome#/media/File:Reliant_Astrodome_in_January_2014.jpg, dostęp 2015-12].
- [122] Wikipedia., (2015a). *Krzywa łańcuchowa*. [źródło: https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Krzywa_%C5%82a%C5%84cuchowa&oldid=43873094, dostęp 2015-12].
- [123] Wikipedia. (2015b). *National Stadium, Singapore*. [źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/National_Stadium,_Singapore#Construction, dostęp 2015-11].
- [124] Wikipedia., (2015c). *Targi Brneńskie*. [źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Targi_Brne%C5%84skie, dostęp 2015-12-18].
- [125] Wikipedia, (2015d). *High Steel Bridge* [źródło: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=High_Steel_Bridge&oldid=647969394, dostęp 2015-12].
- [126] Wikipedia, (2015e). *List of longest arch bridge pans*. [źródło: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List_of_longest_arch_bridge_spans&oldid=695281246, dostęp 2015-12].
- [127] Wikipedia, (2015f). *Vulcania, Saint-Ours*. [źródło: https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Vulcania_w_Saint-Ours&oldid=36559637, dostęp 2015-12].
- [128] Wikipedia. (2015g). *Ironbridge Gorge*. [źródło: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ironbridge_Gorge&oldid=692436974, dostęp 2015-12].
- [129] Wikipedia, (2015h). *Stadion Narodowy w Pekinie*. [źródło: https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=Stadion_Narodowy_w_Pekinie&oldid=43509389, dostęp 2015-12].
- [130] Wikipedia. (2015i). *Beijing National Stadium*. [źródło: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Beijing_National_Stadium&oldid=690816850, dostęp 2015-12].
- [131] Wikipedia, (2015j). *Gateway Arch*. [źródło: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Gateway_Arch&oldid=694989434, dostęp 2015-12].
- [132] Wikipedia, (2015k). *O2 Arena (Londyn)*. [źródło: [https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=O2_Arena_\(Londyn\)&oldid=44019495](https://pl.wikipedia.org/w/index.php?title=O2_Arena_(Londyn)&oldid=44019495), dostęp 2015-12].
- [133] Wikipedia, (2015l). *Montreal Biosphère*. [źródło: https://en.wikipedia.org/wiki/Montreal_Biosph%C3%A8re, dostęp 2015-12].
- [134] Youtube.com, (2015). *The Top Ten Largest Geodesic Domes In The World*. [źródło: <https://www.youtube.com/watch?v=gOidPQ7-ZNE>, dostęp 2015-12].
- [135] Żmuda J., (1992). *Podstawy projektowania konstrukcji metalowych*. Wydawnictwo TiT. Opole 1992.

Normy, instrukcje i wytyczne

- [N1] PN-EN 10264-1 (U):2012 *Drut stalowy i wyroby z drutu - Drut stalowy na liny - Część 1: Wymagania ogólne.*
- [N2] PN-EN 10264-2 (U):2012 *Drut stalowy i wyroby z drutu - Drut stalowy na liny - Część 2: Drut ze stali niestopowej ciągniony na zimno na liny ogólnego przeznaczenia.*
- [N3] PN-EN 10264-3 (U):2012 *Drut stalowy i wyroby z drutu - Drut stalowy na liny - Część 3: Drut okrągły i kształtowy ze stali niestopowej do pracy w trudnych warunkach obciążenia.*
- [N4] PN-EN 10264-4 (U):2012 *Drut stalowy i wyroby z drutu - Drut stalowy na liny - Część 4: Drut ze stali odpornej na korozję.*
- [N5] PN-EN 1090-2+A1:2012 *Wykonanie konstrukcji stalowych i aluminiowych- Część 2: Wymagania techniczne dotyczące konstrukcji stalowych.*
- [N6] PN-EN 12385-1 +A1:2009 *Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 1: Wymagania ogólne.*
- [N7] PN-EN 12385-2+A1:2008. *Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 2: Definicje, oznaczenie i klasyfikacja.*
- [N8] PN-EN 12385-3+A1:2008 *Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 3: Informacje dotyczące stosowania i konserwacji.*
- [N9] PN-EN 12385-4+A1:2008 *Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 4: Liny splotkowe dla dźwignic.*
- [N10] PN-EN 12385-5:2004. *Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 5: Liny splotkowe dla dźwigów.*
- [N11] PN-EN 12385-10+A1:2008 *Liny stalowe -Bezpieczeństwo - Część 10: Liny jednoprzędzone do ogólnych zastosowań w konstrukcjach technicznych.*
- [N12] PN-EN 13411-3+A1:2009. *Zakończenia lin stalowych - Bezpieczeństwo - Część 3: Tuleje i ich zaciskanie.*
- [N13] PN-EN 13411-4:2011 *Zakończenia lin stalowych - Bezpieczeństwo - Część 4: Zalewanie metalem i żywicą.*
- [N14] PN-EN 13411-5+A1:2009. *Zakończenia lin stalowych – Bezpieczeństwo - Część 5: Zaciski linowe kabłąkowe.*
- [N15] PN-EN 1990:2004 Eurokod: *Podstawy projektowania konstrukcji.*
- [N16] PN-EN 1991-1-3:2005. Eurokod 1: *Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-3: Oddziaływania ogólne- Obciążenie śniegiem.*
- [N17] PN-EN 1991-1-4:2008. Eurokod 1: *Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-4: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania wiatru.*
- [N18] PN-EN 1991-1-5:2005. Eurokod 1: *Oddziaływania na konstrukcje. Część 1-5: Oddziaływania ogólne. Oddziaływania termiczne.*
- [N19] PN-EN 1993-1-1:2006. Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.*
- [N20] PN-EN 1993-1-3:2008. Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.*
- [N21] PN-EN 1993-1-4:2006. Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-4: Reguły uzupełniające dla konstrukcji ze stali nierdzewnych.*
- [N22] (PN-EN-1993-1-8:2006. Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych - Część 1-8: Projektowanie węzłów.*

- [N23] PN-EN 1993-1-9:2007 Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych -Część 1-9: Zmęczenie*.
- [N24] PN-EN 1993-1-11:2008. Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-11: Konstrukcje ciągnowe*.
- [N25] PN-EN 1993-2:2010. *Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 2: Mosty stalowe*.
- [N26] PN-EN 1993-3-1+AC+Ap1:2009 Eurokod 3: *Projektowanie konstrukcji stalowych- Część 3-1: Wieże, maszty i kominy. Kominy*.
- [N27] prEN 10138-1 (U):2000. *Prestressing Steels Part 1 - General Requirements*.
- [N28] prEN 10138-3:2000 (U). *Prestressing Steels Part 3: Strand*.
- [N29] Ustawa o normalizacji, Dz.U. 2002 nr 169 poz. 1386 (2002). [źródło <http://isap.sejm.gov.pl/Download.jsessionid=6D646BF43D533382C4662C12EA198824?id=WDU20021691386&type=3>, dostęp 2015-12].

Materiały reklamowe

- [M1] ArcelorMittal, (2009). *Floline curved metal panels*. [źródło http://ds.arcelormittal.com/repo/AMC%20Eastern%20Europe/DOCUMENTATION/Arval_BlachyLukoweFloline_view.pdf dostęp 2015-12-26].
- [M2] ArcelorMittal Distribution, (2015). *Purlins - Arclad Services*. [źródło <http://www.ruukki.com/~media/Files/Lightweight-purlins/PDF/Ruukki-Lightweight-purlins-technical-manual.pdf>, dostęp 2015-12].
- [M3] ArcelorMittal Sections: (2015). *Poradnik Projektanta. Konstrukcje Stalowe w Europie*. [źródło <http://sections.arcelormittal.com/pl/biblioteka/poradnik-projektanta-konstrukcje-stalowe-w-europie.html>, dostęp 2012-12].
- [M4] Astron System. (2015). *Steel buildings - Technical details of Astron steel buildings - Astrin steel buildings*. [źródło <http://www.astron.biz/en/technical-details/index.html>, dostęp 2015-12].
- [M5] Butler System. (2015). *Classic II Building System*. [źródło http://butlermfg.com/en/products_systems/structural_systems/classic_ii_building_system, dostęp 2015-12].
- [M6] Consteel Software., (2013). *ConSteel 9.0 Manual*. [źródło <http://www.consteelsoftware.com/en/downloads/manuals-documents>, dostęp 2015-12].
- [M7] Dłubał, (2015). *Konstrukcje podwieszone i membrany. Oprogramowanie inżynierskie RFEM i RSTAB z modułem RF-FORM-FINDING*. [źródło <https://www.dlubal.com/pl/rozwiązania/zastosowanie/konstrukcje-podwieszone-i-membrany>, dostęp 2015-12-29].
- [M8] Hupro (1985). *Stalowe hale Hupro. Informacje techniczne*. [źródło <http://www.hupro.pl/informacje-techniczne/>, dostęp 2015-12-27].
- [M9] Inox, E. (2009). *Wyłoczenie, Wzór i Tekstura - Trzeci wymiar powierzchni stali nierdzewnych (Seria budowlana, księga 14)*. [źródło http://www.worldstainless.org/Files/issf/non-image-files/PDF/Euro_Inox/3D_Finishes_PL.pdf, dostęp 2015-12].
- [M10] Mehler Technologies Sp. z o.o. (2015). *Przewodnik techniczny po trwalej architekturze tekstylnej Mehler Technologies*. [źródło przewodnik-techniczny-po-trwalej-architekturze-tekstylnej-mehler-textologies.pdf, dostęp 2015-12].
- [M11] Pruszyński., (2015). *Profile Z, C, Sigma - Profile konstrukcyjne*. [źródło http://www.pruszynski.com.pl/profile_z_c_.php?, dostęp 2015-12].

- [M12] Ruukki., (2015). *Ruukki -Lightweight purlins technical manual*. [źródło <http://www.ruukki.com/~media/Files/Lightweight-purlins/PDF/Ruukki-Lightweight-purlins-technical-manual.pdf>, dostęp 2015-12].
- [M13] Simulia, Abaqus6.12/CAE User's Manual, [źródło http://things.maths.cam.ac.uk/computing/software/abaqus_docs/docs/v6.12/pdf_boks/CAE.pdf, dostęp 2015-12].
- [M14] Sofistic AG. (2008). *SOFiSTiK Online User Manual Version 2010*. [źródło <http://www.sofistik.com/fileadmin/FILES/support/SOFiSTiK Online 1.pdf>, dostęp 2015-12].
- [M15] Strenco, *Podręcznik użytkownika Consteel 7.0 PL*. [źródło: http://www.strenco.pl/filemanager/userfiles/PDF/ConSteel_7%20Manual_PL_EC.pdf, dostęp 2015-12].
- [M16] Technet GMBH. (1989). *EASY - Software für die durchgangige Planung und Berechnung Leichter Flachentragwerke*. [źródło <http://technet-gmbh.de/index.php?id=63>, dostęp 2015-12-29].
- [M17] ZemanHDF. (2015). Oferta ZemanHDF. [źródło <http://zemanhdf.pl/oferta/>, dostęp 2015-12].
- [M18] ZekonZ6, Konstrukcje (2015). Realizacje Zekon. [źródło <http://www.zekon.pl/pl/system-sin/przyklady/>, dostęp 2012-12].